NUMERISCHE UNTERSUCHUNGEN AUSGEWÄHLTER FRAUNHOFER-LINIEN; ABLEITUNG EINES MODELLS DER HÖHEREN SCHICHTEN DER SONNEN-ATMOSPHÄRE

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von
Helmold Schleicher
aus Korbach

Göttingen 1976

NUMERISCHE UNTERSUCHUNGEN AUSGEWÄHLTER FRAUNHOFER-LINIEN; ABLEITUNG EINES MODELLS DER HÖHEREN SCHICHTEN DER SONNEN-ATMOSPHÄRE

Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Georg-August-Universität zu Göttingen

vorgelegt von
Helmold Schleicher
aus Korbach

Göttingen 1976

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

D 7
Referent: Professor Dr. E.H. Schröter
Korreferent: Professor Dr. H.H. Voigt
Tag der mündlichen Prüfung: 17. Dezember 1976

Inhaltsverzeichnis

		Seite
E	Einleitung	1
E-1	Problemstellung und Zusammenfassung	1
E-2	Das Arbeits-Schema	3
E-3	Auswahl der Linien	4
I	Skizzierung der Theorie der Entstehung von Spektrallinien und Beschreibung des benutzten Rechenverfahrens.	
I-1	Annahmen	6
1.1	Atmosphären-Modelle	6
1.2	Annahmen bei der Berechnung des Strahlungstransports	10
I-2	Statistische Gleichungen, Strahlungstransport.	13
2.1	Statistische Gleichungen	13
2.2	Strahlungstransport, Quellfunktion	15
2.3	Rechenschema	21
2.4	Berechnung der Raten	25
I-3	Der Sonderfall Wasserstoff. Dichteschichtung.	28
3.1	Strahlungstransport im Lyman-Kontinuum	28
3.2	Hydrostatische Druckschichtung	28
3.3	Rechenschema	31
I-4	Beschreibung einiger Größen, die bei der Diskussion des Verhaltens von Linien wichtig sind.	35
4.1	Entweich-Wahrscheinlichkeit	35
4.2	Zerstörungs-Wahrscheinlichkeit	35
4.3	Thermalisierungs-Tiefe	36
4.4	Quellen und Senken der Quellfunktion	37
II	Die Resonanzlinien des Na I - Atoms	38
II-1	Diskussion der bisherigen Untersuchungen.	38
1.1	Halbempirische Untersuchungen	38
1.2	Untersuchungen nach der "sythetischen" Methode	42

		Seite
II-2	Beschreibung der vorliegenden Rechnungen zur Entstehung der Na D-Linien.	46
2.1	Atommodell	46
2.2	Strahlungsraten	47
2.3	Stoßraten	47
2.4	Dämpfungskonstante	48
2.5	Solare Häufigkeit des Natriums	51
2.6	Ionisations-Temperaturen	52
2.7	Stützstellen, numerisches Verhalten	53
II-3	Die Ergebnisse der "Standard"-Rechnung.	56
3.1	Ionisations-Gleichgewicht	58
3.2	Anregungs-Gleichgewicht	61
3.3	Verhalten der Quellfunktionen der D-Linien	66
3.4	Linienprofile und Entstehungshöhen	73
II-4	Der Einfluß der unsicheren Parameter auf die Ergebnisse.	75
4.1	Einfluß der Stoßquerschnitte	75
4.2	Einfluß der Ionisations-Temperaturen	76
4.3	Einfluß der Natrium-Häufigkeit und der Dämpfungskonstante	77
4.4	Einfluß der Zahl der Niveaus im Atommodell	79
II-5	Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse.	82
II-6	Das Verhalten der D-Linien bzgl. Variationen der Atmosphären-Modelle.	83
6.1	Variation der Temperatur- und Druck-Schichtung	
6.2	Variation der Modelle für nicht-Thermische Geschwindigkeiten	86
II-7	Vergleich mit den Beobachtungen.	91
III	Die b-Linien und λ4571 des neutralen Magnesiums.	95
III-1	Bisherige Untersuchungen.	95
1.1	Analyse von Waddell (1963)	95
1.2	Die Rechnungen von Athay u. House (1961)	96
1.3	Die Rechnungen von Athay u. Canfield (1969)	96
1.4	Die Analyse der oberen Photosphäre von Altrock u. Cannon (1972)	97
1.5	Die Rechnungen von Altrock u. Canfield (1974)	97

		Seite
III-2	Beschreibung der vorliegenden Rechnungen zur Entstehung der Mg I-Linien.	95
2.1	Atommodell	100
2.2	Strahlungsraten, Stoßquerschnitte, Häufigkeiten, Ionisations-Temperaturen	100
2.3	Dämpfungskonstanten	102
2.4	Stützstellen, numerisches Verhalten	103
III-3	Die Ergebnisse der Standard-Rechnung.	106
3.1	Ionisations-Gleichgewicht	106
3.2	Anregungs-Gleichgewicht	108
3.3	Quellfunktionen	112
3.4	Linienprofile und Entstehungshöhen	116
3.5	Einfluß der unsicheren Parameter	119
III-4	Das Verhalten der Magnesium-Linien λ 4571 und Mg b bzgl. Variationen der Modell-Atmosphären.	123
4.1	Einfluß der Geschwindigkeitsfelder auf λ4571	123
4.2	Verhalten von λ4571 bzgl. Variation der Temperatur- und Druck-Schichtung	126
4.3	Einfluß der Geschwindigkeitsfelder auf die Mg b-Linie	130
4.4	Einfluß der Temperatur- und Druckschichtung auf die Mg b-Linien	134
III-5	Vergleich mit Beobachtungen.	136
5.1	λ 4571	136
5.2	Mg b - Triplett	140
5.3	Zusammenfassung der Ergebnisse	145
IV	Die Linien des Infraroten Tripletts des Ca II - Atoms.	147
IV-1	Überblick über bisherige Untersuchungen.	148
1.1	Die Arbeit von Linsky u. A rett (197o)	148
1.2	Die Rechnungen von Shine u. Linsky (1974)	148
1.3	Das Kohärenz-Problem	149
IV-2	Beschreibung der vorliegenden Rechnungen zur Entstehung der Ca II - Linien.	150
2.1	Atommodell	150
2.2	Dämpfungskonstanten	152
2.3	Ionisations-Temperaturen	152
2.4	Stützstellen, numerisches Verhalten	155

		Seite
IV-3	Die Ergebnisse der Standard-Rechnung.	158
3.1	Ionisations-Gleichgewicht	158
3.2	Anregungs-Gleichgewicht	158
3.3	Verhalten der Quellfunktion	161
3.4	Linienprofile und Entstehungshöhen	166
3.5	Einfluß der unsicheren Parameter	167
IV-4	Das Verhalten des Infrarot-Tripletts bzgl. Variation der Modell-Atmosphären.	170
4.1	Einfluß der nicht-thermischen Geschwindigkeitsfelder	170
4.2	Einfluß der Temperatur- und Druck-Schichtung	173
IV-5	Vergleich mit Beobachtungen.	186
5.1	Infrarot-Triplett	186
5.2	Resonanzlinien H,K	193
5.3	Zusammenfassung	195
V	Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse.	197
V-1	Vergleich der aus den verschiedenen Linien-Systemen gewonnenen Ergebnisse.	197
V-2	Die Balmer-Linien H_α, H_β.	203
V-3	Das Kontinuum im fernen Infrarot und im Radio-Bereich.	208
V-4	Das "optimale" Atmosphären-Modell.	212
4.1	Randbedingungen	212
4.2	Das Modell	213
V-5	Vergleich mit anderen Atmosphären-Modellen.	219
5.1	Obere Photosphäre	220
5.2	Temperatur-Minimum	223
5.3	Chromosphäre	223
V-6	Schlußbemerkungen.	226
	Danksagung.	228
	Literaturverzeichnis.	229

Zusammenfassung der benutzten Symbole.

Nicht aufgeführt sind formale Variable und Symbole, die nur in einem kurzen Text-Zusammenhang benutzt werden und dort erklärt sind.

a_o	1. Bohrscher Atomradius
A_{ic} , A_{ci}	Photo-Ionisations- und -Rekombinations-Rate
A_{ji}	Einstein-Koeffizient für spontane Emission
b_i	Abweichungs-Koeffizient (S.14, Gl. I-3)
B_{ij} , B_{ji}	Einstein-Koeffizient für Absorption und erzwungene Emission (Übergang i-j, i < j)
B_ν	Planckfunktion (der Index ν wird oft weggelassen)
B^*_{ul}	siehe S.18, Gl. I-10g
c	Lichtgeschwindigkeit
C_{ij}	Stoßrate (Übergang i-j)
CRD	'complete redistribution' (vollständige Inkohärenz)
d_λ	Differenz in der Linienbreite (Halbprofil) zweier Linienprofile im Abstand λ vom Linienzentrum
E	Energie
$E_n(x)$	$= \int_1^\infty e^{-xy} \cdot y^{-n} \cdot dy$: Exponential-Integral-Funktion
FVW	Korrektur-Faktor für van der Waals-Dämpfungskonstante nach Unsöld
g_i	statistisches Gewicht des Niveaus i
g_c	statistisches Gewicht der nächst höheren Ionisations-Stufe (S.14, Gl. I-4a)
G	Schwerebeschleunigung an der Sonnen-Oberfläche
h	Plancksche Konstante ($\approx 6.63 \cdot 10^{-27}$ erg·s)
h	geometrische Höhe über Schicht mit $\tau_{5000} = 1$
H_y	$= \int_{4\pi} \mu \cdot I_y \cdot \frac{d\Omega}{4\pi}$: Strahlungsfluß im Linienprofil
I_y	Intensität im Linienprofil
I_ν	Intensität im Frequenz-Abstand ν vom Linienzentrum
I_o	Zentral-Intensität einer Linie
j_y	Linien-Emissionskoeffizient pro cm^3

J_ν	über Raumwinkel gemittelte Intensität ($\int_{4\pi} I_\nu \frac{d\Omega}{4\pi}$)
$\overline{J_{ul}}$	$= \int_{-\infty}^{+\infty} J_y \cdot \Phi_y \cdot dy$: über Linien-Absorptionskoeffizient gemittelte Intensität (Linie u-l)
k	Boltzmann-Konstante
k_c	Koeffizient für wahre Kontinuums-Absorption
l	als Index: unteres Niveau einer zu berechnenden Linie
ln	natürlicher Logarithmus
lg	Logarithmus zur Basis 10
LTE	'local thermal equilibrium'
m	Zahl der Niveaus eines Atommodells einschl. der nächst höheren Ionisations-Stufe (m = n+1)
m	Masse des Elektrons
m_H	Masse des Wasserstoff-Atoms
M	Masse über einer Fläche von $1cm^2$
n	Zahl der gebundenen Niveaus eines Atommodells
N	Teilchendichte (cm^{-3})
N_c	Zahl der Atome pro cm^3 in der nächst höheren als der betrachteten Ionisations-Stufe
N_e	Zahl der Elektronen pro cm^3
N_H	Zahl der Wasserstoff-Atome pro cm^3
N_i	Zahl der Atome pro cm^3, die im i-ten Niveau angeregt sind
$N^{(r)}$	Zahl der Atome eines Elements im r-ten Ionisations-Zustand (r=0: neutral, r=1:1-fach ionisiert)
NTG	nicht-thermische Geschwindigkeitsfelder
p	= lg(P) , P: Gesamt-Druck in dyn/cm^2
P_{ij}	siehe S.17 Gl. I-8
P	Gesamt-Druck (einschl. Turbulenz-Druck)
P_{des}	Zerstörungs-Wahrscheinlichkeit für Photonen (S.36 Gl. I-36)
P_e	Elektronen-Druck
P_{esc}	Entweich-Wahrscheinlichkeit für Photonen (S.35 Gl.I-35)
P_g	Gasdruck
P_{ij}	$= g_i \beta_i \cdot R_{ij}$: mit Boltzmann-Faktor multiplizierte Rate i-j
P_t	Turbulenz-Druck
PRD	'partial redistribution' (teilweise Inkohärenz)

$Q_{ij}(E)$	Stoßquerschnitt (Übergang i-j) für Elektronen der kinetischen Energie E
$\overline{Q_{ij}}(T_e)$	effektiver (Energie-unabhängiger) Stoßquerschnitt bei der Elektronen-Temperatur T_e
r_o	$= \varkappa_c / \varkappa_o$: Verhältnis zwischen Kontinuums- und Linien-Absorption
R	Gaskonstante
R_{ij}	Zahl der Übergänge vom Niveau i zum Niveau j pro s, pro Atom im Niveau i
S	Quellfunktion (allgemein)
S_c	Kontinuums-Quellfunktion
S_{ul}	Linien-Quellfunktion der Linie u-l bei Abwesenheit von Kontinuums-Prozessen (S.16, Gl. I-7b)
S_y	Gesamt-Quellfunktion im Linienprofil (S.16, I-7a)
t_y	optische Tiefe (Linien- und Kontinuums-Absorption)
T	Temperatur (allgemein)
T_b	Strahlungs-Temperatur
T_e	Elektronen-Temperatur
$T_{ion}^{(i)}$	'Ionisations-Temperatur' des Strahlungsfeldes, das Photoionisation vom Niveau i aus bewirkt
T_{kin}	kinetische Temperatur
u	als Index: oberes Niveau einer zu rechnenden Linie
U_c	Zustands-Summe der nächst höheren als der betrachteten Ionisations-Stufe
V_{mac}	Makroturbulenz-Geschwindigkeit
y	$= \Delta\lambda / \Delta\lambda_D$: normierter Wellenlängen-Abstand vom Linienzentrum
Y	$= N_{He}/N_H$: Helium-Häufigkeit relativ zu Wasserstoff
α	$= \Gamma / 2\Delta\omega_D$: Dämpfungs-Parameter in der Voigt-Funktion
$\alpha_\nu^{(i)}$	Absorptionskoeffizient für Photoionisation vom Niveau i aus (bei der Frequenz ν)
β_i	$= \exp(-h\nu_i/kT_e)$: Boltzmann-Term zum Niveau i
β_{ij}	$= \beta_i / \beta_j$
β_{ul}^*	siehe S.18, Gl. I-10g
Γ	Dämpfungs-Konstante (reziproke Lebensdauer)
$\Gamma^{(r)}$	Dämpfungs-Konstante für Strahlungs-Dämpfung

$\Gamma^{(4)}$	Dämpfungs-Konstante quadrat. Stark-Effekt
$\Gamma^{(6)}$	Dämpfungs-Konstante für van der Waals-Dämpfung
δ	$= \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_y \frac{\tau_o}{\tau_o + \varphi_y} dy$
$\Delta\lambda$	Wellenlängen-Abstand vom Linienzentrum
$\Delta\lambda_D$	Dopplerbreite (Wellenlänge)
$\Delta\omega_D$	Dopplerbreite (Kreisfrequenz)
ε_{El}	$= N_{El}/N_H$: Häufigkeit des Elements 'El' (Teilchenzahlen) relativ zu Wasserstoff
ε_{ul}	$= C_{ul}/A_{ul}$: Verhältnis Stoß- zu Photo-Rate des Übergangs u-l
ε^*_{ul}	Quell-Koeffizient des Übergangs u-l (S.18, I-10b)
ε^+_{ul}	Senk-Koeffizient des Übergangs u-l (S.18. I-10c)
η_{ul}	indirekte Senke (S.18, Gl. I-10e)
ϑ	Winkel zwischen Oberflächen-Normale (Sonne) und Beobachtungs-Richtung
$\varkappa_c$	Kontinuums-Absorptionskoeffizient pro cm^3
$\varkappa_y$	Linien-Absorptionskoeffizient pro cm^3
$\varkappa_o$	Absorptionskoeffizient (pro cm^3) im Linienzentrum
λ	Wellenlänge
μ	$= \cos\vartheta$, ϑ: Winkel zwischen Oberflächen-Normale (Sonne) und Beobachtungs-Richtung
ν	Frequenz
ν_i	$= \chi_i/h$: Anregungs-Frequenz des Niveaus i
ν_{ij}	$= \nu_j - \nu_i$: Frequenz des Übergangs i-j ($i < j$)
ξ	Mikroturbulenz-Geschwindigkeit
ξ_H	horizontale Komponente der Mikroturbulenz
ξ_V	vertikale Komponente der Mikroturbulenz
ϱ	Massendichte
ϱ_{ji}	'net radiative bracket' (S.25, Gl. I-20)
σ_c	Streukoeffizient (pro cm^3) im Kontinuum
τ	optische Tiefe (allgemein)
τ_c	optische Tiefe im Kontinuum nahe der betrachteten Linie
τ_λ , τ_y	optische Tiefe (Linien-Absorption) im Abstand λ bzw. y vom Linienzentrum
τ_{5000}	optische Tiefe im Kontinuum bei 5000 Å
φ_y	Profil des Linien-Absorptionskoeffizienten ($\varphi_{y=0} = 1$)
Φ_y	Profil des Linien-Absorptionskoeffizienten ($\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_y \cdot dy = 1$)

χ_i	Anregungs-Energie des i-ten Niveaus (vom Grund-Niveau aus)
χ_{ij}	$= \chi_j - \chi_i$: Energie-Differenz zwischen Niveau j , i
χ_{ion}	Ionisations-Energie (vom Grund-Niveau aus)
ψ_y	Profil des Linien-Emissionskoeffizienten ($\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_y \cdot dy = 1$)
Ω	Raumwinkel

Einleitung.

E-1: Problemstellung und Zusammenfassung.

Der physikalische Zustand der oberen Schichten der Sonnenatmosphäre ist nur unzulänglich bekannt. Mit "obere" Sonnenatmosphäre sind die Schichten gemeint, die im visuellen Kontinuum bereits optisch dünn sind und die sich unterhalb der Korona befinden. Die optisch dünnen Schichten unterhalb des Temperatur-Minimums bezeichnen wir mit "obere Photosphäre", die Schichten oberhalb des Temperatur-Minimums mit "Chromosphäre". In diesen Schichten läuft eine Anzahl von Prozessen ab, die nicht nur astrophysikalisch sondern auch vom allgemeinen Standpunkt der Plasmaphysik von Interesse sind.

Zum Beispiel wird in diesen Schichten Energie dissipiert, die mechanisch durch die Photosphäre transportiert wurde. Diese Dissipation beeinflußt den Zustand dieser Schichten wesentlich. Ferner beobachtet man dort zahlreiche Strukturen, die durch magneto-hydrodynamische Prozesse zustande kommen. Die obere Sonnenatmosphäre ist zudem Schauplatz von Aktivitäts-Phänomenen (wie flares, Radio-bursts) deren Wirkungen auch auf der Erde deutlich zu bemerken sind.

Um diese Vorgänge besser zu verstehen, ist eine möglichst genaue Kenntnis des Temperatur- und Dichte-Verlaufs sowie der Geschwindigkeits-Felder notwendig. Das Problem, Informationen über die optisch dünnen Teile einer Atmosphäre zu gewinnen, ist kein spezifisches Problem der Sonnenphysik, sondern ist ein fundamentales Problem der Astrophysik. Wegen des großen Strahlungs-Stromes, den wir von der Sonne empfangen, und der einmaligen Möglichkeit, eine räumlich aufgelöste Spektroskopie zu betreiben, eignet sich die Sonne besonders gut zum Erproben von Methoden zur Untersuchung von Atmosphären an Hand von Spektren.

In der letzten Zeit sind eine Reihe von empirischen Modellen der Sonnenatmosphäre konstruiert worden. Diese stimmen zwar qualitativ überein, aber es bestehen doch noch recht große Unterschiede bzgl. des Verlaufs von Temperatur und Teilchendichte, vor allem in den Gebieten in der Nähe des Temperatur-Minimums und oberhalb desselben. Die meisten Atmosphären-Modelle basieren auf Beobachtungen der kontinuierlichen Strahlung im Ultravioletten sowie im Infraroten bzw. im Radiobereich, da diese Strahlung in den fraglichen Atmosphären-Schichten entsteht. Diese Beobachtungen können, mit Ausnahme im Radiobereich, nicht vom Erdboden aus

durchgeführt werden. Es handelt sich hierbei um absolute Intensitäts-Messungen, bei denen wegen der Kalibrierungs-Probleme die Genauigkeit nicht sehr groß ist.

Die oberen Atmosphären-Schichten lassen sich aber auch im Licht hinreichend starker Spektrallinien beobachten. Spektrallinien im visuellen und nahem infraroten Wellenlängen-Bereich("optischer" Spektralbereich) lassen sich mit verhältnismäßig geringem Aufwand vom Erdboden aus sehr genau photometrieren, denn hierbei handelt es sich um relative Intensitäts-Messungen. Ein weiterer Vorteil ist, daß eine höhere räumliche und zeitliche Auflösung möglich ist, als in anderen Spektralbereichen. Die Interpretation von Spektrallinien ist allerdings wesentlich schwieriger als z.B. die der Infrarot- und Radio-Kontinua. Letztere entstehen unter den Bedingungen des lokalen thermischen Gleichgewichts, die beobachtete Intensität kann gleichgesetzt werden mit der Planck-Funktion zu der kinetischen Temperatur in der Schicht, aus der die Strahlung kommt. Spektrallinien können im allgemeinen nicht auf diese Weise interpretiert werden. In den Zentren von Spektrallinien, die in den höheren Atmosphären-Schichten entstehen, hängt die austretende Intensität unter Umständen kaum noch von der Temperatur der Schicht ab, aus der das Licht emittiert wurde. Darüber hinaus beeinflussen mehrere andere Parameter (Elektronendruck, Geschwindigkeits-Felder, UV-Strahlung) die Form der Spektrallinien, was bei der Analyse einer Linie zu Mehrdeutigkeits-Problemen führt. Andererseits kann z.B. über Geschwindigkeits-Felder nur die Analyse von Spektrallinien Auskunft geben.

In den letzten Jahren sind die Methoden zur Berechnung von Spektrallinien bei vorgegebenem Atmosphären-Modell so weit entwickelt worden, daß sie für die Untersuchung realer Atmosphären praktikabel wurden. Auch sind die Werte vieler Atom-Parameter, die die Linienentstehung beeinflussen, genauer berechnet oder gemessen worden. In zahlreichen Arbeiten ist die inzwischen erzielte Zuverlässigkeit der entwickelten Rechenmethoden demonstriert worden. Auch wurde in diesen Arbeiten untersucht, welche Prozesse für die Linienentstehung wichtig sind. In einigen Arbeiten wurden durch Anpassung von gerechneten und beobachteten Linienprofilen Modelle der Sonnenatmosphäre konstruiert, jedoch stand meistens der Aspekt im Vordergrund, die Brauchbarkeit der benutzten Rechenmethoden zu testen. In den meisten Fällen wurden nur einzelne Linien oder mehrere Linien einer Ionen-Sorte untersucht.

In der vorliegenden Arbeit wird der Versuch unternommen, unter Heran-

ziehung möglichst vieler geeignet erscheinender Spektrallinien die oberen Schichten der nicht aktiven Sonnenatmosphäre zu analysieren. Es wurden insgesamt 13 Linien von 4 Ionen-Sorten ausgewählt und auf ihre Brauchbarkeit zur Analyse der Sonnen-Atmosphäre untersucht. 4 Linien erwiesen sich als nicht geeignet. Es gelang, ein Atmosphären-Modell zu konstruieren, das bei 8 der verbleibenden 9 Linien gerechnete Profile lieferte, die mit den Beobachtungen im Rahmen der zu erwartenden Genauigkeit übereinstimmen. Das gewonnene Atmosphären-Modell stellt auch die beobachteten Kontinua im angwelligen Spektralgebiet dar. In der Chromosphäre weicht dieses Modell deutlich von bisher konstruierten Modellen ab.

E-2: Das Arbeits-Schema

In den nachfolgenden drei Kapiteln werden die Eigenschaften und das Verhalten der vom Na I, Mg I und Ca II erzeugten Spektrallinien anhand von numerischen "Experimenten" untersucht. Zur Auswahl der Linien siehe E-3.

Hierbei gehen wir nach dem folgenden Arbeits-Schema vor:

(a) Diskussion der relevanten Atom-Parameter. Wir haben uns bemüht, die neuesten und zuverlässigsten Werte einzusetzen (Stand etwa 1974). Dabei zogen wir nach Möglichkeit experimentell bestimmte Werte theoretischen Werten vor.

(b) Analyse der Prozesse, die die Entstehung der jeweiligen Spektrallinie kontrollieren. Sie dient dem Verständnis für das generelle Verhalten der Linie.

(c) Einfluß der Unsicherheiten in den Werten der Atom-Parameter. Wegen des großen Rechenaufwands konnten nur wenige Parameter in den Testrechnungen variiert werden. Ziel dieses Abschnitts ist, lediglich einen groben Überblick zu erhalten, mit welcher Zuverlässigkeit die Linien zu einer vorgegebenen Modellatmosphäre berechnet werden können.

(d) Verhalten der Spektrallinie bzgl. Variationen der Atmosphären-Parameter. Anhand von numerischen Experimenten, bei denen die Spektrallinien zu einer Folge von Atmosphären-Modellen berechnet werden, soll untersucht werden, wie empfindlich die einzelnen Linien auf die Atmosphären-Parameter reagieren.

(e) Die gerechneten Profile wurden an Beobachtungen angepaßt, indem die Atmosphären-Parameter geeignet variiert wurden. Hierbei wurden natürlich die unter (d) gewonnenen Erkenntnisse berücksichtigt. Wir haben bei dem Anpassungs-Verfahren mit einer Ausnahme (Mg I λ4571) nur Profile aus der Sonnenscheiben-Mitte herangezogen. Zwar liefert die Mitte-Rand-Variation zusätzliche Hinweise über die Höhenabhängigkeit der Atmosphären-Parameter, jedoch werden die Linienprofile zum Sonnenrand hin immer stärker von horizontalen Inhomogenitäten beeinflußt. Es ist daher nicht gewiß, ob ein beobachteter Mitte-Rand-Effekt tatsächlich durch eine Höhenvariation eines Atmosphären-Parameters verursacht wird. Der Vergleich unterschiedlich starker Linien in der Sonnen-Mitte, vor allem bei Linien aus demselben Multiplett, ist daher ein zuverlässigeres Kriterium.

Außer in einigen begründeten Fällen haben wir bei dem Anpassungs-Verfahren für die Atomkonstanten deren nominale Werte eingesetzt.

Wir begnügten uns bei der Anpassung der Linienprofile mit einem Grad an Übereinstimmung, wie er angesichts der zu erwartenden Unsicherheiten in den Atomkonstanten sinnvoll erscheint. Entsprechend ist die Genauigkeit in der Festlegung der atmosphärischen Zustandsgrößen.

Im Kapitel V fassen wir die Einzelergebnisse zusammen. Das Ergebnis ist ein Atmosphären-Modell, das alle Linien befriedigend darstellt. Größere Diskrepanzen treten nur bei den Balmer-Linien auf. In § V-2 wird hierauf eingegangen und gezeigt, daß H_α und H_β nur bedingt zur Analyse der Chromosphäre geeignet sind.

E-3: Auswahl der Spektrallinien

Die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Linien wurden nach den folgenden Kriterien ausgewählt:

(1) Es wurden nur Linien aus dem optischen Spektralbereich berücksichtigt. Nur in diesem Spektralbereich liegen bislang Linienprofile mit hoher spektraler Auflösung vor, deren photometrische Qualität äußerdem den hohen zu stellenden Anforderungen genügt. Auch ist die räumliche Auflösung von Spektren außerhalb des optischen Spektralbereichs oft nicht ausreichend.

(2) Die Linien sollten möglichst wenig durch andere Linien gestört sein, die Kontinuums-Intensität, die als Referenz dient, sollte genau genug festlegbar sein.

(3) Die Linien sollen von Atomen mit möglichst einfachen Term-Schemata erzeugt werden und deren Atomkonstanten (insbesondere Oszillatoren-Stärken, Stoßquerschnitte) sollen hinreichend genau bekannt sein.
Der große Rechenaufwand, der bei einer detaillierten Behandlung des Ionisations- und Anregungs-Gleichgewichts erforderlich ist, läßt nur die Berücksichtigung weniger Energie-Niveaus und der zwischen ihnen möglichen Übergänge zu.

(4) Es werden Linien mit unterschiedlichen Linienstärken benötigt. Zum einen ist dies erforderlich, um die Höhen-Variation der Zustandsgrößen der Atmosphäre zu erkennen. Zum anderen reagieren die einzelnen Teile eines Linienprofils unterschiedlich stark auf die verschiedenen atmosphärischen Zustandsgrößen. Der ausgewählte Satz von Linien sollte die Schichten oberhalb $\tau_{5000} > 0.1$ bis möglichst nahe an die Übergangszone Chromosphäre-Korona überdecken.

Anhand dieser Kriterien haben wir die in Tab. I-4 aufgeführten Linien ausgewählt. Die Resonanz-Linien H, K vom Ca II sind nur bedingt für unsere Untersuchungen geeignet. Zum einen ist bei ihnen Kriterium (2) nicht gut erfüllt, zum anderen ist die bei unseren Rechnungen gemachte Annahme vollständiger Inkohärenz des Linien-Streuprozesses nicht gerechtfertigt.

Tab. I-4 Ausgewählte Linien

Ion	λ/Å	Bezeichnung	Ion	λ/Å	Bezeichnung
H I	6563.	H	Ca II	3968.	H
H I	4861.	H	Ca II	3934.	K
Na I	5896.	D_1	Ca II	8662.	IR_1
Na I	5890.	D_2	Ca II	8542.	IR_2
Mg I	5184.	b_1	Ca II	8498	IR_3
Mg I	5173.	b_2			
Mg I	5167.				
Mg I	4571.				

Kapitel I: Skizzierung der Theorie der Entstehung von Spektrallinien und Beschreibung des benutzten Rechen-Verfahrens.

Die Theorie der Linienentstehung in Sternatmosphären ist in mehreren Monographien abgehandelt worden (z.B. Jefferies, 1968; Athay, 1972). Eine kurze Darstellung findet man bei Zirin (1966, p. 309 ff). Die von uns angewandte Methode zur Berechnung von Spektrallinien ist ausführlich bei Athay (1972) dargestellt.

In diesem Kapitel wird auf die Theorie der Linienentstehung daher nur soweit eingegangen, als es zum Verständnis der nachfolgenden Kapitel notwendig ist.

§ I-1: Annahmen.

In diesem Paragraphen werden die allgemeinen Voraussetzungen, die den vorliegenden Untersuchungen zugrunde liegen, zusammengestellt und diskutiert. Annahmen, die sich speziell auf das jeweils behandelte Atom beziehen, werden in den entsprechenden Kapiteln besprochen.

§ I-1.1: Atmosphären-Modelle.

(a) Es werden nur planparallele, zeitlich konstante Atmosphären-Schichtungen betrachtet.

(b) Alle physikalischen Größen hängen nur von der Höhe h ab. Als Nullpunkt der Höhenskala wählen wir die Schicht, in der die optische Tiefe des Kontinuums bei 5000 Å gleich eins ist.

(c) Die ungeordneten Geschwindigkeiten der Teilchen entsprechen einer Maxwell-Verteilung zu einer für alle Teilchensorten gemeinsamen, nur von der Höhe abhängenden Temperatur T_e ("Elektronen-Temperatur").

(d) Außer den thermischen Geschwindigkeiten lassen wir die Existenz nicht-thermischer Geschwindigkeitsfelder zu. Deren Einfluß auf die Spektrallinien werden jedoch stark vereinfacht behandelt durch Einführen der Konzeptionen "Mikroturbulenz" und "Makroturbulenz" (näheres siehe unten).

(e) Wenn nicht ausdrücklich anders erwähnt, nehmen wir hydrostatische Druckschichtung an, wobei wir den Einfluß kleinskaliger, nicht-

thermischer Geschwindigkeitsfelder durch einen "Turbulenzdruck" berücksichtigen (siehe § I-4). Strahlungsdruck und der Einfluß von Magnetfeldern werden vernachlässigt.

(f) Bei der Berechnung der Anzahldichte der freien Elektronen N_e ("Elektronendichte") wird angenommen, daß mit Ausnahme des Wasserstoffs die wichtigsten Elektronen liefernden "Metalle" gemäß dem thermischen Gleichgewicht zur lokalen Temperatur $T_e(h)$ ionisiert sind. Die zur Berechnung der Dichte-Schichtung angenommene chemische Zusammensetzung ist in Tab. I-3 angegeben. Diese Häufigkeiten wurden auch zur Berechnung des kontinuierlichen Absorptionskoeffizienten benutzt.

(g) Etwaige Rückwirkungen des Ionisations- und Anregungs-Gleichgewichts der betrachteten Ionensorte auf die Struktur der Atmosphäre werden vernachlässigt, außer beim Wasserstoff.

Bemerkungen:

Die Annahmen (a), (b), (d) ermöglichen es, den Strahlungstransport 1-dimensional zu behandeln, was eine wesentliche Verminderung des Rechenaufwandes bedeutet. Es ist bekannt, daß in der Sonnenatmosphäre horizontale und zeitliche Fluktuationen auftreten, auch außerhalb aktiver Gebiete.

Zeitliche Fluktuationen können vernachlässigt werden, wenn deren Zeitskalen länger sind als die Relaxations-Zeiten des Ionisations- und Besetzungs-Gleichgewichts, wobei der langsamste Prozeß, der das Gleichgewicht beeinflußt, maßgebend ist. Erfahrungsgemäß haben die Rekombinations-Prozesse die längsten Zeitskalen, ihre reziproken Raten ergeben unter chromosphärischen Bedingungen Werte zwischen 100 s bis 600 s. Fluktuationen mit Zeitskalen $\gtrsim 10^3$ s können das Ionisations-Gleichgewicht zerstören, falls die Amplituden der Fluktuationen hinreichend groß sind.

Bei horizontalen Fluktuationen ist zu unterscheiden zwischen dem Einfluß auf die an einem vorgegebenen Ort der Sonnenoberfläche austretende Intensität und dem Einfluß auf die mit endlicher räumlicher Auflösung beobachteten Linienprofile. Horizontale Fluktuationen, vor allem der Temperatur, beeinflussen dann wesentlich die austretende Intensität, wenn Photonen aus Gebieten mit anderem physikalischem Zustand so zahlreich seitlich hereindiffunideren können, daß sie das durch die vertikale Atmosphären-Schichtung aufgebaute Strahlungsfeld merklich ver-

ändern. Ein Kriterium bzgl. der Rolle horizontaler Fluktuationen ist das Verhältnis zwischen horizontalem und vertikalem Gradienten $dS/d\tau$ (S: Quellfunktion, τ : optische Tiefe). Hierzu eine kleine Abschätzung: Ein typischer vertikaler Temperatur-Gradient (sowohl für T_e als auch für Anregungs-Temperaturen) ist 1000K/500 km. Setzt man für horizontale Temperatur-Gradienten 300K/500 km an, ist bei einer Referenz-Temperatur von 4500 K und bei λ = 5000 Å das vertikale $dS/d\tau$ 4.5-mal größer als das horizontale $dS/d\tau$. Der Wert für das horizontale $dS/d\tau$ bezieht sich auf "typische" Fluktuationen in der Photosphäre (Granulen, z.B.). Die hier gemachte Abschätzung gilt natürlich nicht für extrem kleinskalige Phänomene wie z.B. für 'filigrees'. Ein weiteres Kriterium ist die Thermalisierungslänge. Das ist die Strecke, die ein Photon im Mittel zurücklegen kann, bevor es thermalisiert wird (Absorption durch ein Kontinuum, Linien-Absorption mit anschließender Stoß-Abregung). In Tab. I-1 sind für drei in dieser Arbeit untersuchte Spektrallinien und für einige Atmosphären-Schichten typische Zahlenwerte zusammengestellt. Die geometrische Thermalisierungs-Länge Δx_{th} und die optische Thermalisierungs-Länge τ_{th} sind über

$$\Delta x_{th} = \tau_{th} / \varkappa_o$$

verknüpft, wobei $\varkappa_o$ der zentrale Linien-Absorptionskoeffizient (pro cm) ist. Zur Berechnung von τ_{th} siehe § II-5 .

Gebiete, bei denen die physikalischen Zustandsparameter sich innerhalb Δx_{th} nicht wesentlich ändern, können näherungsweise wie eine unendlich ausgedehnte Atmosphäre behandelt werden. Existieren horizontale Fluktuationen mit Skalenlängen der Größenordnung Δx_{th}, so wird die Linien-Quellfunktion diese Fluktuationen nur bedingt mitmachen und eher einem über Δx_{th} gemittelten Zustand entsprechen, wobei die Mitteilung im allgemeinen nichtlinear sein wird. Tab. I-1 zeigt, daß Δx_{th} in den höheren Schichten einige Granulendurchmesser groß ist, im Fall des Linienzentrums von NaD_2 sogar von der Größenordnung der Supergranulen-Durchmesser.

Das Innere von Supergranulen-Zellen genügt daher am ehesten unseren Annahmen bzgl. der horizontalen Homogenität.

Tab. I-1: Optische Tiefe, Thermalisierungs-Länge

	h/km	τ_o	$\varkappa_o/cm^{-1}$	τ_{th}	$\Delta x_{th}/km$
NaD_2	650	2.0	2.4-7	1300	54 000
	500	40	6.8-6	1000	1 500
	350	350	4.4-5	800	180
Mgb_2	600	1.3	2.4-7	110	4 400
	500	10	1.9-6	47	250
	400	60	1.9-5	25	23
Ca^+ IR_2	1 500	1.7	9. -8	45	5 000
	1 200	8.1	4. -7	150	3 800
	400	3 300	6. -4	1.5	0.03

Wegen des endlichen räumlichen Auflösungsvermögens bei Spektral-Beobachtungen setzt sich das beobachtete Linienprofil aus zahlreichen Einzelprofilen zusammen, die unter unterschiedlichen Bedingungen in der Sonnenatmosphäre entstanden sind. In diesem Zusammenhang ist vor allem an Flutuationen der Geschwindigkeitsfelder zu denken, da diese die τ-Skalen und damit die Linienprofile lokal verändern. Eine korrekte Behandlung der nicht-thermischen Geschwindigkeitsfelder (NTG) erfordert 3-dimensionale Strahlungstransport-Rechnungen. Bei 1-dimensionalen Rechnungen müssen daher schematisierende Annahmen gemacht werden, deren Einflüsse auf die Ergebnisse schwer abzuschätzen ist.

Üblicherweise stellt man den Einfluß der NTG auf die beobachteten Profile dar durch die Parameter Makroturbulenz V_{mac} und Mikroturbulenz ξ · ξwird bei der Berechnung der Dopplerbreiten des Linienabsorptionskoeffizienten als Zusatz zur thermischen Geschwindigkeitsverteilung eingesetzt. Die so berechneten Profile werden mit einer Gauß-Verteilung, deren Breite proportional zu V_{mac} ist, gefaltet; dies entspricht einer gewichteten Mittelung über Doppler-verschobene Einzelprofile. LTE-Rechnungen, bei denen vorgegebene NTG ohne "Mikro-Makro-Turbulenz"-Näherung behandelt wurden (z.B. Oster u. Ulmschneider, 1973) ergaben Profile, die bei geeigneter Wahl der beiden Parameter auch mit dem "ξ/V_{mac}-Konzept" darstellbar sind, wobei ξ und V_{mac} größenordnungsmäßig mit typischen Amplituden der vorgebenden NTG übereinstimmten. Berücksichtigt man Abweichungen vom LTE, ergeben sich merklich Unterschiede bzgl. des Strahlungstransports (Quellfunktionen), je nach Behandlung

der NTG (Gail u. Sedelmayr, 1975; Shine, 1975).

Wir haben das übliche "ζ/V_{mac}"-Konzept für unsere Rechnungen beibehalten. Zum einen erfordert eine konsistente Behandlung von NTG einen erheblichen zusätzlichen Rechenaufwand, zum anderen hat man zu wenig Information über diese NTG.

zu (f):
Bei den meisten Elektronen liefernden "Metallen" ist in der Sonnenatmosphäre $N^{(0)} \ll N^{(1)} \approx \varepsilon \cdot N_H \approx N^{(1)}(LTE)$ ($N^{(i)}$: Zahl der Teilchen des betreffenden Elements pro cm^3, i-fach ionisiert; ε Häufigkeit des Elements bzgl. Wasserstoff; N_H: Teilchendichte des Wasserstoffs). Nur beim Silizium können Abweichungen vom LTE die Elektronendichte merklich beeinflussen. Nach Vernazza et al. (1976, Fig. 22) ergeben sich zwischen 350 km $\lesssim$ h $\lesssim$ 550 km um $\approx$ 13 % niedrigere Elektronen-Dichten, wenn man LTE annimmt.

zu (g):
In Frage kämen Rückwirkungen auf die Elektronen-Dichten (siehe hierzu Bemerkung zu f) und auf die Kontinuums-Opazitäten. Die in der vorliegenden Arbeit diskutierten Atome tragen mit ihren gebunden-frei-Übergängen nur im UV zur Opazität bei. Die dort entstehenden ionisierenden Strahlungsfelder entnehmen wir empirischen Messungen.

§ I-1.2: Annahmen bei der Berechnung des Strahlungstransporst.

(a) Alle Atome des betrachteten chemischen Elements befinden sich entweder im Ionisationszustand r, dessen Linien berechnet werden sollen, oder im nächst höheren Ionisationszustand r+1.

(b) Zur Berechnung des Ionisations- und Anregungs-Gleichgewichts im betrachteten Ion werden nur die nniedrigsten Niveaus berücksichtigt.

(c) Mit Ausnahme des Ly-Kontinuums werden alle gebunden-frei-Übergänge optisch dünn behandelt. Die ionisierenden Strahlungsfelder werden durch Planckfunktionen mit geeignet gewählten "Ionisations-Temperaturen" T_{ion} dargestellt. Zur Behandlung des Ly-Kontinuums siehe § I-4.

(d) Die Linien-Absorptionskoeffizienten für Absorption, erzwungene und spontane Emission sind identisch.

Bemerkungen:

(a) bedeutet: $N^{(r)} + N^{(r+1)} = \varepsilon \cdot N_H$, $N^{(k)}$ = Zahl der Atome pro cm^3 im Ionisationszustand k. Diese Annahme ist in der Photosphäre und in der Chromosphäre in sehr guter Näherung erfüllt für HI, NaI, MgI. Zum CaII müßte außer CaIII auch Ca I in Betracht gezogen werden, doch hat Linsky (1968) gezeigt, daß $N_{Ca}^{(0)}/N_{Ca} < 0.01$ in der Sonnenatmosphäre ist.

Zu (b):
Die Zahl in der berücksichtigten Niveaus muß groß genug sein, damit alle Übergänge berücksichtigt werden, die die Besetzung der unteren und oberen Niveaus der zu rechnenden Linien merklich beeinflussen. Andererseits ist aus Gründen des Rechenaufwandes n möglichst klein zu halten.

Zu (c):
Für den Verlauf den $T_{ion}(h)$ mit der Höhe h wird folgender schematischer Ansatz gemacht: Sei h^* die Höhe, in der $T_e(h^*) = T_{ion}^{(i)}$ gilt. $T_{ion}^{(i)}$ sei die Temperatur, für die gilt:

$$J_{ic}(\tau \to 0) = B\left[T_{ion}^{(i)}\right]$$

wobei "ic" den betrachteten gebunden-frei-Übergang und J_{ic} die Intensität des ionisierenden Strahlungsfeldes (§ I-2.2) bedeutet.

Es wird gesetzt:

$$T_{ion}(h) \equiv T_{ion}^{(i)} \quad \text{für } h \geq h^* \text{ , } T_{ion}(h) = T_e(h) \text{ für } h < h^*.$$

Für $\lambda_{ic} \gtrapprox 1570$ Å liegt h^* unterhalb, sonst oberhalb des Temperatur-Minimums. Ein Vergleich mit gerechneten Verläufen von J(h) (Vernazza et al., 1976, fig. 23) mit $B\left[T_{ion}(h)\right]$ ergibt befriedigende Übereinstimmung. Angesichst der Ungenauigkeiten bei der Bestimmung von $J_{ic}(\tau \to 0)$ aus Beobachtungen scheint uns ein genaueres Vorgehen nicht sinnvoll.

Zu (d):
Kritisch ist, ob das Profil Ψ_ν des Koeffizienten für spontane Emission identisch ist mit dem Profil Φ_ν für Absorption. Die Annahme $\Psi_\nu \equiv \Phi_\nu$ bedeutet, daß nachdem ein Photon innerhalb der Linie absorbiert wurde, die In omation über die Frequenz ν, bei der die Absorption erfolgte, völlig verloren geht, bevor die spontane Emission erfolgt. Das re-

emittierte Photon wird dann mit der Wahrscheinlichkeit $\Phi_{\nu'}$, bei der Frequenz ν' erscheinen. Diese Annahme bezeichnet man als vollständige Inkohärenz ("complete redistribution", CRD). Untersuchungen des Problems zeigen, daß die CRD-Annahme für die Dopplerkerne und für die durch Stoßdämpfung geformten Flügel der Linien gerechtfertigt ist (siehe z.B. Athay, 1972, p. 55 ff). Dagegen muß bei sehr starken Linien (wie z.B. Ca II H,K), bei denen die kernnahen Flügelteile durch Strahlungsdämpfung gebildet werden, mit $\Psi_\nu \neq \Phi_\nu$ gerechnet werden.

Die CRD-Annahme vereinfacht die Rechnungen insofern, als bei CRD die Linien-Quellfunktion frequenz-unabhängig ist. Erzwungene Emission spielt bei den von uns betrachteten Fällen eine untergeordnete Rolle, so daß eine genauere Behandlung des entsprechenden Koeffizienten nicht notwendig ist.

§ I-2: Statistische Gleichungen, Strahlungstransport.

§ I-2.1: Statistische Gleichungen.

Bezeichnungen:

n	Zahl der berücksichtigten gebundenen Niveaus.
$m = n+1$	Zahl der berücksichtigten Niveaus einschließl. der nächst höheren Ionisations-Stufe.
N_i	Zahl der Atome pro cm^3, im i-ten Niveau angeregt.
$N_c = N_m$	Zahl der Atome pro cm^3 in der nächst höheren Ionisationsstufe.
R_{ij}	Rate von i nach j = Zahl der Übergänge pro s und pro Atom im Niveau i.
χ_{ion}	Ionisations-Energie vom Grundniveau aus.
χ_i	Anregungs-Energie des Niveaus i vom Grundniveau aus.
$\beta_i = \exp(-h\nu_i/kT_e)$	Boltzmann-Faktor.
$\beta_{ij} = \beta_i/\beta_i = \exp(-h\nu_{ij}/kT_e)$	$(\nu_{ij} = \nu_j - \nu_i)$
U_c	Zustandekommen der nächst höheren Ionisations-Stufe.
g_i, g_c	Statistisches Gewicht des i-ten Niveaus ('c', des Kontinuums, siehe auch Gl. I-4a).

Die statistischen Gleichungen besagen, daß im statistischen Mittel die Zahl der Übergänge, die ein Niveau entvölkern, gleich ist der Zahl der Übergänge, die dieses Niveau bevölkern. Hierbei wird die nächst höhere Ionisations-Stufe formal wie ein zusätzliches Niveau behandelt.

$$(I\text{-}1) \qquad N_i \sum_{j\neq i}^{m} R_{ij} - \sum_{j\neq i}^{m} N_j \cdot R_{ji} = o \qquad (i \leq m)$$

Die Raten R_{ij} hängen unter anderem vom Strahlungsfeld im Übergang i-j ab. Zur Berechnung der R_{ij} siehe § I-2.3 . Gl. (I-1) ist ein linear abhängiges Gleichungssystem für die N_i. Jede der m Gleichungen folgt durch Aufsummieren der übrigen.

Kontinuitäts-Gleichung: Alle Atome befinden sich nach Voraussetzung in der betrachteten oder in der nächst höheren Ionisations-Stufe.

$$(I\text{-}2) \qquad \sum_{j=1}^{m} N_j = \varepsilon \cdot N_H$$

$\varepsilon \cdot N_H$ ist die Gesamtzahl der Atome des betrachteten Elements pro cm^3. Gl. (I-2) zusammen mit n Gleichungen aus (I-1) gestatten die Berechnung der N_i, wenn die Raten bekannt sind.

Abweichungs-Koeffizienten:

$$b_j = \frac{N_j}{N_j^*} = N_j \cdot \left(\frac{2\pi m k}{h^2}\right)^{3/2} \cdot \frac{2U_e}{N_e \cdot N_c} \cdot \frac{1}{g_j} \cdot T_e^{3/2} \cdot e^{-(\chi_{ion}-\chi_j)/kT_e} \qquad (j \le n) \tag{I-3}$$

N_j^* ist die Zahl der Atome im j-ten Niveau unter LTE-Bedingungen zu vorgegebenen T_e, N_e, und $N_c = N_m$. Trivialer Weise ist $b_m = b_c = 1$. N_j/N_c aus Gl. (I-3) in die mit $1/N_c$ erweiterte Gl. (I-1) eingesetzt ergibt

$$b_i \sum_{j \neq i}^{m} P_{ij} = -\sum_{j \neq i}^{m} b_j \cdot P_{ji} = 0 \qquad (i \le m)$$

$$P_{ij} = g_i \beta_i R_{ij} \qquad (i \neq j \le n) \tag{I-4a}$$

$$P_{ci} = \left[\left(\frac{2\pi m k}{h^2}\right)^{3/2} \cdot \frac{2U_c}{N_e} \cdot T_e^{3/2} \cdot e^{-\frac{\chi_{ion}}{kT_e}}\right] \cdot R_{ci} = g_e \beta_e \cdot R_{ci} \qquad (i \le n)$$

(I-4a) ist ein n-dimensionales, linear unabhängiges Gleichungssystem für die n Unbekannten b_i. In Vektor-Schreibweise:

$$\underline{b} \circ \underline{\underline{P}} = 0$$

$$\underline{b} = (b_1, \ldots, b_n, 1)$$

$$\underline{\underline{P}} = \begin{pmatrix} P_{11} & \cdots & P_{n1} & P_{c1} \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ P_{1n} & \cdots & P_{nn} & P_{cn} \\ P_{1c} & \cdots & P_{nc} & P_{cc} \end{pmatrix} \tag{I-4b}$$

$$P_{ii} = -\sum_{j \neq i}^{m} P_{ij} \qquad (i \le m)$$

Mit den so berechneten b_i folgen aus Gl. (I-3) und (I-2) die **absoluten** Besetzungsdichten N_i:

$$(I\text{-}5)\quad N_i = \varepsilon N_H \cdot \frac{N_i/N_c}{\sum_{j=1}^{m} N_j/N_c} = \varepsilon N_H \cdot \left[1 + \frac{\sum_{j\neq i}^{m} (b_j g_j \beta_j)}{b_i g_i \beta_i}\right]^{-1} \qquad (i \leq m)$$

§ I-2.2 Strahlungstransport, Quellfunktionen.

Bezeichnungen:

$y = \Delta\nu / \overline{\Delta\nu_D}$ normierter Frequenz-Abstand vom Linienzentrum.

$\overline{\Delta\nu_D}$ ist eine fest vorgegebene Dopplerbreite.

I_y Intensität bei Abstand y vom Linienzentrum.

$J_y = \int_{4\pi} I_y \frac{d\Omega}{4\pi}$ über alle Raumwinkel gemittelte Intensität.

$\overline{J} = \int \Phi_y J_y \, dy$ über Linie u-1 gemitteltes J_y.

Φ_y Profil des Linien-Absorptionskoeffizienten
Normierung $\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_y \, dy = 1$.

Ψ_y Profil des Linien-Emissionskoeffizienten.
Normierung wie .

$\varphi_y = \Phi_y / \Phi_{y=0}$

$\varkappa_y = \varkappa_o \cdot \varphi_y$ Linien-Absorptionskoeffizient pro cm^3.

j_y Linien-Emissionskoeffizient pro cm^3.

$\varkappa_c$, j_c entsprechend für Kontinuum.

k_c Koeffizient für wahre Kontinuums-Absorption

σ_c Streukoeffizient (Kontinuum).

$r_o = = \varkappa_c / \varkappa_o$

τ_y optische Tiefe bei y, nur Linien-Absorption

t_y optische Tiefe bei y, Gesamt-Absorption.

$B = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1\right]^{-1}$ Planck-Funktion.

$S_{ul} = (j_y/\varkappa_y)_{ul}$ Linien-Quellfunktion des Übergangs u-l.

$S_c = j_c/\varkappa_c$ Kontinuums-Quellfunktion.

$\mu = \cos\vartheta$ ϑ: Winkel zwischen Oberflächen-Normale und Beobachtungs-Richtung.

A_{ul}, B_{ul}, B_{lu} Einstein-Koeffizient des Übergangs u-l ($u > l$).

C_{ul} Stoßrate von u nach l.

i, j, u, l Indizes für Niveaus, i, j = allgemein; u,l oberes, unteres Niveau des betrachteten Linien-Übergangs.

Strahlungstransport-Gleichung:

(I-6) $$\mu \cdot \frac{dI_y}{dt_y} = I_y - S_y$$

(I-7a) $$S_y = \frac{\Phi_y}{\Phi_y + \tau_o} \cdot S_{ul} + \frac{\tau_o}{\Phi_y + \tau_o} \cdot S_c$$

(I-7b) $$S_{ul} = \frac{h\nu \cdot A_{ul} \cdot N_u \cdot \Psi_y}{h\nu\left(B_{lu} \cdot N_l - B_{ul} \cdot N_u\right) \cdot \Phi_y} = \frac{2h\nu^3}{c^2}\left[\frac{b_l}{b_u} \cdot \frac{1}{\beta_{ul}} - 1\right]^{-1} \cdot \frac{\Psi_y}{\Phi_y}$$

(I-7c) $$S_c = a \cdot J_y + (1-a) \cdot B \quad , \quad a = \left(\frac{\sigma}{\sigma + k}\right)_c$$

Im folgenden werden wir CRD voraussetzen, was $\Phi_y = \Psi_y$ zur Folge hat. Dann ist die Linien-Quellfunktion S_{ul} frequenzunabhängig in dem Sinne, in dem auch die Planckfunktion B frequenzunabhängig ist.

Bei Gl. (I-7c) wird vorausgesetzt, daß die wahren Kontinuums Absorber (H^- vor allem) im LTE sind. In den Schichten, in denen der Term $(1-a)\cdot B$ in Gl. (I-7c) überhaupt von Bedeutung ist, kann dies in guter Näherung angenommen werden.

Linien-Quellfunktion:

Das zur Berechnung von S_{ul} gemäß Gl. (I-7b) erforderliche b_l/b_u ergibt sich nach algebraischen Umformungen aus (I-4b):

(I-8) $$\frac{b_l}{b_u} = \frac{P_{ul} + p_{ul}}{P_{lu} + p_{lu}}$$

$$p_{lu} = \frac{\Sigma_u^*}{p(lu|ul)} \quad , \quad p_{ul} = \frac{\Sigma_l^*}{p(lu|ul)}$$

$$\Sigma_u^* = \sum_{j \neq ul}^{m} P_{uj} \cdot p(lu|uj) \quad , \quad \Sigma_l^* = \sum_{j \neq u,l} P_{lj} \cdot p(ul|lj)$$

$$p(ij|jk) = (-1)^{\tilde{j}+\tilde{k}} \cdot \det \underline{\underline{P}}^{(kj,ij)} \quad , \quad \tilde{j} = \begin{cases} j \\ j-1 \end{cases} \text{für } i \begin{cases} > \\ < \end{cases} j$$

$$\tilde{k} = \begin{cases} k \\ k-1 \end{cases} \text{für } k \begin{cases} < \\ > \end{cases} j$$

$\underline{\underline{P}}^{(kj,ij)}$ ist die aus $\underline{\underline{P}}$ durch Streichen der Zeilen k,j und Spalten i,j entstehende Matrix.

Wichtig ist, daß in den Ausdrücken p_{ul}, p_{lu} in (I-8) die direkten Raten des Übergangs u-l: R_{ul}, R_{lu} nicht vorkommen.

Für P_{ul}, P_{lu} läßt sich schreiben (siehe § I-3):

(I-9) $$P_{ul} = g_u \beta_u \left[C_{ul} + A_{ul} \cdot \varrho_{ul} \right] \; ; \; \varrho_{ul} = 1 - \frac{c^2}{2h\nu^3} \left(\frac{b_l}{b_u} \cdot \frac{1}{\beta_{ul}} - 1 \right) \cdot \overline{\eta}_{ul}$$

$$P_{lu} = g_l \beta_l \cdot C_{lu}$$

Dies in Gl. (I-8) eingesetzt, nach b_l/b_u aufgelöst und in Gl. (I-7b) eingesetzt:

(I-10a) $$S_{ul} = \frac{\overline{\eta}_{ul} + \varepsilon_{ul}^* \cdot B}{1 + \varepsilon_{ul}^+}$$

(I-10b) $$\varepsilon^{*}_{ul}\cdot B = (1-\beta_{ul})\,\varepsilon_{ul}\cdot B + (1-\beta^{*}_{ul})\cdot(\eta_{ul}\cdot B^{*})$$

(I-10c) $$\varepsilon^{+}_{ul} = (1-\beta_{ul})\,\varepsilon_{ul} + (1-\beta^{*}_{ul})\cdot\eta_{ul}$$

(I-10d) $$\varepsilon_{ul} = C_{ul}/A_{ul}$$

(I-10e) $$\eta_{ul} = \frac{1}{A_{ul}}\cdot\frac{\Sigma^{*}_{u}}{p(lu|ul)}$$

(I-10f) $$\left(\eta B^{*}\right)_{ul} = \frac{2h\nu^{3}}{c^{2}}\cdot\frac{g_l}{g_u}\cdot\frac{1}{A_{ul}}\cdot\frac{\Sigma^{*}_{l}}{p(lu|ul)}$$

(I-10g) $$\beta^{*}_{ul} = \frac{g_l}{g_u}\cdot\frac{\Sigma^{*}_{u}}{\Sigma^{*}_{l}} = \exp\left(-\frac{h\nu}{kT^{*}}\right)\;;\quad B^{*} = B(T^{*})\;.$$

Die physikalische Bedeutung der Quell- und Senkterme in Gl. (I-10b) bis (I-10f) wird in § I-1.4.4 diskutiert. Gl. (I-10a) zeigt explizit die Abhängigkeit S_{ul} vom Strahlungsfeld im Übergang u-l. In ε^{*}_{ul} und ε^{+}_{ul} kommen das durch $\overline{J}_{ul}$ dargestellte Strahlungsfeld im Übergang u-l explizit nicht vor.

$\overline{J}_{ul}$ läßt sich aus der Strahlungstransport Gleichung berechnen. Gl. (I-6) läßt sich umformen zu:

$$\frac{dH_y}{dt_y} = J_y - S_y\;,\qquad H_y = \int_{4\pi}\mu\, I_y\,\frac{d\Omega}{4\pi}\;.$$

Für die über die Linie gemittelte Fluß-Divergenz $\overline{\left(\frac{dH_y}{dt_y}\right)}$ ergibt sich:

(I-11) $$\overline{\left(\frac{dH_y}{dt_y}\right)} = \int_{-\infty}^{+\infty}\Phi_y\left(\frac{dH_y}{dt_y}\right)dy = J_{ul} - \int_{-\infty}^{+\infty}\Phi_y S_y\,dy\;.$$

Die rechte Seite ergibt sich aus Gl. (I-10a) und (I-7a,c):

(I-12a) $$\overline{\left(\frac{dH_y}{dt_y}\right)} = (\varepsilon_{ul}^{+}+\delta)\cdot S_{ul} - (\varepsilon_{ul}^{*}+\tilde{\delta})\cdot B - \alpha\cdot\delta\cdot\tilde{J}_{ul}$$

(I-12b) $$\delta = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_y \frac{\tau_o}{\tau_o+\varphi_y}\, dy \quad , \quad \tilde{\delta} = (1-\alpha)\cdot\delta$$

(I-12c) $$\bar{J}_{ul} = \frac{1}{\delta}\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{\Phi}_y \frac{\tau_o}{\tau_o+\varphi_y}\cdot J_y\, dy$$

Für die Linien-Quellfunktion ergibt sich aus Gl. (I-12a):

(I-13) $$S_{ul} = \frac{1}{\varepsilon_{ul}^{+}+\delta}\cdot\overline{\left(\frac{dH_y}{dt_y}\right)} + \left[\frac{\varepsilon_{ul}^{*}+\tilde{\delta}}{\varepsilon_{ul}^{+}+\delta}\cdot B + \frac{\alpha\delta}{\varepsilon_{ul}^{+}+\delta}\cdot\tilde{J}_{ul}\right].$$

Andererseits ergibt sich (dH_y/dt_y) aus der formalen Lösung der Strahlungstransport-Gleichung:

(I-14) $$\frac{dH_y}{dt_y} = J_y - S_y = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} S_y(x)\, E_1(|x-t_y|)\, dx - S_y$$

$$= \left(\underline{\underline{\Lambda}} - 1\right)\circ S_y = \underline{\underline{Z}}_y \circ S_y \quad .$$

Der Operator $\underline{\underline{\Lambda}}_y$ ist definiert durch

(I-14a) $$\left(\underline{\underline{\Lambda}}_y \circ f\right)(t_y) = \frac{1}{2}\int_0^{\infty} f(x)\cdot E_1(|x-t_y|)\, dx \quad .$$

Hiermit und Gl. (I-7a,c):

(I-14b) $$\overline{\left(\frac{dH_y}{dt_y}\right)} = \left(\!\!\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi_y\cdot\underline{\underline{Z}}_y\cdot\frac{\varphi_y}{\tau_o+\varphi_y}\, dy\right)\!\!\right)\circ S_{ul} + \ldots$$

$$\ldots + \left(\!\!\left(\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi_y\cdot\underline{\underline{Z}}_y\cdot\left(1-\frac{\varphi_y}{\tau_o+\varphi_y}\right) dy\right)\!\!\right)\circ\left[(1-\alpha)B + \alpha J_y\right]$$

$$= \underline{\underline{X}}'\circ S_{ul} + \underline{Y}'\circ\left[(1-\alpha)B + \alpha J_y\right] \quad .$$

Doppelklammern oder doppelt unterstrichene Größen sollen Operatoren

kennzeichnen.

(I-14b) in (I-13) eingesetzt ergibt:

$$S_{ul} = \left(\!\left(1-\underline{\underline{X}}\right)\!\right)^{-1} \circ \left\{ \underline{\underline{Y}} \circ \left[(1-a)\,B + a\,\eta_y\right] + \left(\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^+ + \delta}\right)_{ul} \cdot B \;+\; \ldots \right.$$

(I-15)

$$\left. \ldots + \left(\frac{\delta}{\varepsilon^+ + \delta}\right)_{ul} \cdot \left[(1-a)\,B + a\,\tilde{\eta}_{ul}\right] \right\} \quad ,$$

$$\underline{\underline{X}} = \frac{1}{(\varepsilon^+ + \delta)_{ul}} \cdot \underline{\underline{X}}' \quad , \quad \underline{\underline{Y}} = \frac{1}{(\varepsilon^+ + \delta)_{ul}} \cdot \underline{\underline{Y}}' \quad .$$

In Gl. (I-15) treten noch Terme $\sim a \cdot J_y$ auf, die die Streuung im Kontinuum beschreiben. Diese Terme werden gegenüber den Termen $\sim (1-a) \cdot B$ erst in höheren Schichten (deutlich oberhalb des Temperatur-Minimums) wichtig. Dort aber dominiert in Gl. (I-15) der Term

$$\left(\!\left(1-\underline{\underline{X}}\right)\!\right)^{-1} \circ \left[\frac{\varepsilon^*}{\varepsilon^+ + \delta} \cdot B\right] \quad .$$

Es genügt daher, für J_y bzw. $\tilde{J}_y$ in Gl. (I-15) grobe Schätzwerte einzusetzen. Wir setzen $J_y = \tilde{J}_{ul} = J_c$ ein, um die Rechnung möglichst einfach zu halten. $\tilde{J}_{ul}$ ist ein Mittel von J_y über die Linie mit

$$W_y = \frac{1}{\delta} \cdot \frac{\Phi_y \cdot r_o}{r_o + \varphi_y}$$

als Gewichtsfunktion. $W_y \approx$ const solange $\varphi_y \gg r_o$. Bei starken Linien ($r_o \ll 1$) ist W_y annähernd eine Stufenfunktion, die bei einem abschneidet, bei dem Teile des Dopplerkerns bereits transparent sind. Daher gilt $\overline{J}_{ul} < \tilde{J}_{ul} < J_c$.

Mit $J_y = \tilde{J}_{ul} = J_c$ ergibt sich:

(I-16a)

$$S_{ul} = \left(\!\left(1-\underline{\underline{X}}\right)\!\right)^{-1} \circ \left\{ \frac{\varepsilon^*_{ul} \cdot B + (1-a) \cdot \delta \cdot S_c}{\varepsilon^+_{ul} + \delta} + \underline{\underline{Y}} \cdot S_c \right\}$$

(I-16b)

$$S_c = a\,B + (1-a)\,\eta_c = \left[\!\left[1-(1-a)\left(\underline{\underline{\Lambda}}_c + 1\right)\right]\!\right]^{-1} \circ \left[(1-a) \cdot B\right]$$

(I-16c) $$\left(\underline{\underline{Z}}_y \cdot f\right)(t_y) = \frac{1}{2}\int_0^\infty f(x)\, E_1(|x - t_y|)\, dx \quad - f(t_y)$$

(I-16d) $$\underline{\underline{X}} = \frac{1}{\varepsilon^+_{ul} + \delta}\left(\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\underline{\Phi}}_y \cdot \underline{\underline{Z}}_y \cdot \frac{\varphi_y}{t_o + \varphi_y}\, dy\right)\right)$$

(I-16e) $$\underline{\underline{Y}} = \frac{1}{\varepsilon^+_{ul} + \delta}\left(\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\underline{\Phi}}_y \underline{\underline{Z}}_y \cdot \left(1 - \frac{\varphi_y}{t_o + \varphi_y}\right) dy\right)\right)$$

(I-16f) $$\delta = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\underline{\Phi}}_y \cdot \frac{t_o}{t_o + \varphi_y}\, dy$$

Sind die Größen ε^*_{ul} , ε^+_{ul} und die $t_y(h)$-Relationen bekannt, kann $S_{ul}(h)$ zu gegebenem B(h) gemäß Gl. (I.-16a,b) berechnet werden.

Bei der Diskretisierung der Höhen-Variablen werden die Operatoren $\underline{\underline{Z}}_y$, $\underline{\underline{X}}$, $\underline{\underline{Y}}$ zu N x N - Matrizen, wenn N die Zahl der h-Stützstellen ist. Entsprechend werden aus B(h), $S_c(h)$, $S_{ul}(h)$ N-dimensionale Vektoren. Die Matrixelemente für $\underline{\underline{Z}}_y$ werden nach einem von Avrett u. Loeser (1963) entwickeltem Verfahren berechnet. Dieses Verfahren wird bei Athay (1972, p. 239 ff) ausführlich beschrieben.

Die Quellfunktion wird letztlich über die gemittelte Fluß-Divergenz

$$\overline{\left(\frac{dH_y}{dt_y}\right)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{\underline{\Phi}}_y \cdot \left(\frac{dH_y}{dt_y}\right) \cdot dy$$

berechnet, siehe Gl. (I-13). Daher wird dieses Verfahren zur Brechung von S_{ul} das "integrale Fluß-Divergenz-Verfahren" genannt (Athay u. Skumanich, 1967).

§ I-2.3: Rechenschema.

Zur Berechnung von S_{ul} nach Gl. (I-16a) müssen die Größen ε^*_{ul} , ε^+_{ul} vorher bekannt sein. Sie können nach Gl. (I-10b-g) aus den Raten berechnet werden. Diese Raten hängen aber von den Strahlungsfeldern aller Übergänge mit Ausnahme des Strahlungsfeldes des betrachteten Übergangs u-l ab. Die Abhängigkeit der Raten von den entsprechenden Strahlungsfeldern ist analog zu Gl. (I-3).

Das Strahlungsfeld im Übergang i-j wird durch die 'net radiative bracket' φ_{ji} beschrieben (siehe auch § I-2.4):

$$\varrho_{ji} = 1 - \frac{c^2}{2h\nu^3} \cdot \left(\frac{b_i}{b_j} \cdot \frac{1}{\beta_{ji}}\right) \cdot \overline{J}_{ji} = 1 - \frac{\overline{J}_{ji}}{S_{ji}} \quad .$$

$\overline{J}_{ji}$ kann mit Gl. (I-1oa) eliminiert werden:

(I-17) $$\varrho_{ji} = -\varepsilon^{\dagger}_{ji} + \varepsilon^{*}_{ji} \cdot \frac{B}{S_{ji}} \quad .$$

Es bietet sich daher folgendes Rechenschema an:

(a) Vorgabe von $\varrho_{ji}(h)$ für jeden Übergang j-i.

(b) Berechnung der Raten nach Gl. (I-9):

$$P_{ji} = g_i \beta_j \left(C_{ji} + A_{ji} \cdot \varrho_{ji}\right) \quad , \quad \varrho_{ji} \equiv 0 \quad \text{wenn } j < i \quad .$$

(c) Lösen der statist. Gl. (I-4b), (I-5) → N_i

(d) Berechnung von $\varepsilon^{\dagger}_{ji}$, ε^{*}_{ji} nach Gl. (I-1ob ff)

Für jeden Übergang u-l getrennt (u > 1):

(e) Berechnung von $t_y(h)$ (abhängig von N_1 !)

(f) Berechnung der Matrizen $\underline{\underline{Z}}_y$, $\underline{\underline{X}}$, $\underline{\underline{Y}}$

(g) Berechnung von S_c nach Gl. (I-16b), S_{ul} nach Gl. (I-16a)

(h) Berechne ϱ_{ul} nach Gl. (I-17)

Mit den so für jeden Übergang neu berechneten ϱ_{ji} nach (b) gehen, Wiederholung der Rechnung, usw. bis für jeden Übegang die Quellfunktion sich im Vergleich zum vorhergehenden Durchgang nicht mehr merklich ändert.

(i) Berechnung der Linienprofile:

$$\overline{I}_y = \int_0^{\infty} S_y \exp\left(-t_y/\mu\right) \cdot \frac{dt_y}{\mu} \quad .$$

(k) Falte I_y mit Gauß-Verteilung gemäß Makroturbulenz.

(l) Beitragskurve ("pro loo km"): $$\widetilde{\psi}(h,y) = S_y(h) e^{-t_y(h)} \cdot \left(\varkappa_y + \varkappa_c\right) \cdot \frac{10^7}{I_y(\mu=1)}$$

Zusammenfassen von Feinstruktur-Niveaus:

Sind die Stoßraten zwischen den Feinstruktur-Niveaus so groß, daß die relative Besetzung dieser Niveaus durch die Boltzmann-Verteilung hinreichend genau beschrieben wird, kann man bei der Berechnung des Ionisations- und Anregungs-Gleichgewichts diese Feinstruktur-Niveaus zu

einem "fiktiven" Niveau zusammenfassen. Die Raten der Übergänge zwischen diesem Niveau und anderen Niveaus des Atoms müssen so gewählt werden, daß die Lösung des statistischen Gleichungs-Systems für das fiktive Niveau eine Besetzungszahl ergibt, die gleich ist der Summe der tatsächlichen Besetzungszahlen der Einzel-Niveaus, die zu dem fiktiven Niveau zusammengesetzt wurden.
Es zeigt sich, daß das statistische Gleichungs-System Gl. (I-4), bei dem die Feinstruktur-Niveaus getrennt behandelt sind, äquivalent ist mit einem analogen Gleichungs-System, bei dem an Stelle der Feinstruktur-Niveaus das fiktive Niveau steht und bei dem für die Raten zum und vom fiktiven Niveau gesetzt wird:

$$P_{ik} = g_i \beta_i \sum_l R_{i|kl} \qquad (i < k) \ ,$$

$$P_{kj} = \sum_l g_{kl} \beta_{kj} \cdot R_{kl|j} \qquad (k < j) \ .$$

Hierbei steht der Index k für das fiktive Niveau. g_{kl} ist das statistische Gewicht der l-ten Komponente des fiktiven Gesamt-Niveaus k, $R_{i|kl}$ ist die Rate von einem Niveau i zum Feinstruktur-Niveau (k, l), $R_{kl|j}$ ist die Rate von diesem Feinstruktur-Niveau zu einem anderen Niveau j.

Die Quellfunktion des Übergangs $k \rightarrow j$ $(k < j)$ wird für eine "typische" Linie des Multipletts $(k,l^*) \rightarrow j$ berechnet, wobei zur Berechnung der τ-Skalen die Zahl der Atome, bei denen das Feinstruktur-Niveau (k,l^*) angeregt ist, mit Hilfe der Boltzmann-Gleichung aus der Besetzungszahl des fiktiven Niveaus k berechnet wird. Mit der so berechneten Quellfunktion können die Profile aller Linien des Multipletts $(k,l) \rightarrow j$ berechnet werden, wobei die Besetzung des jeweiligen unteren Feinstruktur-Niveaus mit Hilfe der Boltzmann-Gleichung berechnet wird.

Der für die vorliegenden Rechnungen benutzte Computer-Code ist eine Modifikation eines von R.C. Canfield freundlicherweise zur Verfügung gestellten Programms.

§ I-2.4: Berechnung der Raten

Für einen Übergang i-j (i< j) haben die Linien-Absorptions-Rate $B_{ij} \cdot \overline{J}_{ji}$ und die Rate für spontane Emission A_{ji} meistens numerisch die größten Werte. Wie man an Gl. (I-1) sieht, kommen in den statistischen Gleichungen die Differenzen

$$N_i \cdot B_{ij} \cdot \overline{J}_{ji} - N_j \cdot A_{ji}$$

vor. In vielen Fällen sind beide Glieder fast gleich groß. Kleine numerische Fehler in $\overline{J}_{ji}$ oder in N_i, N_j können daher die Differenz stark verfälschen. Man formuliert daher die Raten in Gl. (I-1) mit Hilfe der 'net radiative bracket', definiert über

$$\varrho_{ji} \cdot N_j \cdot A_{ji} = N_j \cdot A_{ji} - \left(N_i B_{ij} - N_j B_{ji} \right) \cdot \overline{J}_{ji} \qquad (j > i) \tag{I-18}$$

Damit lassen sich die Raten zwischen den gebundenen Niveaus wie folgt schreiben:

$$\begin{aligned} R_{ji} &= C_{ji} + A_{ji} \cdot \varrho_{ji} \\ R_{ij} &= C_{ij} \end{aligned} \qquad (n \geq j > i) \tag{I-19}$$

C_{ji}, C_{ij} sind die Stoßraten. Für ϱ_{ji} läßt sich schreiben:

$$\varrho_{ji} = 1 - \frac{c^2}{2h\nu^3} \left(\frac{b_i}{b_j} \cdot \frac{1}{\beta_{ji}} - 1 \right) \cdot \overline{J}_{ji} = 1 - \frac{\overline{J}_{ji}}{S_{ji}} \tag{I-2o}$$

wobei die Einstein-Relationen zwischen B_{ij}, B_{ji}, A_{ji}, die Definitions-Gl. (I-3) für die b_i und Gl. (I-7b) benutzt wurden. ϱ_{ji} wird aus dem Strahlungstransport berechnet (§ I-2.3).

Stoßraten:

Es werden nur Stöße mit Elektronen berücksichtigt. Ist $Q_{ij}(E)$ der Stoßquerschnitt für Stoßanregung durch Elektronen mit der kinetischen Energie E, so gilt für die Stoßrate C_{ij}:

$$C_{ij} = N_e \cdot \int_{v_0}^{\infty} Q_{ij}\left(E(v)\right) \cdot v \cdot f(v)\, dv$$

oder:

(I-21a) $$C_{ij} = N_e \left(\frac{8kT_e}{\pi m}\right)^{1/2} \cdot \varrho^{-\frac{E_o}{kT_e}} \cdot \left(1 + \frac{E_o}{kT_e}\right) \cdot \overline{Q}_{ij}(T_e)$$

(I-21b) $$\overline{Q}_{ij}(T_e) = \frac{1}{1+\frac{E_o}{kT_e}} \int_0^\infty Q_{ij}(E_o + X kT_e) \cdot \left(X + \frac{E_o}{kT_e}\right) \varrho^{-X} \cdot dX$$

(f(v) ist die Maxwell-Verteilung, E_o die Anregungs-Energie. Die Abhängigkeit $Q_{ij}(T_e)$ wird für einige Temperatur-Werte vor Beginn der eigentlichen Rechnungen berechnet. Zwischen diesen Q_{ij}-Werten wird bei der Berechnung von $C_{ij}(T_e, N_e)$ (Gl.I-21a) interpoliert.

Die Raten C_{ji} lassen sich aus den C_{ij} gemäß

(I-22) $$g_j \beta_j \cdot C_{ji} = g_i \beta_i \cdot C_{ij}$$

berechnen.

Die Stoß-Ionisations-Raten C_{ic}, C_{ci} werden analog zu Gl. (I-21a) und Gl. (I-22) aus den entsprechenden Stoßquerschnitten Q_{ic} berechnet.

Die Photo-Ionisations-Raten werden berechnet gemäß

(I-23) $$A_{ic} = 4\pi \int_{\nu_{ion}-\nu_i}^\infty \alpha_\nu^{(i)} \cdot J_\nu \cdot \frac{d\nu}{h\nu}$$

$\nu_{ion} - \nu_i$ ist die Frequenz der Ionisations-Kante. Der Photoionisations-Querschnitt $\alpha_\nu^{(i)}$ wird approximiert durch

(I-24) $$\alpha_\nu^{(i)} = \alpha_\circ^{(i)} \cdot \left(\frac{\nu}{\nu_{ion} - \nu_i}\right)^{-n_i} ,$$

wobei n_i ganzzahlig ist. J_ν wird durch eine Planckfunktion mit geeignetem Temperaturwert T_{ion} dargestellt:

(I-25) $$J_\nu = B(T_{ion}) \approx \frac{2h\nu^3}{c^2} \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_{ion}}\right) .$$

Mit diesen Approximationen kann das Integral (I-23) analytisch ausgewertet werden.

In den Schichten, in denen das ionisierende Strahlungsfeld optisch dünn ist, ist J_ν höhenunabhängig und kann aus den beobachteten Intensitäten I_ν bzw. Strahlungstemperaturen $T_b(\nu)$ bestimmt werden:

$$J_\nu = \int_{4\pi} I_\nu \frac{d\Omega}{4\pi} \approx \frac{1}{2} I_\nu = \frac{1}{2} B(T_b) \quad .$$

Wenn J_ν stark innerhalb des für Gl. (I-23) wichtigen Frequenzbereichs variiert, muß ein "effektives" T_{ion} bestimmt werden, so daß gilt:

$$\int_{\nu_{ion}-\nu_i}^{\infty} \nu^{-(\eta_i+1)} \cdot \left(\frac{1}{2} I_\nu\right) d\nu = \int_{\nu_{ion}-\nu_i}^{\infty} \nu^{-(\eta_i+1)} \cdot B(T_{ion})\, d\nu \quad .$$

Das Integral auf der rechten Seite dieser Gleichung kann analytisch ausgewertet werden, das auf der linken Seite durch eine geeignete mechanische Quadratur, wobei I_ν aus Messungen zu entnehmen ist (möglichst breitbandig, um Linien mit zu berücksichtigen).

Die Photo-Rekombinations-Raten A_{ci} folgen aus den A_{ic} gemäß dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichts:

$$g_c \beta_c A_{ci} = g_i \beta_i \cdot A_{ic} \left(J_\nu = J_\nu^{(LTE)}\right)$$

also:

(I-26)
$$A_{ci} = \frac{g_i \beta_i}{g_c \beta_c} \cdot 4\pi \int_{\nu_{ion}-\nu_i}^{\infty} \alpha_\nu^{(i)} \cdot B(T_e) \frac{d\nu}{h\nu}$$

mit
$$g_c \beta_c = \left(\frac{2\pi m k}{h^2}\right)^{3/2} \cdot \frac{2 u_c}{N_e} \cdot T_e^{3/2} \exp\left(-\frac{\chi_{ion}}{k T_e}\right) .$$

Man beachte, daß im Integral von Gl. (I-26) die lokale Planck-Funktion auftritt, im Gegensatz zu Gl. (I-23), wo die (nicht-lokale) Strahlungsintensität steht.

§ I-3: Der Sonderfall Wasserstoff. Die Dichte-Schichtung

Der Wasserstoff stellt aus zwei Gründen einen Sonderfall dar:

(1) das Lyman-Kontinuum ist in der Chromosphäre nicht optisch dünn wie die anderen gebunden-frei-Übergänge. Daher muß der Strahlungstransport im Lyman-Kontinuum analog zum Strahlungstransport in einer Spektrallinie berechnet werden.

(2) Das Ionisations-Gleichgewicht des Wasserstoffs beeinflußt wesentlich die Elektronen-Dichte in der Chromosphäre.

§ I-3.1 Strahlungstransport im Lyman-Kontinuum

Die Berechnung der Quellfunktion für das Ly-Kontinuum erfolgt analog zu den in § I-2.2 beschriebenen Verfahren. Es ist jedoch zu berücksichtigen, daß die in Gl. (I-16d, e, f) vorkommenden Frequenz-Integrale von ν_{ion} bis ∞ auszuführen sind und daß nunmehr die Frequenzabhängigkeit von B und S zu berücksichtigen ist. Mit

$$\Phi_y \sim y^{-3} \quad , \quad S_y \sim y^3 \cdot \exp\left[-h(\nu-\nu_{ion})/kT_e\right] \cdot S_{1c}$$

ergibt sich unter Vernachlässigung zusätzlicher Opazitäten:

$$(I\text{-}27a) \qquad S_{1c} = \left(\left(1-\underline{\underline{\Lambda}}\right)^{-1} \circ \left[\frac{\varepsilon^*_{c1}}{\varepsilon^+_{c1}} \cdot B\right] \right. ,$$

$$\underline{\underline{\Lambda}} = \frac{\exp(-h\nu_{ion}/kT_e)}{\varepsilon^+_{c1} \cdot E_1(h\nu_{ion}/kT_e)} \cdot \int_1^\infty \frac{1}{y}\, \underline{\underline{Z}}_y \cdot \exp\left[-\frac{h\nu_{ion}}{kT_e}(y-1)\right] dy \; .$$

Diese Gleichungen sind analog zu (I-16a), (I-16d) mit $r_o = 0$. $\underline{\underline{Z}}_y$ ist in Gl. (I-14) definiert.

§ I-3.2 Hydrostatische Druck-Schichtung:

Bezeichnungen:

P_g Gas-Druck einschl. Elektronen-Druck

P_t Turbulenz-Druck

ρ Massen-Dichte

ξ Mikroturbulenz-Geschwindigkeit

$E = N_H / (N_{Met} + N_H)$

g Gravitations-Beschleunigung auf der Sonnenoberfläche ($2.74 \cdot 10^4$ cm/s^{-2})

$Y = N_{He}/N_H$ Helium-Häufigkeit (Teilchen-Zahlen)

$Z = N_{Met}/N_H$ "Metall"-Häufigkeit (Teilchen-Zahlen)

m_H Masse des Wasserstoff-Atoms.

Hydrostatische Gleichung:

(I-28)
$$d(P_g + P_t) = -g\rho\, dh$$
$$P_g = kT_e N_H \cdot \left(1 + Y + Z + \frac{N_e}{N_H}\right) \approx kT_e N_H \cdot \left(Y + \frac{1}{E}\right)$$
$$P_t = \frac{1}{2}\rho\xi^2$$
$$\rho = N_H m_H \left(1 + 4Y + Z \cdot \frac{m_{Met}}{m_H} + \frac{N_e}{N_H} \cdot \frac{m}{m_H}\right) \approx N_H m_H (1 + 4Y)$$

Aus (I-28) folgt damit:
$$d\ln N_H = -d\ln f - \frac{g m_H (1+4Y)}{f} \cdot dh$$
$$f(h) = \left(Y + \frac{1}{E}\right) kT_e + \frac{m_H}{2}(1+4Y) \cdot \xi^2$$

mit der Lösung

(I-29)
$$N_H(h) = N_H(h_o) f(h_o) \frac{1}{f(h)} \cdot \exp\left(-g m_H (1+4Y) \int_{h_o}^{h} \frac{dx}{f(x)}\right)$$

h_o ist die Höhe, für die N_H vorgegeben wird. $N(h_o)$ ist so zu wählen, daß bei $h = o$ $\tau_{5000} = 1$ ist.

Berechnung von N_e:

Aus der Berechnung des Ionisations- und Anregungs-Gleichgewichts des Wasserstoffs zu gegebenem Atmosphären-Modell ergeben sich die Abweichungskoeffizienten b_1 und mit ihnen die Zahl N_1 der Wasserstoff-Atome im Grundzustand:

$$N_H \left[1 + \left(\sum_{i=2}^{n} \frac{b_i}{b_1} \cdot \frac{g_i}{g_1} \cdot \beta_{1i}\right) + \frac{1}{b_1} \cdot \frac{g_c}{g_1} \beta_c\right]^{-1} = N_H \left[1 + \sum_{i=2}^{n} \frac{N_i}{N_1} + \frac{N_e}{N_1}\right]^{-1}$$
$$= \frac{N_H \cdot N_1}{\sum_{i=1}^{n} N_i} = N_1 .$$

Mit den so berechneten N_1 folgt aus der Definition von b_1 (und $N_{H^+} \equiv N_c$):

$$F_0 \equiv N_{H^+} \cdot N_e = \frac{N_1}{b_1} \cdot \left(\frac{N_1}{N_c \cdot N_e} \right)^{-1}_{LTE} = \frac{N_1}{b_1} \left(\frac{2\pi m k}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \frac{2 u_c}{g_1} \cdot T_e^{3/2} \cdot \exp\left(- \frac{\chi_{ion}}{k T_e} \right) . \tag{I-30}$$

Den Anteil der von den "Metallen" gelieferten Elektronen berechnen wir unter der Annahme von LTE, wobei zusätzlich angenommen wird, daß sich die Metalle entweder im 1-fach ionisierten oder im neutralen Zustand befinden:

$$\Sigma N_{Me^+} = \sum_{Metalle} \varepsilon_j \cdot \frac{f_j(T_e)/N_e}{f_j(T_e)/N_e + 1} \tag{I-31}$$

$$f_j(T_e) = \left(\frac{2\pi m k}{h^2} \right)^{3/2} \cdot \left(\frac{2 u_{Me^+}}{u_{Me}} \right)_j \cdot T_e^{3/2} \cdot \exp\left(- \frac{\chi_{ion}^{(j)}}{k T_e} \right)$$

ε_j ist die Häufigkeit des Metalls "j" relativ zu Wasserstoff. Normalerweise ist

Aus der Bedingung

$$N_e = N_{H^+} + \sum_{Metalle} N_{Me^+}$$

und (I-3o), (I-31):

$$N_e^2 = F_0 + N_e \cdot N_H \sum_{Metalle} \varepsilon_j \cdot \frac{1}{N_e / f_j(T_e) + 1} = F_0 + N_e \cdot F_1(T_e, N_e)$$

folgt:

$$N_e = -\frac{1}{2} F_1(T_e, N_e) + \left[\frac{1}{4} F_1^2(T_e, N_e) + F_0 \right]^{1/2} . \tag{I-32}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung enthält noch eine (meist schwache) Abhängigkeit von N_e. (I-32) wird daher iterativ gelöst.

Die bei der Berechnung von N_e berücksichtigten Metalle und ihre angenommenen Häufigkeiten sind in Tab. I-3 angegeben.

§ I-3.3 Rechenschema:

Das statistische Gleichgewicht hängt sowohl direkt als auch über die Raten von der Dichte-Schichtung ab, diese wiederum über den Elektronendruck von dem Ionisations-Gleichgewicht des Wasserstoffs. Es müssen daher nicht nur ein Iterations-Schema zur simultanen Lösung der statistischen Gleichungen und der Strahlungs-Transportgleichung durchgeführt werden, sondern es ist zusätzlich in einem übergeordneten Iterations-Verfahren die Hydrostatik mit dem statistischen Gleichgewicht zu verbinden. Es bietet sich das in Fig. I-1 skizzierte Rechenschema an (Athay u. Canfield, 197o).

Modell-Wasserstoff-Atom:

Zur Berechnung des Abgrenzungs- und Ionisations-Gleichgewichts benutzten wir ein 3-Niveau-Modell des Wasserstoff-Atoms. In Tab. I-2 sind die benutzten Werte für die Atomparameter zusammengestellt. Das in der Tabelle aufgeführte vierte Niveau wurde berücksichtigt, wenn Profile von H_α, H_β berechnet werden sollten.

Für die Lyman-Linien wurde detailliertes Strahlungs-Gleichgewicht vorausgesetzt, d.h. die entsprechenden 'net radiative brackets' wurden Null gesetzt. Rechnungen von Milkey u. Mihalas (1973), bei denen der Strahlungstransport in den Lyman-Linien korrekt behandelt wurde, zeigen, daß mit dieser Annahme das Ionisations-Gleichgewicht des Wasserstoffs für unsere Zwecke hinreichend genau berechnet werden kann.

Bei der Berechnung des Linien-Absorptionskoeffizienten von H_α und H_β wurden Verbreiterung durch Strahlungs-Dämpfung, durch Resonanz-Dämpfung und durch den linearen Stark-Effekt berücksichtigt. Die von Vidal et al. (1971) gerechneten Stark- und Doppler-verbreiterten Profile wurden für die gewünschte Temperatur und Elektronendichte interpoliert und anschließend mit einem Lorentz-Profil gefaltet, dessen Dämpfungs-Konstante sich aus Strahlungs- und Resonanz-Dämpfung zusammensetzt.

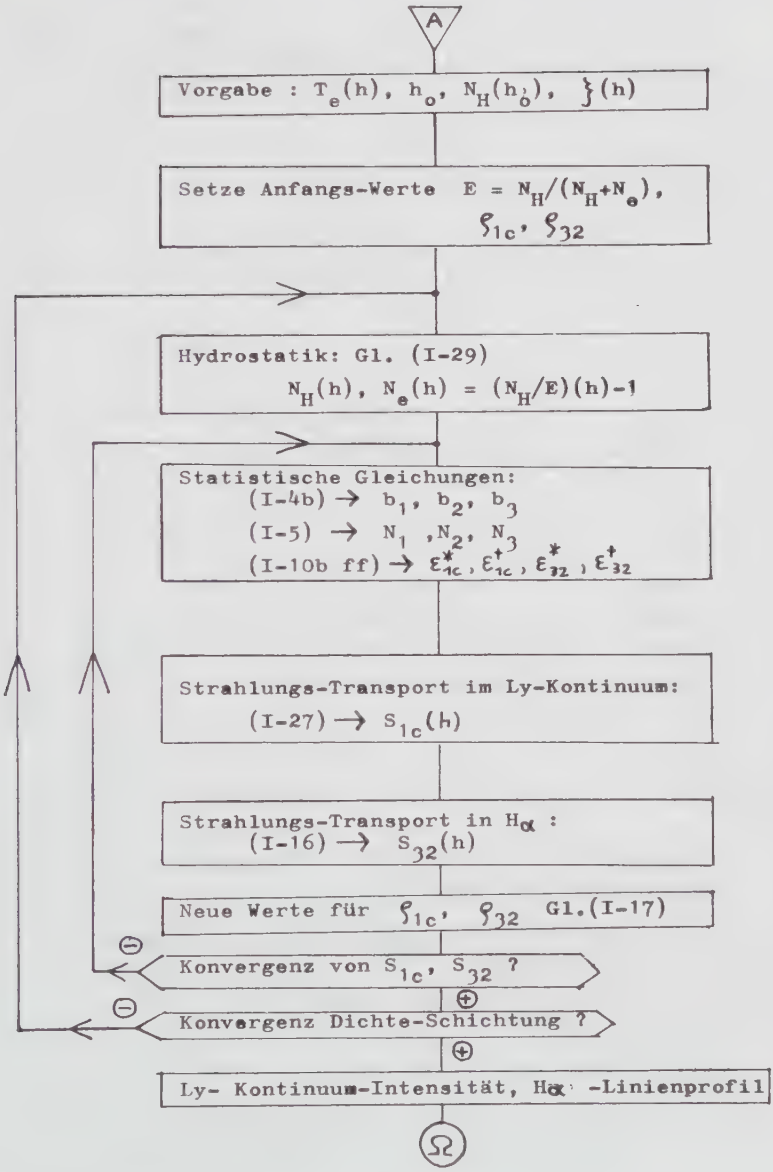


Fig. I-1 : Flußdiagramm zur Berechnung der Dichte-Schichtung und des H_α -Profils.

Tab. I-2 Atomparameter des Wasserstoff-Modells

i	$\frac{\nu_{exc}}{10^{15}\,Hz}$	g_i	$\frac{\bar{Q}_{ic}}{\pi a_0^2}$ (5000 K)	$\frac{\alpha_0^{(i)}}{10^{-18}\,cm^2}$	$n^{(i)}$	$T_{ion}^{(i)}$
			(1)	(2)		(3)
1	0.000	2.0	1.63 - 2	6.31	3	-
2	2.466	8.0	1.27 + 0	13.9	3	5000
3	2.922	18.0	9.77 + 0	21.6	3	4700
4	3.082	32.0	3.85 + 1	29.3	3	4500

i-j	λ/Å	A_{ji} $10^7\,Hz$	$\frac{\bar{Q}_{ij}}{\pi a_0^2}$ (5000 K)
		(4)	(1)
1-2	1216.	47.0	0.45
1-3	1026.	5.58	0.073
1-4	972.5	1.29	0.025
2-3	6563.	4.41	24.9
2-4	4861.	0.842	3.87
3-4	18751.	0.899	160.

Bemerkungen:

(1) Johnson (1972). Approximations-Formel

(2) Gaunt-Faktoren von Karzas u. Latter (1961)

(3) Aus gemessenen Strahlungstemperaturen, zusammengestellt bei Vernazza et al. (1975)

(4) Wiese et al. (1969)

Tab. I-3 Chemische Häufigkeiten für die Berechnung der Druck-Schichtungen

Element	$\varepsilon = \frac{N_{Elem}}{N_H}$	Element	$\varepsilon = \frac{N_{Elem}}{N_H}$
He	7.0 - 2 *	Ca	2.1 - 6
Na	2.0 - 6	Cr	7.8 - 7
Mg	3.0 - 5	Fe	2.0 - 5
Al	2.5 - 6	Ni	3.4 - 6
Si	4.46 - 5		

* lies: $7.0 \cdot 10^{-2}$

§ I-4 : Beschreibung einiger Größen, die bei der Diskussion des Verhaltens von Spektrallinien wichtig sind

§ I-4.1: Entweich-Wahrscheinlichkeit

Ein Photon kann bei einem Frequenzabstand $\Delta\nu$ vom Linienzentrum dann aus der Atmosphäre entwichen, wenn die Linie bei $y = \Delta\nu/\Delta\nu_D$ optisch dünn ist. Ein absorbiertes Photon wird mit der Wahrscheinlichkeit Φ_y bei der Frequenz y wieder emittiert, falls es nicht durch andere Prozesse zerstört wird. Wir setzen hierbei vollständige Inkohärenz der Re-Emission voraus. Φ_y ist das Linien-Absorptionsprofil ($\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_y \, dy = 1$). Ist y_1 die Frequenz, bei der $\tau_{y_1} = 1$ ist, gilt näherungsweise für die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon nach spontaner Emission entweichen kann:

$$\text{(I-33)} \qquad P_{esc} \approx \int_{y_1}^{\infty} \Phi_y \, dy \quad , \qquad \tau_{y_1} = 1 \; .$$

§ I-4.2 Zerstörungs-Wahrscheinlichkeiten:

Für die Wahrscheinlichkeit, daß ein Photon der Frequenz y bei der nächsten Absorption durch Kontinuums-Absorption "zerstört" wird, gilt:

$$P_{cont}(y) = \frac{\varkappa_c}{\varkappa_c + \varkappa_y} = \frac{\tau_0}{\tau_0 + \varphi_y} \; .$$

Für die mittlere Wahrscheinlichkeit, daß ein Linien-Photon (beliebige Frequenz) durch Kontinuum absorbiert wird, ergibt sich:

$$\text{(I-34)} \qquad \overline{P}_{cont} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_y \cdot P_{cont}(y) \, dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_y \frac{\tau_0}{\tau_0 + \varphi_y} \, dy \underset{\text{(I-16f)}}{=} \delta \; .$$

δ ist einer der Parameter, die in die Berechnung der Linien-Quellfunktion eingehen (siehe Gl.I-16). Wir nehmen stets an, daß die Kontinuums-Absorptions-Prozesse im LTE sind. Dann hat die Absorption durch einen Kontinuums-Absorber zur Folge, daß die Energie des absorbierten Photons in das "Wärmebad" abgegeben wird und somit zur Kopplung der Linie-Quellfunktion an die lokale Planckfunktion $B(T_e)$ beiträgt. Je größer δ, um so stärker also der Einfluß der Kontinuums-Absorption, um so stärker auch die Kopplung zwischen S und B (T_e).

Ein Photon kann auch dadurch "zerstört" werden, indem nach erfolgter Linien-Absorption seine Energie durch überelastische Stöße ganz oder teilweise in die kinetische Energie des stoßenden Teilchens übergeht. Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist bei einem 2-Niveau-Atom (u = oberes, 1: unteres Niveau):

$$P_{coll} = \frac{C_{ul}}{A_{ul} + C_{ul}} = \frac{\varepsilon_{ul}}{\varepsilon_{ul}+1} \quad , \quad \varepsilon_{ul} = \frac{C_{ul}}{A_{ul}} \quad .$$

Die über alle Linienphotonen gemittelte Wahrscheinlichkeit, nach erfolgter Linien-Absorption durch Stoß zerstört zu werden, ist:

$$(I\text{-}35) \quad \overline{P}_{coll} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_y \frac{\varkappa_y}{\varkappa_y + \tau_o} \cdot \frac{\varepsilon_{ul}}{1+\varepsilon_{ul}} dy = (1-\delta) \frac{\varepsilon_{ul}}{1+\varepsilon_{ul}} \approx \varepsilon_{ul} \quad .$$

Im allgemeinen ist $\varepsilon_{ul}, \delta \ll 1$. Man beachte, daß ε_{ul} in den direkten Senken und Quellen der Quellfunktion auftritt (Gl. I-1o).

Die Zerstörung des Photons durch Stöße ist eine weitere Möglichkeit, wie Photonen-Energie an das Wärmebad abgegeben werden kann. P_{coll} bewirkt daher wie δ eine Ankopplung der Linien-Quellfunktion an die Planckfunktion. Die Wahrscheinlichkeit für "Thermalisierung" eines Photons ist daher:

$$(I\text{-}36) \quad P_{des} = \overline{P}_{coll} + \delta \approx \varepsilon_{ul} + \delta \quad .$$

§ I-4.3 Thermalisierungs-Tiefe

Die optische Tiefe im Linienzentrum, bei der

$$P_{esc} = P_{des}$$

gilt, ist die Thermalisierungs-Tiefe τ_{th}. Für $\tau_o > \tau_{th}$ werden die Photonen durch thermische Prozesse zerstört, bevor sie entweichen können und es gilt dort $S \approx B$. Die Linie ist "effektiv dick". Dagegen ist für $\tau_o < \tau_{th}$ trotz $\tau_o > 1$ die Wahrscheinlichkeit, daß das Photon nach hinreichend vielen Streuprozessen entweichen kann, größer als die Wahrscheinlichkeit, thermalisiert zu werden. Ob für $\tau_o < \tau_{th}$ die Linie noch auf die Temperatur-Schichtung reagiert, hängt davon ab, wie rasch P_{esc} mit der Höhe zunimmt und ob die Quellen und Senken in der Quellfunktion von der Temperatur abhängen.

§ I-4.4 Quellen und Senken der Quellfunktion

Die Terme $\varepsilon^*_{ul} \cdot B$ und ε^+_{ul} im Ausdruck (I-10a) für die Quellfunktion sind proportional zur Zahl der Photonen, die pro Volumen- und Zeiteinheit erzeugt oder zerstört werden. Außer durch thermische Prozesse (Erzeugung: Stoßanregung, Kontinuums-Emission; Zerstörung: Überelastische Stöße, Kontinuums-Absorption) können Photonen des Übergangs u-l durch Photo-Anregung des oberen Niveaus durch Übergänge $\neq$ u-l erzeugt bzw. durch die entsprechenden umgekehrten Prozesse zerstört werden ("interlocking"). Das drückt sich auch in der Form von $\varepsilon^*_{ul} \cdot B$, ε^+_{ul} aus:

$$\text{(I-37a)} \qquad \varepsilon^*_{ul} \cdot B = \frac{C_{lu}}{A_{ul}} + \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{g_l}{g_u} \cdot \frac{1}{A_{ul}} \cdot \frac{\Sigma^*_l}{p(lu|ul)}$$

$$\text{(I-37b)} \qquad \varepsilon^+_{ul} = \frac{C_{lu}}{A_{ul}} + \frac{1}{A_{ul}} \cdot \frac{\Sigma^*_u}{p(lu|ul)}$$

(siehe auch Gl. I-10). Wir haben hier der Einfachheit halber erzwungene Emission vernachlässigt.

Der erste Term in Gl. (I-37a) bzw. (I-37b) ist der direkte Quell- bzw. Senk-Term. Er ist thermischer Natur. Die übrigen Glieder in Gl.(I-37a,b) sind die indirekten Quellen und Senken. Sie stellen die Wechselwirkung des betrachteten Übergangs u - l mit den anderen Übergängen (einschließlich zur nächsthöheren Ionisations-Stufe) dar. Sie können thermisch oder nichtthermisch sein. Dominieren in dem Ausdruck (I-10a) für die Quellfunktion die direkten, thermischen Terme gegenüber dem Streu-Term $\bar{J}_{ul}$, ist S $\equiv$ B, die Linie ist "stoßdominiert". Ein Beispiel hierfür ist die Interkombinations-Linie MgI λ4571 (siehe Kap. III). In den meisten Fällen ist bei erlaubten Linien der Streuterm numerisch wesentlich größer als die Quell- und Senk-Terme. Zum anderen dominieren meistens in den indirekten Termen die Photo-Prozesse, vor allem Photo-Ionisation und -Rekombination. Nach Thomas (1957) unterscheidet man die folgenden Klassen von Linien: Linien, bei denen die direkten Quellen und Senken gegenüber den indirekten Termen dominieren, nennt man "stoßkontrolliert". Dominieren dagegen die Photo-Ionisations- und -Rekombinations-Raten gegenüber den direkten Quellen und Senken, nennt man die Linie "photoelektrisch kontrolliert" (Thomas, 1957). Im letzten Fall kann nicht erwartet werden, daß die Quellfunktion auf die Temperatur-Schichtung direkt anspricht.

Kapitel II : Die Resonanzlinien des Na I - Atoms.

Die beiden Resonanzlinien $3^2S_{1/2} - 3^2P_{1/2}$ (Na D_1, $\lambda = 5895.9\text{Å}$) und $3^2S_{1/2} - 3^2P_{3/2}$ (Na D_2, $\lambda = 5889.9\text{Å}$) (s.Fig.I-3) des neutralen Natrium atoms sind bereits mehrfach zur Analyse der unteren Chromosssphäre herangezogen worden. Im ersten Paragraphen dieses Kapitels werden die wichtigsten Arbeiten, die hierüber veröffentlicht wurden, besprochen. Anschließend werden detailliert die Rechnungen, die dieser Arbeit zu Grunde liegen, beschrieben und die resultierenden Ergebnisse diskutiert, soweit sie isoliert für die NA D - Linien behandelt werden können.

§ II-1 : Diskussion bisheriger Untersuchungen

§ II-1.1: Halbempirische Untersuchungen

Bei halbempirischen Untersuchungen wird aus beobachteten Linienprofilen und aus deren Mitte-Rand-Variation auf das Verhalten der Quellfunktion und des Linienabsorptionskoefizienten als Funktion der Höhe geschlossen. Durch Vergleich der D-Linien-Profile zu geeignet gewählten $\mu = \cos\vartheta$ (so daß τ_λ/μ bei beiden Linien identisch ist) schloß Waddell (1962b) auf Identität der bei den Quellfunktionen bei gleicher geometrischer Höhe. Vorausgesetzt werden mußte Isotropie der Linien-Verbreiterung und Frequenz-Unabhängigkeit der Quellfunktionen. Mit obigem Resultat und unter Anwendung der "Goldberg-Methode" bestimmte Waddell die Dopplerbreite $\Delta\lambda_D$ (h).
Bei der "Goldberg-Methode" werden diejenigen Wellenlängen-Abstände $\Delta\lambda_1$, $\Delta\lambda_2$ vom jeweiligen Linienzentrum bestimmt, bei denen beide Linien die gleiche Intensität $I(\mu)$ haben:

$$I(\mu) = I^{(D_1)}(\Delta\lambda_1, \mu) = I^{(D_2)}(\Delta\lambda_2, \mu) .$$

Die Doppelbreite für die Schicht, in der $I(\mu)$ entsteht, ergibt sich aus

$$\Delta\lambda_D = \sqrt{\frac{\Delta\lambda_1^2 - \Delta\lambda_2^2}{\ln \omega}} , \quad \omega = \frac{(g\cdot f)_{D_1}}{(g\cdot f)_{D_2}} .$$

Es ergab sich (siehe Fig. II-1):

a) Bei festem μ wächst $\Delta\lambda_D$ mit zunehmendem $I(\mu)$.

b) Bei vorgegebenem $I(\mu)$ nimmt $\Delta\lambda_D$ mit abnehmendem μ zu.

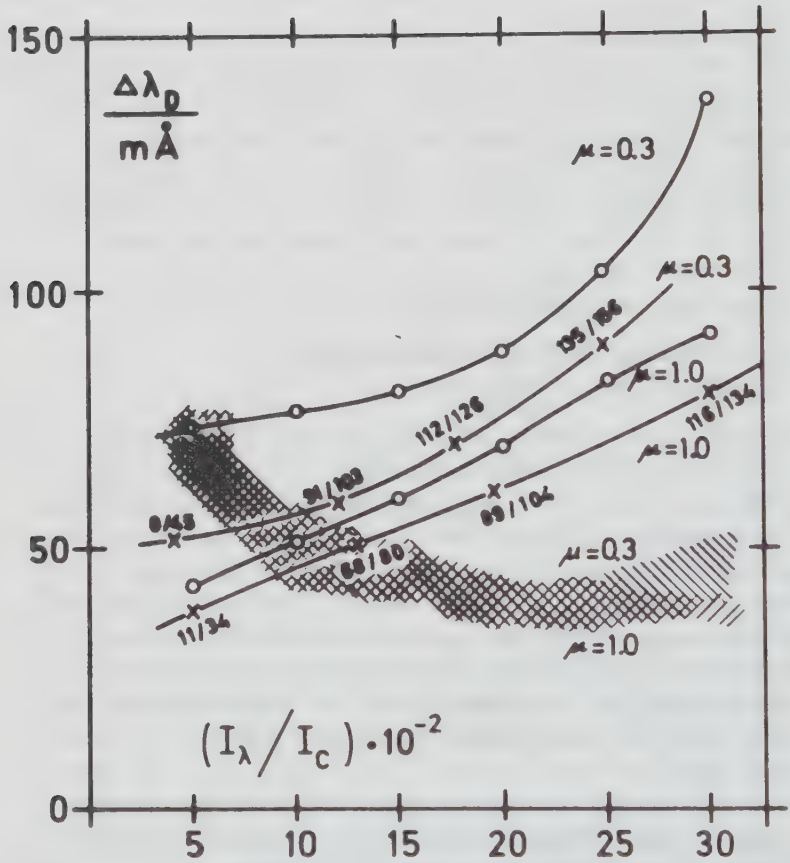


Fig. II-1: Dopplerbreiten, bestimmt nach der Goldberg-Methode.
——o—— : Waddells Analyse,
——x—— : aus gerechneten Profilen. Die Zahlenpaare sind die λ -Abstände vom Linienzentrum (mÅ) (D_1, D_2), bei denen $\Delta\lambda_D$ bestimmt wurde.

Schraffierte Fläche: Tatsächlicher Verlauf von $\Delta\lambda_D$ im Atmosphären-Modell, das der Rechnung zu Grunde lag. Die Breite des Streifens ergibt sich aus der Variation von $\Delta\lambda_D$ innerhalb des Höhenbereichs, in dem die jeweiligen Profilpunkte entstehen.

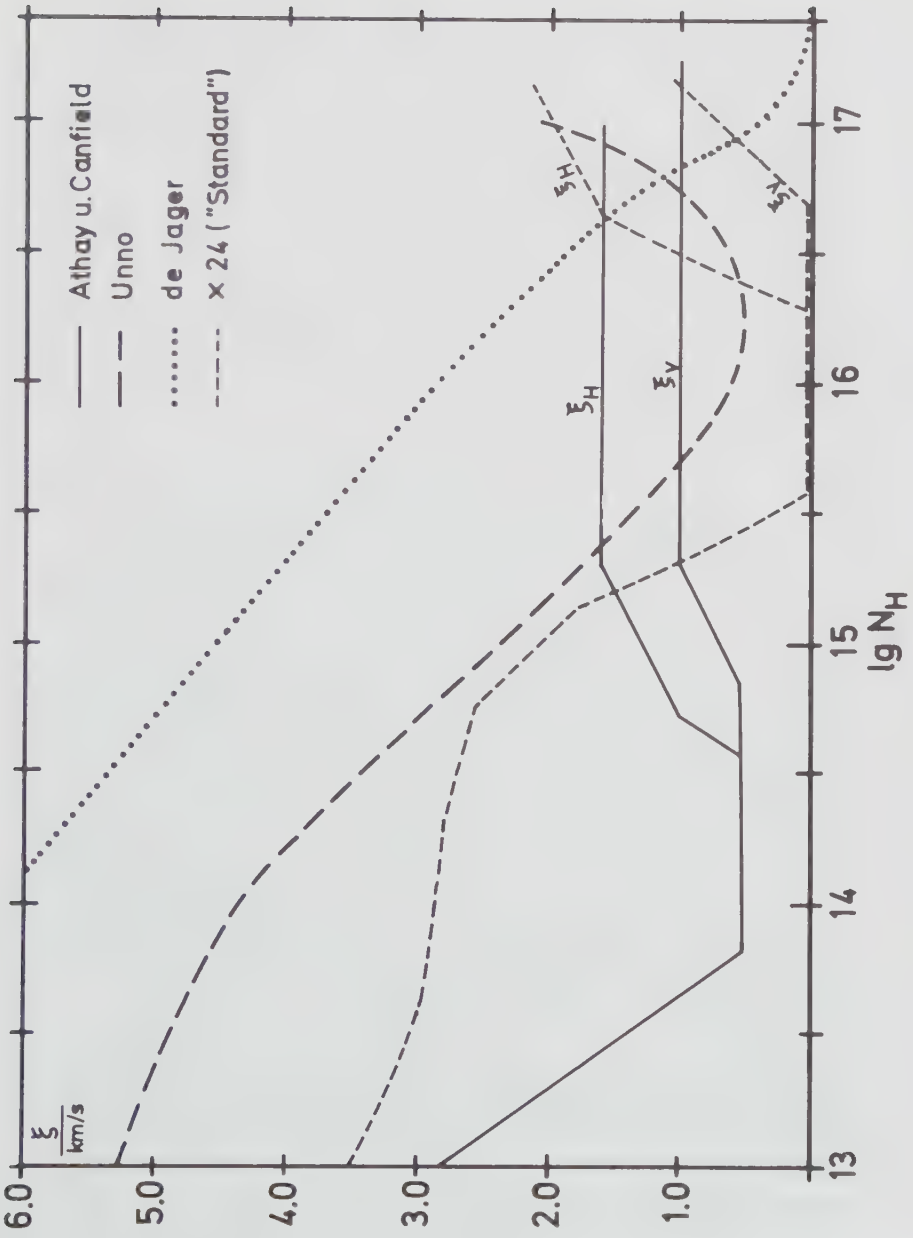


Fig. II-2: Vergleich einiger Mikroturbulenz-Modelle.
ξ_V : vertikale, ξ_H: horizontale Komponente.

Aus a) schloß Waddell auf ein Anwachsen von $\Delta\lambda_D$ mit der Atmosphärentiefe, aus b) auf eine Anisotropie der Linienverbreiterung also auf eine anisotrope Mikroturbulenz. Die Horizontalkomponente dieser Turbulenz müßte größer als die Vertikalkomponente sein. (Für die Profilpunkte, die zu dieser Analyse herangezogen wurden, ergeben sich nach unseren Rechnungen Entstehungshöhen zwischen 150 km und 1200 km oberhalb $\tau_{5000}=1$.)
In Fig. II-1 sind außer den Waddellschen Werten für $\Delta\lambda_D$ diejenigen $\Delta\lambda_D$ als Funktion der Linienintensität aufgetragen, wie sie sich ergeben, wenn die Goldberg-Methode auf gerechnete Profile angewendet wird. Bei der Rechnung wurde die zum "Standard-Modell" gehörende Mikroturbulenz-Schichtung benutzt (siehe Fig. II-2). Das "Standard-Modell" ist das Ergebnis der in unserer Arbeit durchgeführten Analyse der Sonnenatmosphäre (siehe Kap. V). Die Turbulenz ist bei diesem Modell isotrop oberhalb h = 200 km. Die tatsächliche Doppelbreite der Atmosphärenschicht, aus der die jeweilige Linienintensität kommt, ist ebenfalls eingezeichnet. Man sieht, daß die Goldberg-Methode einen falschen Gang von $\Delta\lambda_D$ mit der Höhe und eine im Modell nicht vorhandene Anisotropie der Linienverbreiterung vortäuschen kann. Das liegt daran, daß die Voraussetzungen, die bei der Goldberg-Methode gemacht werden müssen, in Wirklichkeit nicht erfüllt sind. Insbesondere liefert diese Methode falsche Ergebnisse, wenn ein starker Gradient in $\Delta\lambda_D$ auftritt, wie im Standard-Modell bei $h \gtrsim 500$ km. Eine ausführliche Diskussion der Analyse findet man bei Jefferies (1967, p. 213ff).
Eine Methode, die mit weniger einschränkenden Annahmen arbeitet ist von Curtis und Jefferies (1967) zur Analyse der Na D - Linienprofile benutzt worden. Als Beobachtungsgrundlage dienten wiederum die Messungen von Waddell (1962a). Das von Curtis und Jefferies benutzte Verfahren ist ausführlich bei Jefferies (1968, p.223ff) beschrieben. Eine Kritik dieser Methode findet man bei Athay (1972, p.156ff).
Man kann diese Methode als eine "differentielle Goldberg-Methode" bezeichnen. Sie hat den Vorteil, daß nicht $\Delta\lambda_D$=const vorausgesetzt wird. Die Voraussetzung, daß S wellenlängenunabhängig ist, kann fallen gelassen werden, wenn beide Profile D_1 und D_2 simultan analysiert werden.

Bei diesem Verfahren besteht die Schwierigkeit darin, aus beobachteten Profilen durch Invertieren der Lösung der Strahlungstransportgleichung die Funktion $S_\lambda(\tau_\lambda)$ hinreichend genau zu bestimmen. Die Dopplerbreite wird aus dem Gradienten der Relation $\tau_{\lambda_1}(\tau_{\lambda_2})$ für geeignet gewählte λ_1 , λ_2 bestimmt, wobei diese Relation durch Vergleich der $S_\lambda(\tau_\lambda)$-Verläufe gewonnen werden.
Die Problematik des Verfahrens ist von Athay (1972, p.156ff) ausführlich diskutiert worden. Athay zeigt an Hand eines der D-Linie ähnlichen theoretischen Beispiels, daß die Curtis-Jefferies-Methode etwaige $\Delta\lambda_D$-Gradienten um Faktoren zu klein wiedergibt.

Ergebnisse der Analyse von Curtis u. Jefferies:

a) Dopplerbreiten: $\Delta\lambda_D \approx 36$ mÅ für $\tau_o^{(D_1)} \gtrsim 1$, keine signifikanten $\Delta\lambda_D$-Gradienten. $\Delta\lambda_D = 36$ mÅ $\triangleq T_{kin} = 4600$ K = vermutete Grenztemperatur. Folgerung: Mikroturbulenz $\xi \approx 0$. Aus Verhalten von $\tau_{\lambda_1}(\tau_{\lambda_2})$ für $\tau_{\lambda_2} \to 0$ ($\lambda_1 = 50$mÅ, $\lambda_2 = 25$mÅ): $d\,\Delta\lambda_D/dh > 0$ für $\tau_o^{(D_1)} < 0.3$.

b) Quellfunktion für $\tau_o^{(D_1)} < 10$: Aus Analyse der Profile für $\Delta\lambda < 100$ mÅ ergab sich $S^{(D_1)} = S^{(D_2)}$ zu gemeinsamer τ- Skala $\tau \equiv \tau^{(D_1)}$ im Bereich $0.1 < \tau < 10$. Dort ist $dS/d\tau < 0$, $S(\tau) \to 1.26 \cdot 10^{-6}$ erg/cm^2 für $\tau \to 0$. Vergleich von gefundenem $S(\tau)$ mit Theorie (2-Niveau-Atom, alle Parameter höhenunabhängig) ergibt $\varepsilon \equiv C_{ul}/A_{ul} \approx 2 \cdot 10^3 \triangleq N_e \approx 2 \cdot 10^{12}$ cm^{-3} falls $T_e = 4600$ K.

c) Quellfunktion und Planckfunktion für $\tau_{5000} > 10^{-2}$:
Aus Analyse der Flügel ($\Delta\lambda > 0.7$ Å): $S(\tau_{5000}) = B(\tau_{5000})$ für $\tau_{5000} > 0.1$. $B(\tau_{5000}) \approx$ const ($\triangleq T_e = 4600$ K für $0.1 > \tau_{5000} > 0.01$, $dS/d\tau_{5000} > 0$. Wegen $T_e(\tau_{5000} \approx 0.1$ bis $0.01) \approx 4600$ K $\approx T_{kin}(\tau_o^{(D_1)} \leq 1)$: $T \approx$ const $= 4600$ K für $\tau_{5000} < 0.1$. Chromosphärischer Temperatur-Anstieg muß oberhalb $\tau_o^{(D_1)}$ einsetzen.

§ II-1.2: Untersuchungen nach der "synthetischen"Methode.

Bei der synthetischen Methode, die auch in der vorliegenden Arbeit benutzt wird, werden Linienprofile zu einem vorzugebenden Atmo-

sphären-Modell ($T(h), N_H(h), N_e(h)$, Geschwindigskeits-Felder) mit einem geeigneten Verfahren berechnet und mit gemessenen Profilen verglichen. Dabei müssen alle für die Linienentstehung wichtigen Prozesse berücksichtigt werden und die relevanten Atom-Parameter bekannt sein. Man ändert schrittweise das Atmosphären-Modell solange ab, bis befriedigende Übereinstimmung zwischen Messungen und Rechnung hergestellt ist.

Die Arbeit von Chamaraux (1967)

Die ersten bedeutsamen Rechnungen unter Verwendung eines adäquaten Verfahrens zur Entstehung der Na D-Linien wurden von Chamaraux (1967) veröffentlicht. Sein Natrium-Atommodell bestand aus den 5 energieniedrigsten gebundenen Niveaus (3S, 3P, 4S, 3D, 4P). Die Feinstruktur wurde nicht berücksichtigt. Er löste die entsprechenden statistischen Gleichungen und behandelte den Strahlungstransport mit dem von Feautrier (1964) entwickelten Verfahren.

Das von Chamaraux benutzte Atmosphären-Modell (de Jager, 1952, Athay et al. 1954) ist heute nicht mehr aktuell, insbesondere was die Lage des Temperatur-Minimums betrifft (T_{min}=4500 K bei $\tau_{5000} \approx 10^{-2}$). Deshalb sind die Folgerungen, die Chamaraux aus den Ergebnissen seiner Rechnung zog, nicht mehr zu halten. Das betrifft vor allem die Aussagen über das Verhalten der D-Linien bzgl. eines chromosphärischen Temperaturanstiegs.

Die Rechnungen von Athay u. Canfield (1969)

Diese Rechnungen unterscheiden sich von denen Chamarauxs in folgenden wesentlichen Punkten:

a) Atommodell. Berücksichtigte Niveaus: 3S, $3P_{1/2}$, $3P_{3/2}$, 3D, 4P. Die beiden D-Linien wurden also getrennt behandelt.

b) Atmosphären-Modell: Temperatur-Schichtung: Bilderberg-Modell (Gingerich u. de Jager, 1968). Chromosphärischer Temperatur-Anstieg erst bei $\tau_{5000} \approx 10^{-4}$ (Chamaraux: 10^{-2}). Teilchen-Dichten: aus Finsternis-Beobachtungen hergeleitete Werte. Diese (vor allem N_e) sind wesentlich höher als es der Hydrostatik und dem LTE entspricht. Typische Dichte-Werte im benutzten Modell:

$\tau_{5000} = 10^{-5}$: $N_H = 1.75 \cdot N_H^*$, $N_e = 3 \cdot N_e^*$ ('*': Bilderberg-Modell).

Ergebnisse:

a) In Übereinstimmung mit Chamaraux sind die Quellfunktionen der D-Linien stoßkontrolliert.

b) Die Quellfunktionen sind nicht identisch. Selbst bei unrealistisch hohem Wert für Stoßquerschnitt $Q(^3P_{1/2}-{}^3P_{3/2}) = 1000 \cdot \pi a_o^2$ weichen die Quellfunktionen bei $\tau_o \approx 1$ noch um ≈15% voneinander ab.

c) Obwohl die Quellfunktionen stoßdominiert sind, hängen die Profile der D-Linien nicht nennenswert von T(h) um und oberhalb des Temperatur-Minimums ab. Variation von T_{min} zwischen 4100 K und 4600 K hat keinen merklichen Einfluß auf Profile, weil T_{min} deutlich oberhalb der Thermalisierungs-Tiefe τ_{th} liegt. Zur Definition von τ_{th} siehe § I-4.3 .

d) Mikroturbulenz. Aus der Breite der Linien-Kerne: $\xi < 0.5$ km/s für $\tau_{5000} \approx 5 \cdot 10^{-4}$. Aus Mitte-Rand-Variation: $\xi_{horiz} > \xi_{vert}$ (anisotrope Turbulenz). Aus Zentralintensität I_o: mit $\xi = 0.5$ km/s für $\tau_{5000} < 5 \cdot 10^{-6}$ ist I_o zu klein. Möglichkeiten zur Beseitigung dieser Diskrepanz: Erhöhung der Elektronendichte oder $d\xi/d\tau < 0$ für $\tau_{5000} < 5 \cdot 10^{-6}$. Da N_e schon sehr hoch angesetzt, muß $d\xi/d\tau < 0$ angenommen werden. Das ξ-Modell ist Fig. II-2c abgebildet.

e) Außer Na D berechneten Athay u. Canfield auch Mg b mit dem gleichen $T(\tau)$, $\xi(\tau)$. Übereinstimmung mit Beobachtungen für beide Fälle ergab sich nur, wenn das Häufigkeits-Verhältnis Na/Mg um Faktor 2 gegenüber dem Nominal-Wert erhöht wurde.

Die Untersuchungen von Gehren (1975)

Die bisher eingehenste Untersuchung zur Linienentstehung beim NaI-Atom ist Gehrens Dissertationsarbeit. In dieser Arbeit wird an Hand von Rechnungen untersucht:

a) Bedeutung der Teilprozesse für Ionisations- und Anregungs-Gleichgewicht. Einfluß hoch angeregter Niveaus.

Das Verhalten der NaI-Linien bzgl. Variationen
b) der Werte für Stoßquerschnitte
c) der Temperatur-Schichtung,
d) der Mikroturbulenz-Schichtung.

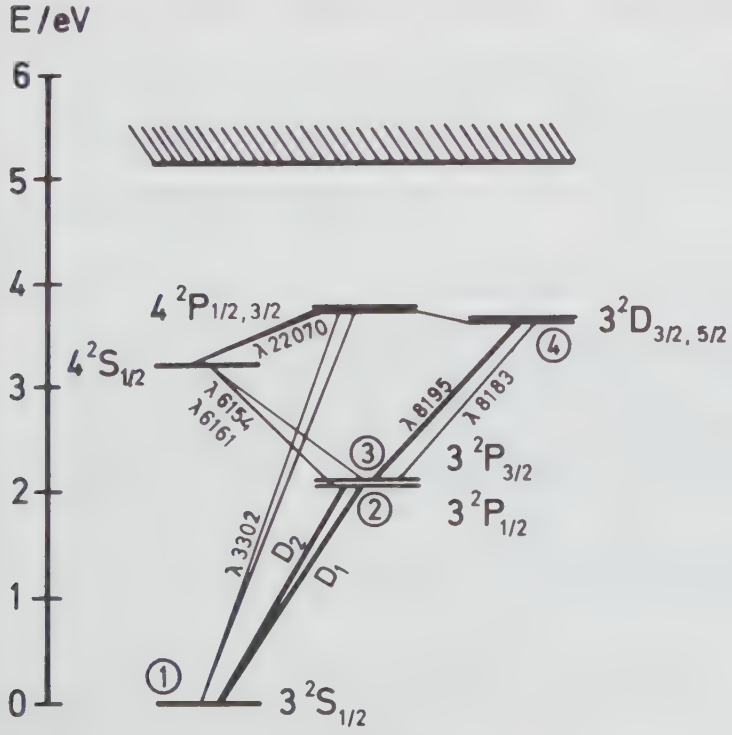
Ergebnisse:

a) Das Ionisations-Gleichgewicht wird kontrolliert durch Photo-Ionisation und -Rekombination. Abweichungen vom LTE ab $\tau_{5000} \lesssim$ o.1, weil ionisierende Strahlungsfelder optisch dünn werden.
b) Das Anregungs-Gleichgewicht ist sehr komplex vor allem in den hoch angeregten Niveaus. Diese beeinflussen die Entstehung der D-Linien nur unwesentlich. Die D-Linien können mit einem 4-Niveau-Atommodell gut dargestellt werden.
c) Eine Erhöhung des Stoßquerschnitts Q(3P-4S) um Faktor 1o beeinflußt die D_2-Linie nicht merklich. Erhöhung von Q(3P-3D) um Faktor 2o verändert D_2-Profil nur wenig.
d) Vergleich verschiedener Temperatur-Schichtungen (Holweger (1967), Bilderberg, HSRA): die Linienzentren reagieren nicht auf T(h) um und oberhalb des Temperatur-Minimums.
e) Mikroturbulenz: $\xi \lesssim$ o.5 km/s für $\tau_{5000} > 1o^{-3}$, weil sonst der Linienkern zu breit wird. Die Zentralintensität hängt von $\xi(\tau)$ für $\tau_{5000} \lesssim 1o^{-3}$ ab. Beste Übereinstimmung mit Messungen von Waddell (1962a) ergab sich für ξ-Verlauf mit $\xi(\tau_{5000} = 5 \cdot 1o^{-5}) =$ o.5 km/s, $\xi(\tau_{5000} = 1o^{-5}) = 4$ km/s.

§ II-2: Beschreibung der vorliegenden Rechnungen zur Entstehung der Natrium - D - Linien

§ II-2.1: Atommodell

Das Grotrain-Diagramm des von uns benutzten Atommodells für Na I ist in Fig. II-3 dargestellt. Es entspricht dem von Athay u. Canfield (1969) verwendeten. Die beiden D-Linien werden getrennt behandelt. Aus Gründen der numerischen Stabilität wurden die beiden 3D-Niveaus zu einem Niveau zusammengefaßt und von den drei 3P-3D-Übergängen nur $3P_{3/2} - 3D_{5/2}$ beim Strahlungstransport berücksichtigt.
Die Daten für die verwendeten Atomparameter findet man zusammen mit Literaturangaben in Tab. II-3.
Im folgenden werden oft die Niveaus mit den in Fig. II-3 angegebenen Ziffern bezeichnet.



§ II-2.2: Strahlungsraten.

Die Werte für die Einstein-Koeffizienten für spontane Emission A_{ji} sind dem Tabellenwerk von Wiese et al. (1969) entnommen, ebenso wie die in Tab. II-3 angegebenen Fehlergrenzen. Die τ-Skalen werden durch die Unsicherheiten in den A_{ji}-Werten wesentlich geringer beeinflußt als durch die Unsicherheiten in den Werten für die Strahlungs-Temperaturen der ionisierenden Strahlung. Deshalb wurden die A_{ji} als fest vorgegeben angesehen und in allen Rechnungen beibehalten.
Für den Photoionisations-Querschnitt α_ν wird bei der Berechnung der Photoionisations-Raten angesetzt:

$$\alpha_{app}(\nu) = \alpha_o \cdot \left(\frac{\nu}{\nu_o}\right)^{-n} \quad ,$$

wobei ν die betrachtete Frequenz und ν_o die Frequenz der Absorptionskante bedeutet. Die Parameter α_o und n (ganzzahlig) wurden so gewählt, daß gilt:

$$\int_{\nu_o}^{\infty} B_\nu(T)\cdot\alpha_{app}(\nu)\cdot\frac{d\nu}{h\nu} \approx \int_{\nu_o}^{\infty} B_\nu(T)\cdot\alpha_\nu\cdot\frac{d\nu}{h\nu} \equiv \frac{1}{4\pi}\cdot A_{ic}$$

innerhalb des hier interessierenden Temperatur-Bereichs. Weil die Strahlungs-Temperaturen der ionisierenden Strahlungsfelder sehr unsicher sind, wurden die Werte für die Photoionisations-Querschnitte als fest vorgegeben betrachtet und bei allen Rechnungen beibehalten.

§ II-2.3: Stoßraten.

Für die Ionisations-Querschnitte Q_{ic} haben wir die bei Allen (1973) angegebene "universelle" Aproximations-Formel für Stöße mit Elektronen benutzt. Vergleiche mit experimentell bestimmten oder quantenmechanisch gerechneten Werten zeigen, daß diese Approximationsformel die tatsächlichen Werte innerhalb eines Faktors $\approx$2 richtig wiedergibt. Da die Stoßionisation im Vergleich zur Photoionisation eine nebengeordnete Rolle spielt (außer in sehr tiefen Schichten, wo aber LTE herrscht), ist diese Genauigkeit für unsere Zwecke ausreichend.

Stoßanregungs-Querschnitte: Wie für neutrale Atome typisch, ist $Q_{ij}(\eta=1) = 0$ $(\eta = E(e^-)/\chi_{ij})$ und $Q_{ij}(\eta)$ steigt steil für $\eta > 1$ an. Für die Stoßraten ist bei den uns interessierenden Temperaturen der Verlauf von $Q_{ij}(\eta)$ für $\eta \lesssim 1.5$ wichtig. Für diesen Bereich ist aber der genaue Verlauf von $Q_{ij}(\eta)$ nur ungenau aus den graphischen Darstellungen von Kieffer (1969) zu entnehmen. Für $\eta <$ 1.2 wurde daher gemäß einer von v.Regemorter (1962) angegebenen Formel angesetzt:

$$Q_{ij}(\eta) = q_o\sqrt{\eta-1}$$

wobei q_o bei η 1.2 an die Kieffersche Darstellung angepaßt wurde.
Ältere gemessenen oder berechnete Werte für Q(3S-3P) (Hafft 1933, Bates 1962, Barnes et al. 1965) liegen um Faktoren 3 bis 4.5 über den in Tab. II-3 angegebenen. Für Q(3D-3P) berechnete Chamaraux (1967) mit der 'impact parameter'-Methode von Seaton (1962) einen um Faktor 9 höheren Maximalwert gegenüber dem von Zapesochnyi u. Shimon (1965).
Für die Stoßraten zwischen den Feinstruktur-Niveaus $3P_{1/2}$ und $3P_{3/2}$ wurde als Standardwert $1oo\cdot\pi a_o^2$ eingesetzt. Dieser Wert dürfte nur größenordnungsmäßig richtig sein.

§ II-2.4: Dämpfungskonstanten.

Zur Berechnung der Form des Linienabsorptionskoeffizienten ist die Kenntnis der Lebensdauern des oberen und unteren Niveaus erforderlich. Bei der Berechnung der Lebensdauer haben wir berücksichtigt: Strahlungsdämpfung, van der Waals-Wechselwirkung mit Wasserstoff und Helium und quadratischen Starkeffekt.
Für die reziproke Lebensdauer $\Gamma_i^{(r)}$ des i-ten Niveaus auf Grund von Strahlungdämpfung haben wir angesetzt (siehe z. B. Mihalas, 197o, p.248) :

$$\Gamma_i^{(r)} = \sum_{l<i} A_{il} \quad ,$$

wobei die Terme für erzwungene Emission und Absorption vernachlässigt wurden.
Für die Linienverbreiterung durch den quadratischen Starkeffekt haben wir angesetzt:

$$\Gamma^{(4)} = \frac{4\pi c}{\lambda^2} \cdot \frac{N_e}{10^{12}} \cdot \frac{W_{4/\text{Å}}}{10^8}$$

W_4 ist die halbe Breite des Stark-verbreiterten Linienprofils. Für die Linienverbreiterung durch van der Waals-Stöße mit Wasserstoff und Helium haben wir die Dipol-Approximationsformel von Unsöld (1959, p.333) benutzt. Für die Helium-Häufigkeit setzten wir den Wert o.o7 ein. Sowohl gemessene Werte (Evans u. Cooper, 1972) als auch genauere quantenmechanisch gerechnete Werte (Lewis et al. 1971, 1972) sind im allgemeinen größer als die aus der Unsöld-Formel folgenden. Holweger (1971) folgend, haben wir das gemäß der Unsöld-Formel berechnete $\Gamma^{(6)}$ mit einem Anpassungsfaktor FVW multipliziert. FVW wurde so gewählt, daß die äußeren Flügel der D-Linien ($\Delta\lambda \gtrsim$ 3oomÅ) möglichst gut mit den beobachteten Profilen übereinstimmen. Für die beiden D-Linien wurde stets ein gemeinsamer Wert für FVW benutzt. Da die Flügeleinsenkung proportional zu $\frac{dB}{d\tau_c} \cdot \varepsilon_{Na} \cdot \Gamma$ ist, hängt der so gewonnene Wert für FVW auch von dem bei der Rechnung benutzten photospärischen Temperaturgradienten und von der angenommenen Häufigkeit des Natriums ab. Hat z.B. das benutzte Atmosphärenmodell einen zu kleinen Temperaturgradienten in den photosphärischen Schichten, so benötigt man einen zu großen Wert für FVW, um die Flügel richtig darzustellen. Damit verfälscht man aber auch das Profil des Linienabsorptionskoeffizienten, insbesondere ändert sich die Wellenlänge, bei der der Dämpfungsflügel in den Dopplerkern übergeht. Das könnte unter Umständen die Entweichwahrscheinlichkeit von Photonen beeinflussen und somit die Quellfunktion verfälschen. Um merkliche Effekte dieser Art zu bekommen, sind allerdings Änderungen von um etwa eine Größenordnung erforderlich. Zumindest was das statistische Gleichgewicht und den Strahlungstransport betrifft, haben die zu erwartenden Fehler in $\Gamma^{(6)}$ von $\lesssim$ 3o% keine Bedeutung.

Die Dämpfungskonstante Γ_{ul} des Übergangs u - l (u>l) wird schließlich berechnet gemäß

$$\Gamma_{ul} = \left(\Gamma_u^{(r)} + \Gamma_l^{(r)}\right) + \left(\Gamma_u^{(6)} - \Gamma_l^{(6)}\right) \cdot FVW + \Gamma_{ul}^{(4)} \quad .$$

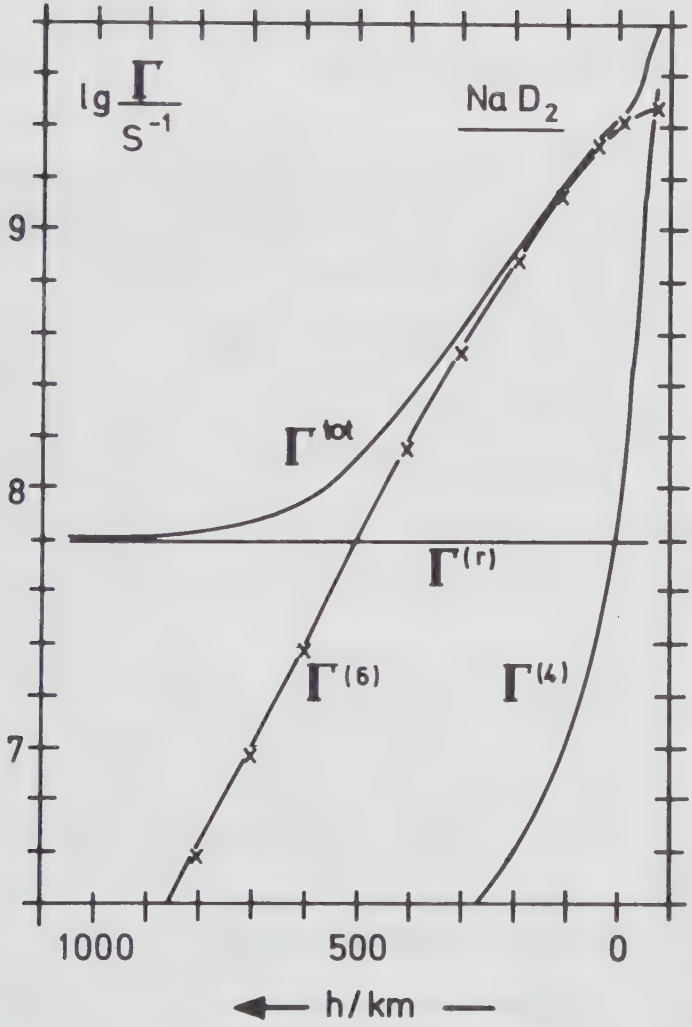


Fig. II-4: Anteile der Dämpfungsmechanismen an der Gesamt-Dämpfung Γ^{tot}. $\Gamma^{(1)}$: Strahlungsdämpfung, $\Gamma^{(4)}$: quadratischer Star-Effekt, $\Gamma^{(6)}$: van der Waals-Dämpfung. X : van der Waals-Dämpfung nach Lewis et al. (1972).

Aus Fig. II-4 sind für die "Standardatmosphäre" der Verlauf von Γ_{ul} und der Einzelterme zu ersehen. Zum Vergleich sind die $\Gamma^{(6)}$-Werte nach Lewis et al. eingezeichnet, wobei eine Approximationsformel von Worrall (1973) benutzt wurde.

§ II-2.5: Solare Häufigkeit des Natrium.

In Tab. II-1 sind einige in letzter Zeit publizierte Werte für $\varepsilon_{Na} = N_{Na}/N_H$ zusammengestellt. Die solaren Häufigkeits-Bestimmungen stimmen befriedigend überein, bis auf den niedrigen Wert von Lambert u. Warner (1968), die bei ihrer Analyse photosphärischer NaI-Linien eine zu hohe Mikroturbulenz ansetzen.

Tab. II-1 Häufigkeits-Bestimmungen für Natrium

Autor	Methode, Objekt	$\varepsilon_{Na} \cdot 10^6$
Urey (1972)	Chondriten	2.6 ... 1.6
Cameron (1973)	"Sonnensystem"	2.7
Lambert u. Warner (1968)	NaI-Linien, Photosphäre	1.51
Holweger (1971)	NaI-Linien, Photosphäre	2.0 ± 0.3
Dupree (1972)	Resonanz-Linien Na IX, Si II,III, IV, XII $\varepsilon_{Na/Si} = 5.4 \cdot 10^{-2}$ mit $\varepsilon_{Si} = 3.5 \cdot 10^{-5}$:	1.89
	mit $\varepsilon_{Si} = 4.47 \cdot 10^{-5}$ (Holweger, 1973) :	2.41
Worrall	blauer Flügel Na D_1 , HSRA - Modell , C_6 theoret. (Lewis et al., 1972)	2.14 ± 0.15
Ross u. Aller (1976)	Diskussion aller publizierter Werte	1.91 ± 0.2

§ II-2.6: Ionisationstemperaturen.

Die asymptotischen Werte T_{ion} für die Strahlungstemperaturen der ionisierenden Strahlungsfelder ("Ionisationstemperaturen") sind gemäß

$$(II\text{-}7) \quad B_\nu(T_{ion}) = \frac{1}{2} B_\nu(T_b)$$

berechnet worden. T_b ist hier die Strahlungstemperatur, die dem beobachteten Fluß in dem in Frage kommenden Frequenzintervall $1 \leq \frac{\nu}{\nu_i} \lesssim 1.5$ entspricht. ν_i ist die Frequenz der Photoionisationskante des Niveaus i . T_b wurde aus den graphischen Darstellungen von Vernazza et al. (1976) für die gemessene Strahlungstemperatur der Sonnenscheibe entnommen (siehe Tab. II-2). Der Wert für T_{ion} (3P) ist eher eine obere Grenze, der eine bei $\lambda \approx 4000$Å einsetzende Depression des beobachteten Kontinuumverlaufs nicht berücksichtigt. Die in Tab. II-2 bei T_b angegebenen Fehlergrenzen ergaben sich aus der Streuung der Messwerte in den graphischen Darstellungen. Wegen möglicher systematischer Fehler dürften die zu erwartenden Fehler in T_b und damit in T_{ion} größer sein. Die Werte für T_{ion}, insbesondere der für das 3P-Niveau sind die unsichersten Parameter in unseren Rechnungen.

Tab. II-2 Strahlungs- und Ionisations-Temperaturen

Niveau	λ_o/Å	T_b/K (Scheibe)	T_{ion}/K aus T_b	T_{ion}/K (1)	Bemerkungen
3S	2410	4900±250	4600	5400	T_b aus Fluß-Messungen gemittelt über 70Å-Interv.(2).
3P	4090	5900 bis 5300	5300	5000	Mehrere Messungen, siehe (3); T_{ion} aus oberer Grenze.
3D	8150	5750±70	4700	5000	Mehrere Messungen, siehe (3).

Referenzen:
(1) Athay u. Canfield (1969)
(2) Broadfoot (1972)
(3) Vernazza et al. (1976,fig.7)

§ II-2.7; Stützstellen, numerisches Verhalten,

Die im Fluß-Divergenz-Integral auftretenden frequenzabhängigen Matrixelemente haben wir für 25 Frequenz-Stützpunkte berechnet. 11 Stützstellen liegen im Intervall $0 \leq y \leq 2$ ($y = \Delta\nu/\Delta\nu_D$), 9 Stützstellen im Intervall $2 < y \leq 8$ und die restlichen 5 Stützstellen im Intervall $1o \leq y \leq 1oo$.
Die Quellfunktionen wurden für 33 Höhen-Stützstellen berechnet. Die Höhen-Stützstellen, die den Höhenbereich 17oo km $\geq$ h $\geq$ -7okm überdecken, sind so gewählt, daß die entsprechenden $\lg \tau_o^{(D_2)}$ -Werte sich annähernd äquidistant anordnen. Für h $<$ 1oo km wurden allerdings die Stützstellen dichter gelegt, da dort die Quellfunktion sich sehr stark mit der Höhe ändern.
Das Iterationsverfahren wurde beendet, wenn für jede Linie und bei jeder Atmosphärenschicht die Quellfunktionswerte sich gegenüber der vorangegangenen Iteration um nicht mehr als 1% änderten. Das wurde, auch bei schlechter Anfangslösung, meistens nach fünf bis acht Iterationen erreicht. Allerdings mußte beim Iterieren mit einer Dämpfung von 3o% gearbeitet werden, um ein Hin- und Herschwingen der Lösung zu verhindern.

Tab. II-3 Standardwerte der Parameter des NaI-Atommodells

Ionisations-Frequenz vom Grundniveau : $1.2426 \cdot 10^{15}$ Hz

Zustands-Summe des NaII : 1.0

solare Häufigkeit N_{Na}/N_H : $(2.0 \pm 0.3) \cdot 10^{-6}$ (1)

Niveau	i	$\frac{\nu_{exc}}{10^{15}\,Hz}$	g_i	$\frac{\overline{Q_{ic}}}{\pi a_o^2}$ (5000K)	$\frac{\alpha_o^{(i)}}{10^{-18}\,cm^2}$	n	$\frac{T_{ion}^{(i)}}{K}$
3S	1	0.0000	2.0	$0.787 \pm 50\%$ (6)	$0.166 \pm 20\%$ (4)	10	4600
$3P_{1/2}$	2	0.5083	2.0	$3.89 \pm 50\%$ (6)	4.0 (5)	3	5300
$3P_{3/2}$	3	0.5088	4.0	$3.89 \pm 50\%$ (6)	4.0 (5)	3	5300
3D	4	0.8745	10.	$55.2 \pm 50\%$ (6)	180. (5)	3	4700

Übergang	i-j	$\frac{\lambda}{\AA}$	$\frac{A_{ji}}{10^8\,Hz}$	$\frac{\overline{Q_{ij}}}{\pi a_o^2}$ (5000K)	FVW	$\frac{W_4}{\AA} \cdot 10^6$
$3S-3P_{1/2}$	1-2	5895.9	$0.628 \pm 3\%$ (2)	2.53 (7)	1.2	1.0 (9)
$3S-3P_{3/2}$	1-3	5889.9	$0.630 \pm 3\%$ (2)	5.06 (7)	1.2	1.0 (9)
3S-3D	1-4	-	0.0	1.94 (8)	-	
$3P_{1/2}-3P_{3/2}$	2-3	-	0.0	100.	-	-
$3P_{1/2}-3D$	2-4	8183.	0.0	2.10 (7)	-	-
$3P_{3/2}-3D$	3-4	8195	$0.495 \pm 25\%$ (3)	2.06 (7)	1.2	23. (9)

Tab. II-3 (Forts.)

Bemerkungen:

(1) Holweger (1971). LTE-Analyse 1o NaI-Linien, Photosphäre.

(2) Wiese et al. (1969). Diskussion mehrerer exp. u. theor. Werte.

(3) Anderson u. Zilitis (1964). Semiempirische Methode.

(4) Ditchburn et al. (1953). Experimentell.

(5) Chamaraux (1967). Theor. nach Burges u. Seaton.
α_o stimmt $\pm$ 2% mit Rechnung von Hofsäß (Zitat: Gehren, 1975) überein.

(6) Allen (1973). "Universelle" Approximations-Formel.

(7) Zapesochnyi u. Shimon (1965). Zitat: Kieffer (1969).
Exp., multipliziert mit 1/o.625 (Moiseiwitch u. Smith, 1968).

(8) Vainshtein et al. (1964). Zitat: Moiseiwitch u. Smith (1968)
Theoretisch (Born I).

(9) Griem (1964). Theoretische Werte.

§ II-3: Die Ergebnisse der "Standard"-Rechnung.

In diesem Paragraphen diskutieren wir die Prozesse, die die Entstehung der Na D - Linien kontrollieren. Das geschieht an Hand einer Rechnung, die unter Benutzung der in Tab. II-3 angegebenen Standard-Parameter für die Standardatmosphäre durchgeführt wurde. Die Standard-Atmosphäre ist so konstruiert worden, daß sie möglichst alle in dieser Arbeit diskutierten Spektrallinien für die ruhige Sonnenatmosphäre gut darzustellen vermag (siehe Kap. V).
Prinzipiell ist die austretende Intensität I_λ durch den Verlauf von $S(\tau_\lambda)$ festgelegt. Man kann die Diskussion der Linienentstehung nun in drei Teilaspekte aufteilen: (1) Verlauf der Quellfunktion bzgl. einer festen Höhenskala (z.B. bzgl. der geometrischen Höhe), (2) der Verlauf der optischen Tiefe im Linienzentrum τ_o bzgl. dieser Höhenskala, (3) die Beziehung zwischen τ_0 und τ_λ . Aspekt (1) beinhaltet das Anregungsgleichgewicht, da die Quellfunktion durch das Besetzungsverhältnis zwischen dem oberen und unteren Niveau des betrachteten Übergangs festgelegt ist. Aspekt (2) hat vor allem mit dem Ionisationsgleichgewicht zu tun: Bei Resonanzlinien, wie die hier diskutierten D-Linien, ist das untere Niveau der energie-niedrigste Zustand der betrachteten Ionisationsstufe und ist meist energetisch deutlich getrennt von den übrigen Niveaus (im allgemeinen $\gtrsim$ 1.5 eV). Daher ist meistens in guter Näherung die Zahl der Atome im Grundzustand gleich der Zahl der Atome in der betrachteten Ionisationsstufe, unabhängig von den Gegebenheiten des Anregungsgleichgewichts. Daraus folgt, daß τ_0 vor allem durch das Ionisationsgleichgewicht kontrolliert wird.
Aspekt (3) bezieht sich auf die Form des Linienabsorptionskoeffizienten, insbesondere auf die Verbreiterungsmechanismen.(Geschwindigkeitsfelder, Dämpfungsmechanismen). Zwischen den drei Aspekten gibt es natürlich Wechselbeziehungen. So hängt das Ionisationsgleichgewicht von der Besetzung der einzelnen Niveaus ab, also vom Anregungsmechanismus. Das gilt vor allem für die höher angeregten Niveaus, die energetisch näher an der Ionisationsgrenze liegen und Ionisation daher leichter erfolgen kann. Das Anregungsgleichgewicht wiederum kann sowohl von Ionisations- und Rekombinations-Prozessen als auch (über den Linien-Strahlungstransport) von der Form der Linienabsorptionskoeffizienten beeinflußt werden. Diese Wechselwirkungen werden um so wichtiger, je stärker sich die Verhältnisse von den Bedingungen des lokalen thermischen Gleichgewichts entfernen.

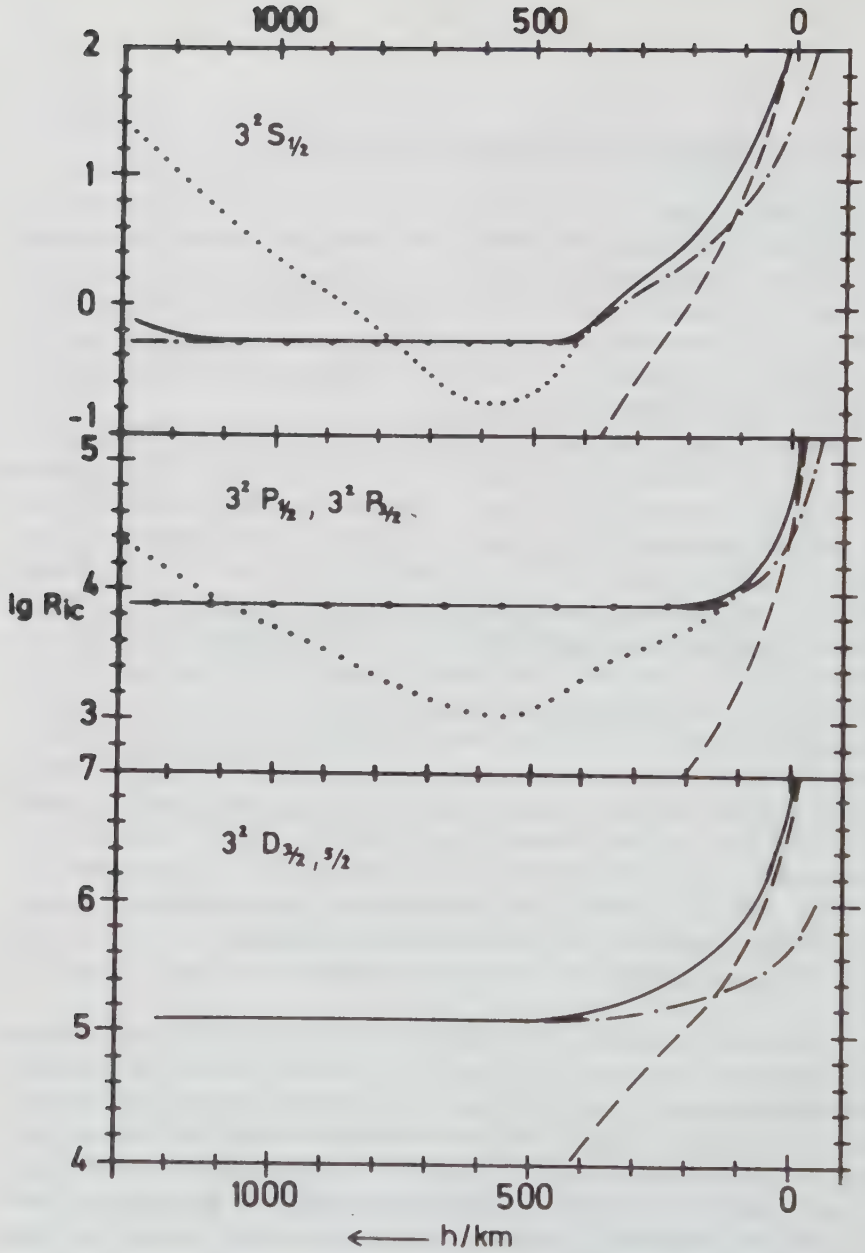


Fig. II-5: Ionisations-Raten.
——— : Gesamt-Rate; —·— : Photoionisation;
— — : Stoßionisation; ····· : Photoionisation für $T_{ion} \equiv T_e$.

§ II-3.1: Ionisationsgleichgewicht.

Abgesehen von den photosphärischen Schichten ($h \lesssim 250$ km, $\tau_{5000} \gtrsim 0.01$) dominieren bei den Ionisations- und Rekombinationsraten die Photoprozesse. Die Photorekombination, bei der ein freies Elektron mit einem Ion unter Abstrahlen eines Photons rekombiniert, ist ein rein thermischer Vorgang. Die Rekombinationsrate ist daher gleich der Rate für thermisches Gleichgewicht zur lokalen kinetischen Temperatur, wobei stillschweigend vorausgesetzt wird, daß die freien Elektronen eine Maxwell-Geschwindigkeitsverteilung zu dieser Temperatur haben. Die Photoionisationsrate ist dagegen durch die Energiedichte des ionisierenden Strahlungsfeldes bestimmt. Wenn dieses Strahlungsfeld von der Hohlraumstrahlung zur lokalen Temperatur abweicht, weicht auch das Ionisationsgleichgewicht vom thermischen Gleichgewicht ab.
In Fig. II-5 sind die Ionisationsraten für jedes Niveau dargestellt. Man sieht, daß für $h \gtrsim 200$ km die Photoionisation gegenüber der Stoßionisation überwiegt. Die Gesamt-Photoionisationsraten sind daher in der oberen Photosphäre und in der Chromosphäre nahezu konstant, da die dort optisch dünnen ionisierenden Strahlungsfelder sich nicht mehr mit der Höhe ändern. Für das Niveau 3P ist zwischen 200 km $< h <$ 1000 km die tatsächliche Photoionisationsrate größer als es dem LTE entspricht (gepunktete Kurve in Fig. II-5). Da das 3P-Niveau das für die Ionisation wichtigste Niveau ist, und weil die Rekombinationsraten stets den LTE-Werten entsprechen, sind die Na-Atome in dem angegebenen Höhenbereich stärker ionisiert als es den LTE-Bedingungen entspricht.
In Fig. II-6 sind die kumulativen Beiträge der einzelnen Ionisations- und Rekombinationsprozesse dargestellt, in Fig. II-7 entsprechend die Netto-Ionisationsraten, definiert durch $\left[\text{Niveau } i\right] \equiv N_i \cdot R_{ic} - N_c \cdot R_{ci}$, N_c = Zahl der NaII-Atome pro cm^3. Es ergibt sich, daß die Ionisation vor allem aus den beiden 3P-Niveaus erfolgt, während die Rekombination am häufigsten zum 3D-Niveau erfolgt. Nur das 3D-Niveau weist eine Netto-Rekombination auf, alle anderen Niveaus haben eine Netto-Ionisation. Das Grundniveau 3S spielt im Ionisationsgleichgewicht keine Rolle. Die Stoßprozesse sind nur für photosphärische Schichten von Bedeutung.

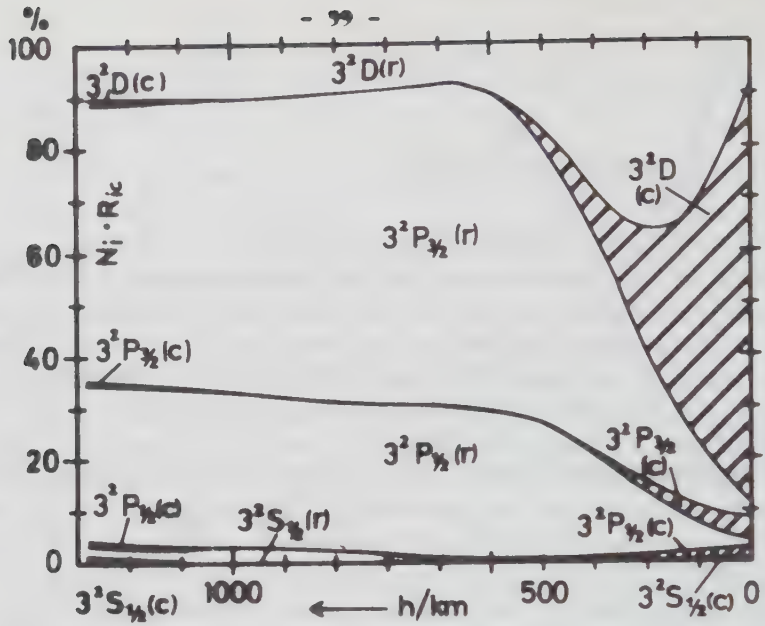


Fig. II-6a: Kumulative Anteile der Ionisations-Prozesse. Angegeben sind die Ausgangs-Niveaus. (r): Photo-Prozess, (c): Stoß-Prozess.

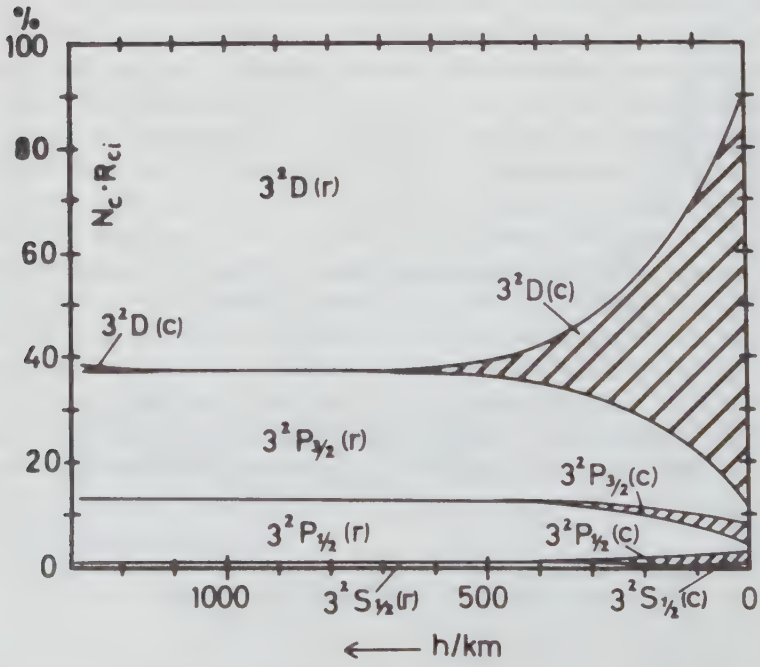


Fig. II-6b: Kumulative Anteile der Rekombinations-Prozesse.

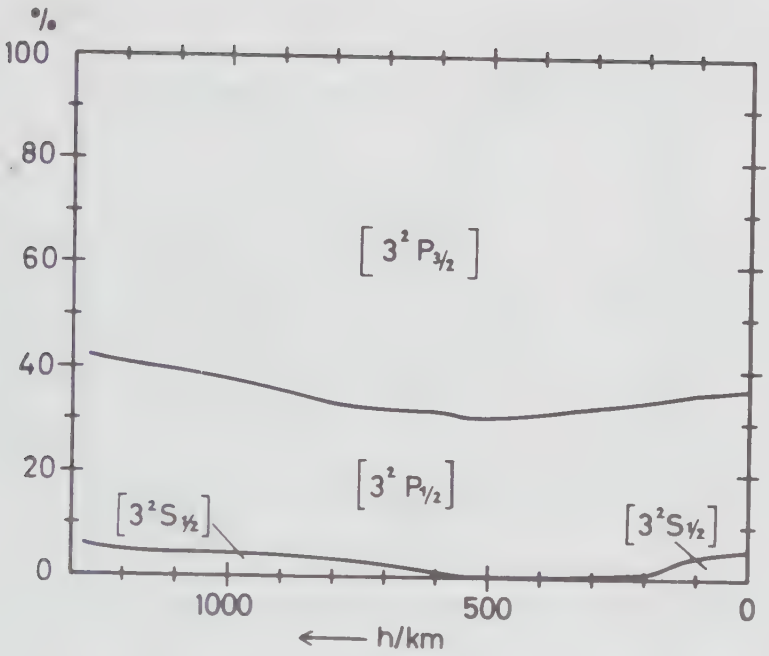


Fig. II-7: Kumulative Anteile der Netto-Rekombination (Definition siehe Text.

§ II-3.2: Anregungsgleichgewicht.

Die Besetzung des Grundniveaus ist in erster Näherung durch

$$N_1 = N_{NaI}$$

gegeben und wird daher durch das Ionisationsgleichgewicht kontrolliert. Dagegen hängt die Besetzung der angeregten Niveaus von den An- und Abregungsmechanismen ab. In Fig. II-8a,b sind die Prozesse, die eine Netto-Entvölkerung bzw. -Bevölkerung des 3P-Niveaus bewirken, kumulativ aufgetragen, in Fig. II-8c die Netto-Bevölkerung des 3D-Niveaus. Der einzige Prozess, der das 3D-Niveau netto entvölkert, ist der Strahlungsübergang zum 3D-Niveau. Das 3D-Niveau wird vor allem durch Rekombination aus dem Kontinuum bevölkert (Fig. II-8c). Von dort aus erfolgt eine Kaskade über die 3P-Niveaus zum Grundniveau.
Die Besetzung des 3P-Niveaus ist im wesentlichen gegeben durch das Gleichgewicht zwischen Bevölkerung durch Strahlungsübergänge aus dem 3D-Niveaus sowie Stoßanregung vom Grundniveau (Fig. II-8b) einerseits und Entvölkerung durch Strahlungsübergänge zum Grundniveau sowie Photoionisation (Fig. II-8a) andererseits. Aus Fig. II-8b ist zu entnehmen, daß die Netto-Stoßrate $\left[P_{3/2} - P_{1/2}\right](c) = N_3 \cdot C_{32} - N_2 \cdot C_{23}$ nicht überall verschwindet und insbesondere um das Temperaturminimum ($h \approx 550$ km) herum besonders groß wird. Wäre die relative Besetzung der beiden P-Niveaus LTE entsprechend, müßte nach dem dann geltenden Prinzip des detaillierten Gleichgewichts $\left[P_{3/2} - P_{1/2}\right]$ verschwinden. Es folgt also, daß die beiden 3P-Niveaus relativ zueinander nicht gemäß LTE besetzt sind. Wegen

$$S^{(i1)} \sim \left(\frac{b_1}{b_i} \cdot \beta_{1i} - 1\right)^{-1}$$

folgt daraus, daß die Quellfunktionen der beiden D-Linien nicht identisch sein können.
Um die vom LTE abweichende relative Besetzung der beiden Feinstruktur-Niveaus zu verstehen, muß man die Stoßprozesse zwischen $3P_{3/2}$ und $3P_{1/2}$ mit den konkurrierenden Strahlungsprozessen vergleichen. Letztere können für sich genommen die beiden 3P-Niveaus unterschiedlich besetzen, wenn die Spektrallinien der entsprechenden Übergänge unterschiedliche optische Tiefenskalen aufweisen, was ja für die beiden D-Linien zutrifft. Nur wenn die Zahl der Stoßprozesse zwischen den 3P-Niveaus wesentlich größer ist als die der konkurrierenden Strahlungsprozesse, kann erwartet werden, daß die beiden P-Niveaus relativ zueinander gemäß LTE besetzt sind. In Fig. II-9 sind gegen die geometrische Höhen-

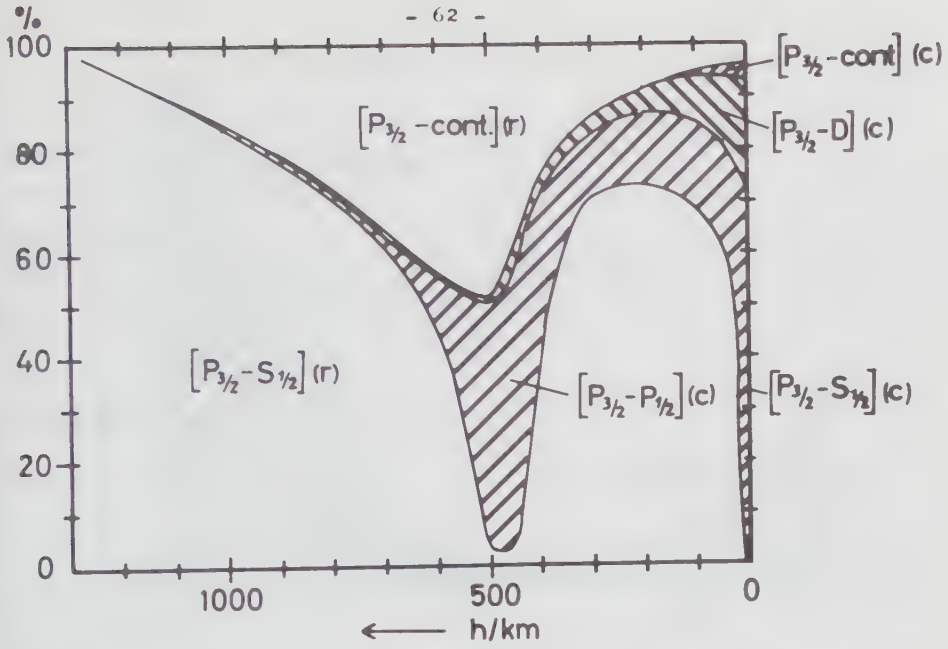


Fig. II-8a: Kumulative Anteile der Prozesse, die das Niveau $^3P_{3/2}$ entvölkern.

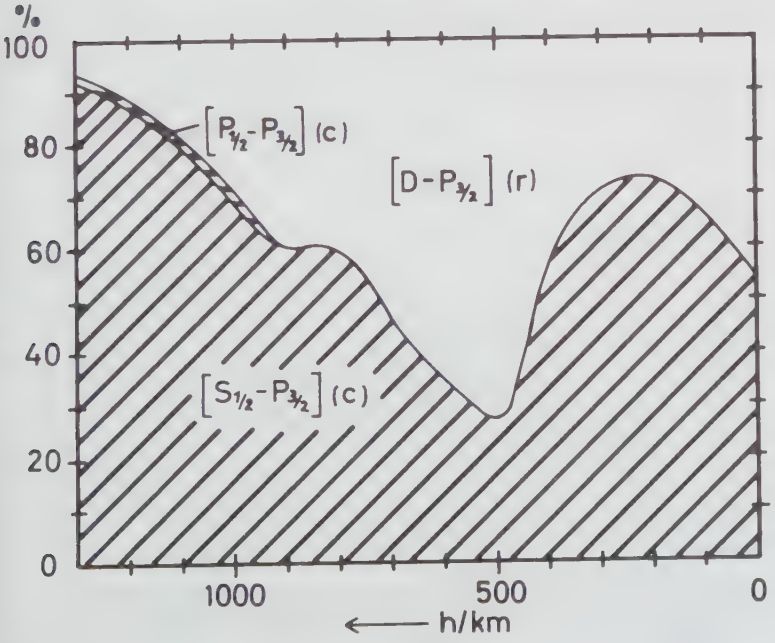


Fig II-8b: Kumulative Anteile der Prozesse, die das Niveau $^3P_{3/2}$ bevölkern.

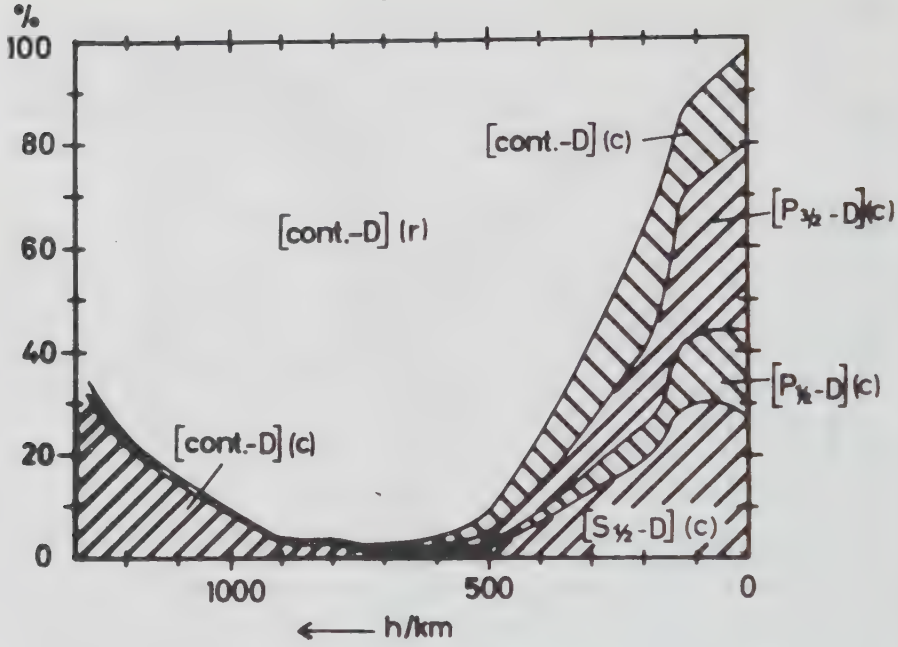


Fig. II-8c: Kumulative Anteile der Prozesse, die das Niveau 3D bevölkern.

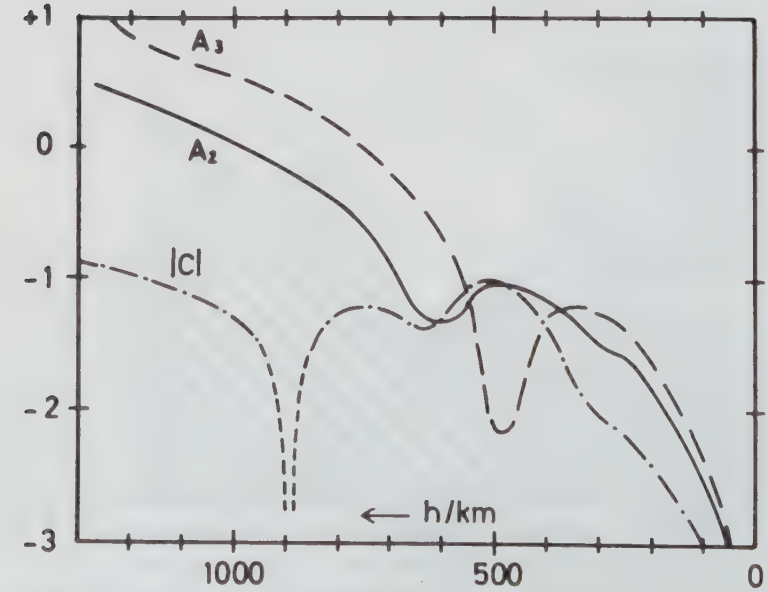


Fig. II-9: Zur relativen Besetzung der Niveaus $P_{1/2}$, $P_{3/2}$. Siehe Text.

skala aufgetragen: $C \equiv (N_2 \cdot C_{23} - N_3 \cdot C_{32}) / (N_2 \cdot C_{23})$ als Maß für die Abweichung der Relativbesetzung vom LTE und

$A_i \equiv (N_i \cdot A_{i1} - N_1 \cdot B_{1i} \cdot \overline{J_{1i}}) / (N_i \cdot C_{ij}) \,, \left(i = 2,3 \,;\, j = 3,2\right)$ als Maß für den die Abweichung hervorrufende Effekt. Bei der Definition von A_i ist berücksichtigt worden, daß nur die Differenz zwischen Absorptions- und Emissionsrate als Abweichung vom detaillierten Gleichgewicht die Besetzung des oberen Niveaus beeinflussen kann. Für A_i läßt sich auch schreiben:

$$A_i = \frac{1}{C_{ij}} \left(A_{i1} - \frac{N_1}{N_i} \cdot B_{1i} \cdot \overline{J_{1i}} \right) = \varrho_{i1} \cdot \frac{A_{i1}}{C_{ij}} \quad ,$$

wobei die Definition für die 'net radiative bracket' ϱ benutzt wurde, siehe Gl.(I-18).

Fig. II-9 zeigt, daß $|C|$ mehr oder weniger parallell zu A_2 verläuft. Das weist darauf hin, daß die Besetzung der beiden 3P-Niveaus beeinflußt wird durch das frühzeitige Entweichen von Photonen aus der schwächeren Linie $3S_{1/2} - 3P_{1/2}$.

In Fig. II-1o sind die b-Koeffizienten der gebundenen Niveaus dargestellt. $b > 1$ bedeutet Übersetzung, $b < 1$ Unterbesetzung des Niveaus, jeweils bezogen auf den LTE-Zustand. Wegen $N(3S) \approx N(N_{NaI})$ stellt $b(3S)$ nicht nur die Besetzung des Grundzustands dar sondern auch das Ionisationsgleichgewicht:

$$b_{3S} \approx \frac{N_{NaI} / N_{NaII}}{\left(N_{NaI} / N_{NaII}\right)_{LTE}}$$

Bereits bei $h \approx$ 1oo km treten Abweichungen von $\gtrsim$ 5% vom LTE auf. Interessanterweise ist für 5o km $\leq h \leq$ 37o km das Grundniveau zunächst überbesetzt, obwohl wegen $T_{ion} \geq T_e$ die Ionisation gegenüber LTE verstärkt ist. Da das 3D-Niveau wegen frühzeitig einsetzender Photoverluste in den 3D-3P-Linien schon ab $h \gtrsim$ 13o km unterbesetzt ist, ist die Ionisationsrate trotz $T_{ion} \geq T_e$ geringer gegenüber LTE. Dagegen ist die von den Besetzungsverhältnissen unabhängige Rekombinationsrate die gleiche wie bei LTE, sodaß eine verstärkte Netto-Rekombination mit anschließender Kaskade zum Grundzustand hervorgerufen wird und so eine Überbesetzung des des Grundzustands zustande kommt.

Um das Temperaturminimum herum überwiegt der Photoionisationseffekt und das Na-Atom ist überionisiert ($b_1 < 1$). In der Chromosphäre, wo $T_e > T_{ion}$ ist, dominiert wieder die Rekombination und der Grundzustand wird wieder überbesetzt. Da die Rekombination ein rein thermi-

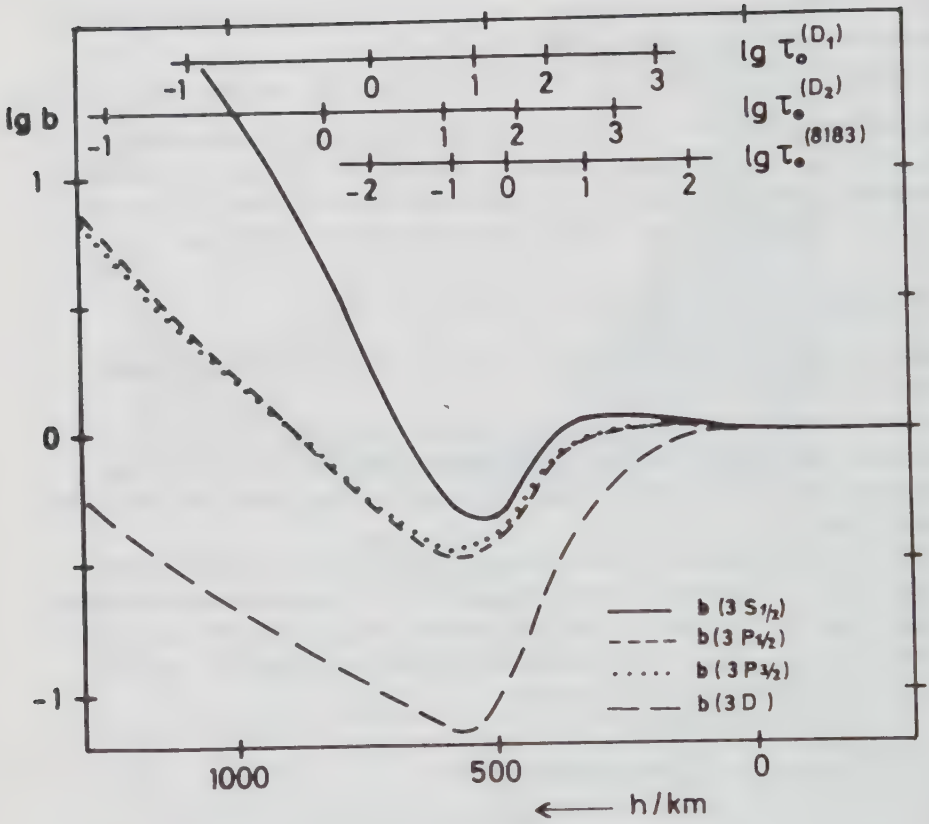


Fig. II-10: Abweichungs-Koeffizienten (Standard-Atmosphäre).

scher Vorgang ist, ähnelt der Verlauf von b_1 dem Temperaturverlauf.

§ II-3.3: Verhalten der Quellfunktionen der D-Linien.

Die Quellfunktionen $S^{(D_1)}$ und $S^{(D_2)}$ der beiden D-Linien sind zusammen mit dem Verlauf der Planckfunktion in Fig. II-11 dargestellt. Mit Quellfunktion ist in diesem Abschnitt stets die Quellfunktion für das Linienzentrum gemeint. Wie man sieht, weichen die beiden Quellfunktionen streckenweise bis zu $\approx$ 3o % voneinander ab. Die Ursache hierfür ist im vorigen Abschnitt diskutiert worden. Für unsere weitere Diskussion in diesem Abschnitt kann jedoch von den Differenzen zwischen den beiden Quellfunktionen abgesehen werden und es wird nun von "der" Quellfunktion "der" D-Linie gesprochen.
Die Quellfunktion ist ab h $\gtrapprox$ 13o km stets kleiner als die Planckfunktion, weicht aber erst in der Nähe des Temperaturminimums um mehr als 3o % von ihr ab. Das könnte den Eindruck erwecken, daß bis kurz vor dem Temperaturminimum die D-Linien noch mehr oder weniger stark an das kinetische Gleichgewicht der betreffenden Atmosphärenschichten gekoppelt ist. Wie weiter unten gezeigt wird, ist in Wirklichkeit die Quellfunktion schon ab h $\gtrapprox$ 25o km deutlich von der Planckfunktion abgekoppelt und läuft zwischen 25o km < h < 5oo km nur "zufällig" parallel zur Planckfunktion.
Das Verhalten von $S^{(D)}$ ist vor allem durch die Gegebenheiten des Strahlungstransports in der D-Linie und durch die direkten Stoß-Übergangsraten zwischen unterem und oberen Niveau bestimmt. Das machen Rechnungen mit vereinfachten Atommodellen deutlich:
Das einfachste Atommodell besteht nur aus dem unteren und oberen Niveau bei Vernachlässigung der Übergänge zum und vom Kontinuum. Die Besetzungsdichte des unteren Niveaus sei a priori gegeben. Das ist das "klassische" 2-Atom-Modell, das in der Theorie des Strahlungstransports in Spektrallinien eine wichtige Rolle spielt. Das Vorgeben der Teilchenzahl für das untere Niveau ist bei einer Resonanzlinie physikalisch durchaus sinnvoll, da ja die Besetzung des Grundniveaus vom Ionisationsgleichgewicht und nicht vom Anregungsgleichgewicht bestimmt ist.

Fig. II-13a zeigt den Verlauf der 2-Niveau-Quellfunktion für drei schematische Temperaturschichtungen und für verschiedene Werte der Parameter $\varepsilon_{21} = C_{21}/A_{21}$ und $\alpha = \Gamma/(2\cdot\Delta\omega_D)$. In allen Fällen ist die Dopplerbreite konstant, ebenso $\tau_o = \varkappa_c / \varkappa_o = 1.5\cdot 10^{-5}$.

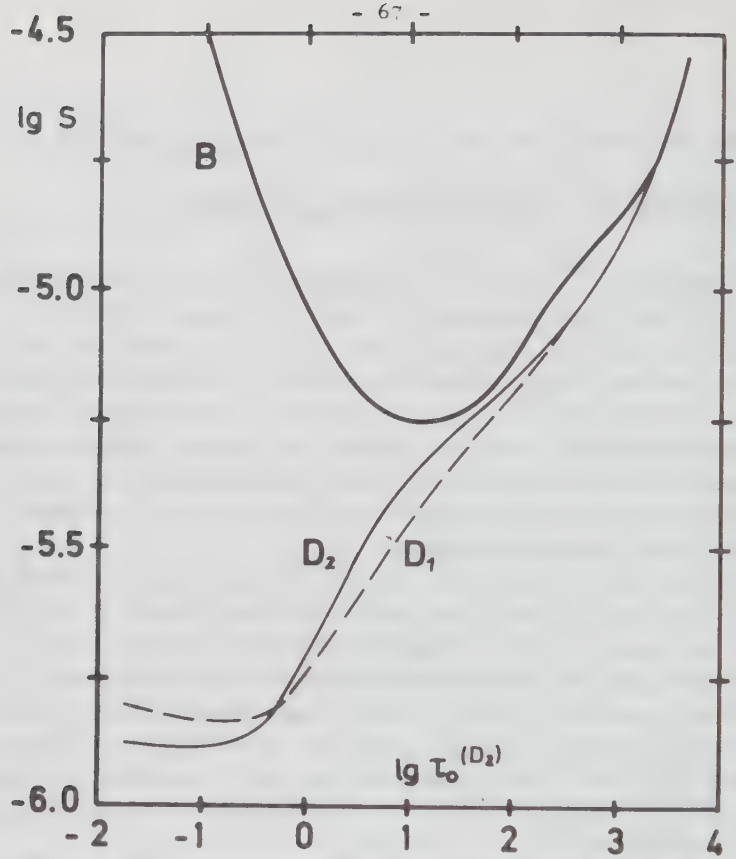


Fig. II-11: Planckfunktion (Stand.-Atm.) u. Quellfunktionen Na D .

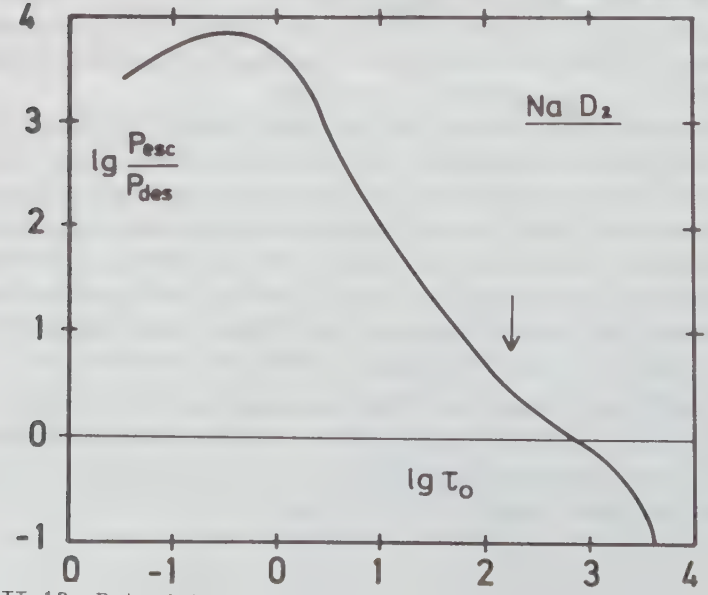


Fig. II-12: Entweich- u. Zerstörungs-Wahrscheinlichkeit.

Den Verhältnissen, die bei der Na D-Linie vorliegen, kommt der Fall $\varepsilon_{21} = 2 \cdot 10^{-4}$, $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}$ am nächsten. Man sieht, daß für diesen Fall die Quellfunktion bei $\tau_o \approx \tau_{th} \approx 10^4$ abkoppelt. Ein bei $\tau_o \approx 20$ einsetzender chromosphärischer Temperaturanstieg beeinflußt die Quellfunktion nicht mehr wesentlich. Definitionsgemäß (siehe § I-4.1) ist die Thermalisierungstiefe die Tiefe, bei der die Entweichwahrscheinlichkeit für emittierte Photonen P_{esc} gleich ist der Wahrscheinlichkeit P_{des}, daß ein absorbiertes Photon durch thermische Prozesse zerstört wird. Das Verhältnis P_{esc}/P_{des} ist in Fig. II-12 gegen $\lg \tau_o^{(D_2)}$ aufgetragen.

Bei den in Fig. II-13b gezeigten Fällen sind für r_o, ε und α die Werte eingesetzt worden, die sich aus der Standardrechnung (4-Niveau-Atom, Standardatmosphäre) ergeben. Der Verlauf der Planckfunktion III aus Fig. II-13b ist identisch mit dem Verlauf III aus Fig. II-13a; der Verlauf 'M' entspricht der Standardatmosphäre. Man sieht, daß die Quellfunktion nicht auf den Temperaturverlauf in der oberen Photosphäre oder der Chromospäre reagiert. Für den Verlauf III der Planckfunktion ist in Fig. II-13b neben dem Fall $\Delta\lambda_D = \text{const}$ auch der Fall dargestellt, bei dem $\Delta\lambda_D$ entsprechend der Standardatmosphäre variiert. Der ab $\tau_o \approx 15$ einsetzende Gradient $d\Delta\lambda_D/d\tau_o < 0$ hebt die Quellfunktion um einen Faktor ≈ 5 gegenüber $\Delta\lambda_D = \text{const}$ an.

Zum Vergleich ist in Fig. II-13b auch die Quellfunktion eingezeichnet, die sich aus der Standardrechnung ergibt. Sie deckt sich praktisch mit der entsprechenden 2-Niveau-Quellfunktion. Hieraus ist zu schließen, daß die bei der Standardrechnung berücksichtigten übrigen Übergänge die Quellfunktion der D-Linie nicht merklich beeinflussen.

Bei einer konsistenten Rechnung unter Einbeziehung des statistischen Gleichgewichts sind natürlich die Übergänge, die das 3D-Niveau und die Kontinua beeinflussen, zu berücksichtigen. Läßt man z. B. das 3D-Niveau fort, so unterschätzt man die Rekombination, was zu einer zu starken Netto-Ionisation und damit zu einer zu kleinen Teilchenzahl im Grundniveau führt. In Fig. II-14 ist für die D_2-Linie zu einer gemeinsamen Höhenskala die Quellfunktion für zwei Atommodelle aufgetragen: "Standard"-Modell mit 4 Niveaus und für ein 3-Niveau-Modell, bei dem das 3D-Niveau fortgelassen wurde.

Man sieht, daß $\tau_o(n=3) < \tau_o(n=4)$ bei der gleichen geometrischen Höhe ist, der Unterschied beträgt bis zu einem Faktor 2. Das ist die Folge der unterschätzten Rekombination. Die in Fig. II-14 gepunktet einge-

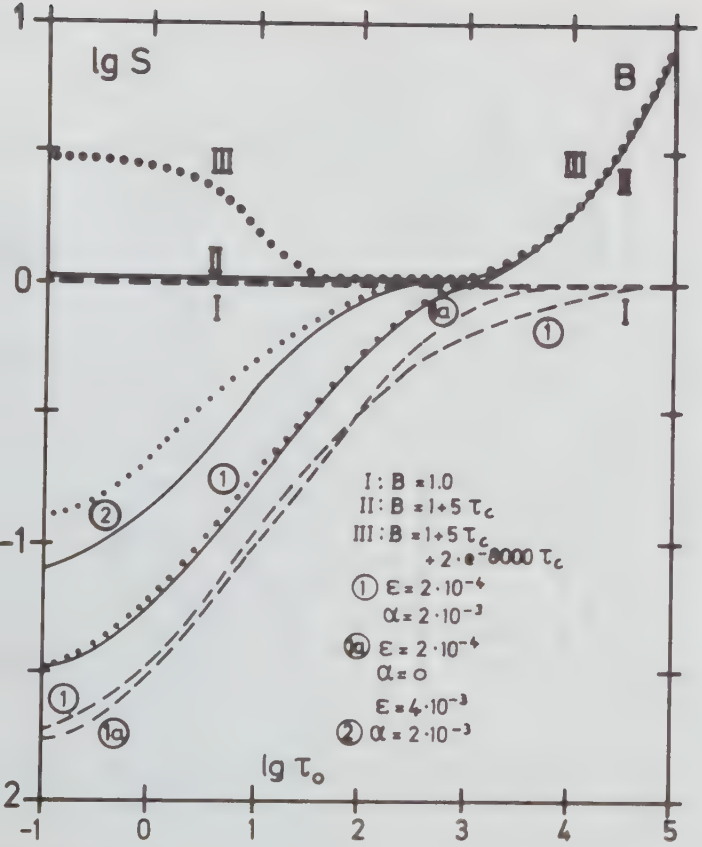


Fig. 13a

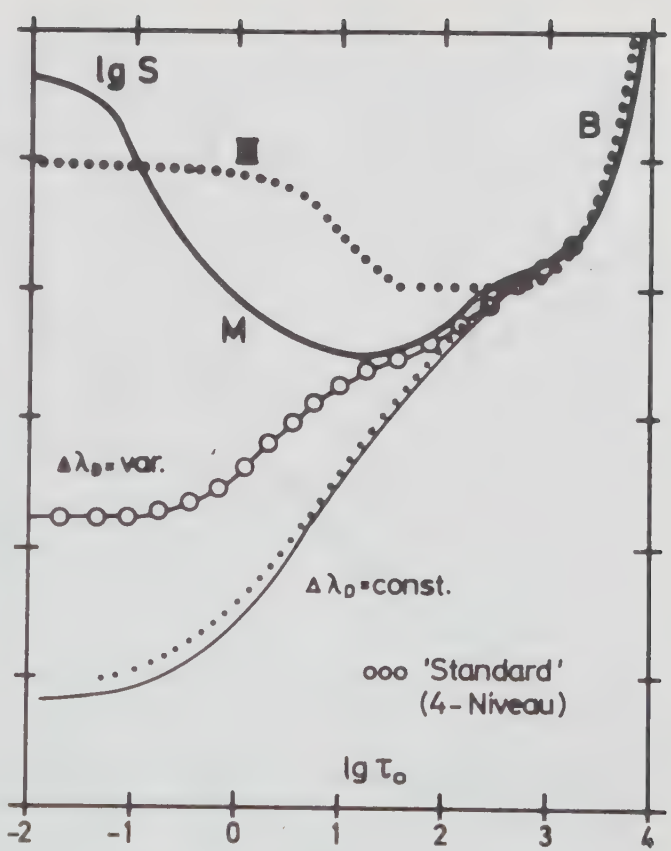


Fig. 13b

Quellfunktionen eines Na-2-Niveau-Modells.

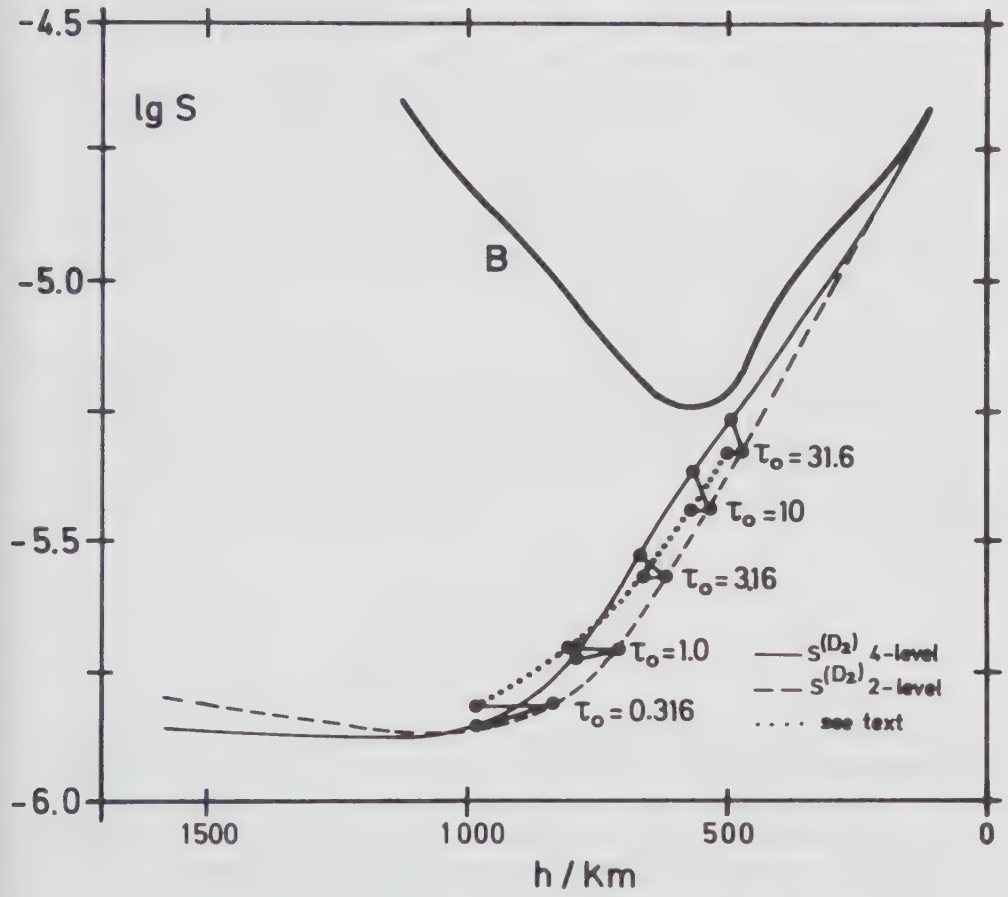


Fig. II-14: Quellfunktionen : 2-Niveau- und 4-Niveau- Atommodell.

zeichnete Kurve erhält man, wenn $S^{(n=3)}$ (h) so in h-Richtung verschoben wird, daß bei jedem h-Wert τ_o (n=3) = τ_o (n=4) wird. Diese Kurve stimmt mit $S^{(n=4)}$(h) besser überein als der der originale $S^{(n=3)}$(h)-Verlauf. Bezogen auf eine gemeinsame τ_o-Skala sind bei den beiden in Fig. II-13 dargestellten Fällen die Verläufe $B(\tau_o)$, $\xi(\tau_o)$, $\varepsilon(\tau_o)$ usw. gegeneinander verschoben. Offensichtlich machen sich derartige Verschiebungen nicht sehr im Verlauf von $S(\tau_o)$ bemerkbar. Da andererseits die austretende zentrale Linienintensität I_o nur von S (τ_o) abhängt, können folglich Veränderungen in den τ_o-Skalen selbst um Faktoren $\mathcal{O}(2)$ keinen großen Einfluß auf I_o haben.

Die Tatsache, daß bereits ein "klassisches" 2-Niveau-Atommodell den richtigen Verlauf der Quellfunktion für die D-Linie liefert, wenn nur die richtige τ_o-Skala vorgegeben wird, zeigt, daß die übrigen Übergänge (3D-3P, 3P-cont) keine wesentlichen Quellen oder Senken für den Übergang 3S-3P sein können. Eine numerische Analyse der Terme, die zu den Quellen und Senken der D-Linien-Quellfunktion beitragen, bestätigt dies auch quantitativ:

Nach Gl. (I-1o) läßt sich schreiben:

$$S^{(21)} = \frac{\overline{J}_{21} + \frac{C_{12}}{A_{21}} + (\eta \cdot B^*)_{21}}{1 + \frac{C_{21}}{A_{21}} + \eta_{21}} \quad .$$

Wir betrachten nun ein Atommodell mit den drei Niveaus 3S, 3P, 3D unter Einschluß der Kontinua. Die beiden 3P-Niveaus sind hier zu einem Niveau zusammengefaßt, weil sonst durch die starke Kopplung zwischen den beiden Übergängen $3S_{1/2}$ - $3P_{1/2}$ und $3S_{1/2}$ - $3P_{3/2}$ zusätzliche Quellen und Senken vorgetäuscht werden. Für die indirekte Quelle $(\eta \cdot B^*)^{(3)}_{21}$ und die indirekte Senke $\eta^{(3)}_{21}$ (der ober Index steht für die Zahl der Niveaus des zu Grunde gelegten Modells) gilt gemäß Gl. (I-1o e,f):

$$(\eta \cdot B^*)^{(3)}_{21} = \frac{2h\nu^3}{c^2} \cdot \frac{g_2}{g_1} \cdot \frac{1}{A_{21}} \cdot \frac{R_{1c} \cdot p(21|1c) + R_{13} \cdot p(12|23)}{p(12|21)}$$

$$\eta^{(3)}_{21} = \frac{1}{A_{21}} \cdot \frac{R_{2c} \cdot p(12|2c) + R_{23} \cdot p(12|23)}{p(12|21)}$$

Spontane Emission ist hier vernachlässigt worden (β_{21}, $\beta^*_{21} \ll 1$). Läßt man nun in den Determinanten-Ausdrücken p(il|1k) alle Terme weg,

die weniger als 1o% zu p(il|1k) beitragen, so ergibt sich:

$$(\eta\cdot B^*)_{21}^{(3)} \approx \frac{2h\nu_{21}^3}{c^2}\cdot\frac{g_2}{g_1}\cdot\frac{1}{A_{21}}\cdot\left[R_{1c}+R_{13}\cdot\left(1+\frac{R_{31}}{R_{32}+R_{3c}\cdot\frac{R_{c2}}{R_{cc}}}\right)^{-1}\right] \tag{II-8a}$$

$$\eta_{21}^{(3)} \approx \frac{1}{A_{21}}\cdot R_{2c}\cdot\left[\frac{R_{c1}}{R_{cc}}\cdot\left(1+\frac{R_{31}+R_{3c}}{R_{cc}}\right)+\frac{R_{31}}{R_{32}}\cdot\left(\frac{R_{c3}}{R_{cc}}+\frac{R_{23}}{R_{2c}}\right)\right] / \left[1+\frac{R_{3c}}{R_{32}}\cdot\frac{R_{c2}}{R_{cc}}+\frac{R_{31}}{R_{32}}\right] \tag{II-8b}$$

mit $R_{cc} = R_{c1} + R_{c2} + R_{c3} \approx R_{c2} + R_{c3}$.

Bei einem 2-Niveau-Modell mit den Niveaus 3S und 3P ergibt sich:

$$(\eta\cdot B^*)_{21}^{(2)} = \frac{2h\nu_{21}^3}{c^2}\cdot\frac{g_2}{g_1}\cdot\frac{1}{A_{21}}\cdot R_{1c} \tag{II-9a}$$

$$\eta_{21}^{(2)} = \frac{1}{A_{21}}\cdot R_{2c}\cdot\frac{R_{c1}}{R_{cc}} \quad , \tag{II-9b}$$

wobei $R_{c1} \ll R_{c2}$ angenommen wurde. In Tab. II-4 sind für einige Atmosphärenschichten Zahlenwerte für die einzelnen Senken und Quellen angegeben. Um die starke Nettorekombination zum 3D-Niveau zu simulieren, haben wir in Gl. (II-9b) für R_{cc} den Wert $R_{c2} + R_{c3}$ eingesetzt. Es zeigt sich, daß in allen Schichten die direkten Stoßterme C_{12}/A_{21} und C_{21}/A_{21} dominieren und somit die wichtigsten Quellen und Senken darstellen. Die Na D-Linien zählen daher zur Kategorie der "stoßkontrollierten" Linien. Die beiden wichtigsten Terme der indirekten Quelle $\eta\cdot B^*$ beschreiben zum einen die Ionisation aus dem Grundzustand mit anschließender Rekombination zum oberen Niveau (Term prop. R_{1c}, dies ist der '2-Niveau-Term') und zum anderen die Anregung des 3D-Niveaus mit anschließendem Übergang zum 3P-Niveau (Term prop. R_{13}). Die indirekte Senke η ist in den höheren Schichten (h $\gtrsim$ 5oo km) hauptsächlich durch den '2-Niveau-Term' gegeben, der die Ionisation aus dem 3P-Niveau mit anschließender Rekombination zum Grundniveau beschreibt. In den tieferen Schichten macht sich der Einfluß des 3D-Niveaus stärker bemerkbar.

Tab. II-4 Quellen und Senken des Übergangs 3S-3P

h / km	$\frac{C_{12}}{A_{21}}$	$(\eta B^*)^{(2)}_{21}$	q_{13}	$(\eta B^*)^{(3)}_{21}$	$\frac{C_{21}}{A_{21}}$	$\eta^{(2)}_{21}$	$\eta^{(3)}_{21}$
850	4.62-10	5.40-12	4.72-12	1.01-11	4.38-5	8.53-7	9.88-7
700	3.72-10	5.37-12	3.02-12	8.35-12	5.36-5	8.68-7	1.02-6
550	8.62-10	5.39-12	6.29-12	1.16-11	1.50-5	8.75-7	1.12-6
400	5.97-9	7.03-12	5.65-11	6.23-11	6.46-4	8.66-7	2.71-6
128	1.36-7	8.66-11	1.68-9	1.54-9	6.82-3	1.02-6	6.37-5

Bemerkung: $q_{13} = \frac{2h\nu_{21}^3}{c^2} \cdot \frac{g_2}{g_1} \cdot R_{13}$; $(\eta B^*)^{(3)}_{21} \approx (\eta B^*)^{(2)} + q_{13}$.

§ II-3.4: Linienprofile und Entstehungshöhen.

Die aus der Standardrechnung für die Sonnenscheiben-Mitte folgenden Linienprofile sind zusammen mit den Entstehungshöhen in Fig. II-15 dargestellt. Der obere und untere Wert für die Entstehungshöhen wird durch die Bedingung definiert, daß die Beitragskurve auf 1/3 ihres Maximalwertes abgesunken ist. Bemerkenswert ist, daß die Schichten um h = 500 km nicht wesentlich zur Linienentstehung beitragen. Für $\Delta\lambda \approx 80$ mÅ gibt es zwei mehr oder weniger getrennte Entstehungsgebiete, nämlich zwischen 200 km $\lesssim$ h $\lesssim$ 450 km und zwischen 550 km $\lesssim$ h $\lesssim$ 750 km. Die Beitragskurve der D_2-Linie hat in dem tiefer gelegenen Gebiet ihr Hauptmaximum, in dem oberen Gebiet ein um den Faktor 2.5 kleineres Nebenmaximum.

Die Ursache hierfür ist der steile Gradient der Dopplerbreite, der bei h $\approx$ 600 km beginnt. Zwischen 300 km $\lesssim$ h $\lesssim$ 550 km ist das Profil des Linienabsorptionskoeffizienten am schmalsten. Zu höheren Schichten hin nimmt die Dopplerbreite sehr rasch zu (Faktor 1.75 zwischen h = 550 km und h = 650 km). Für $\Delta\lambda \approx 80$ mÅ ergibt sich folgendes Bild für den Fall der D_2-Linie: Wegen der großen Dopplerbreite wird $\tau_\lambda = 0.3$ schon bei h $\approx$ 750 km erreicht. Geht man nun in tiefere Schichten, so nimmt die Linienabsorption wieder ab, weil die Dopplerbreite klein wird. In der Schicht zwischen 600 km und 500 km ändert sich τ_λ so wenig, daß diese Schicht nicht zur Linienentstehung beiträgt. Erst bei h $\approx$ 450 km wird $\tau_\lambda = 1$ erreicht.

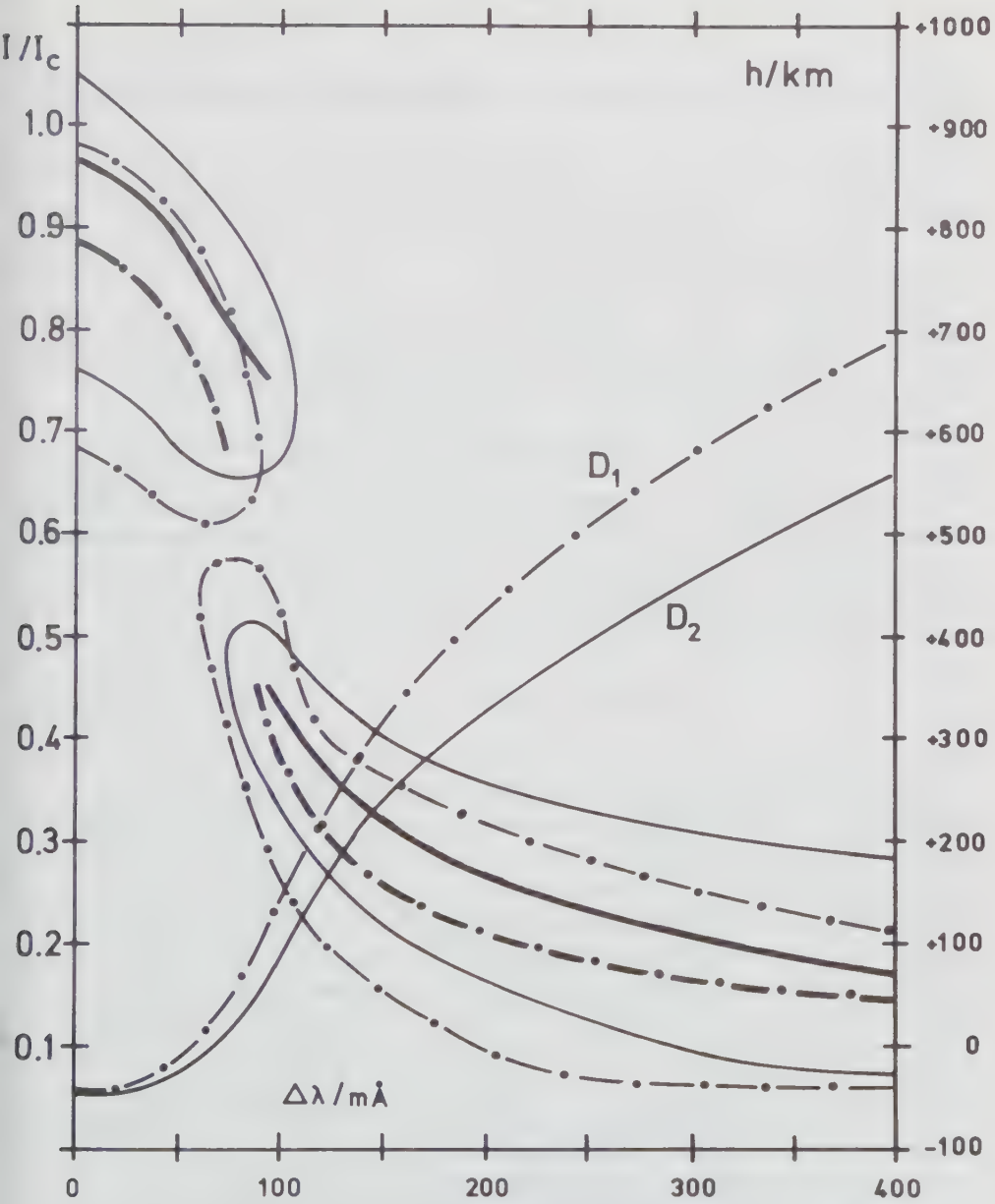


Fig. II-15: Linienprofile und Entstehungs-Höhen (Na D, Standard-Atmosphäre). Bei den Entstehungs-Höhen stellen die dick gezeichneten Kurven die Maxima der Beitrags-Funktion dar. Die dünner gezeichneten Kurven umgrenzen das Gebiet, in dem die Beitrags-Funktion 1/3 des Maximalwertes ist.

§ II-4: Der Einfluß der unsicheren Parameter auf die Ergebnisse.

Die unsichersten Parameter des Natrium-Atommodells sind: (1) die Stoßquerschnitte, (2) die Ionisationstemperaturen, (3) die Dämpfungskonstante für den 3S-3P-Übergang und (4) die Häufigkeit des Natriums.

§ II-4.1: Einfluß der Stoßquerschnitte.

Während die Stoßionisationsraten keinen merklichen Einfluß auf das Verhalten der D-Linien haben, weil sie klein sind gegenüber den Photoraten, können die Stoßanregungsraten die D-Linien stärker beeinflussen. Insbesondere die Stoßraten zwischen dem Grundniveau und dem 3P-Niveau sind von Bedeutung, da diese Quellen und Senken für die Quellfunktion der Resonanzlinien bilden. Aus Abschnitt II-2.3 ist zu entnehmen, daß die nach verschiedenen Methoden bestimmten Werte für den Stoßquerschnitt Q_{12} um Faktoren O(3) differieren, wobei der von uns gewählte Wert der niedrigste ist. Wir haben daher eine Rechnung durchgeführt, bei der für alle Stoßanregungs-Querschnitte angesetzt wurde:

$$Q_{ij}(E) = 3 \cdot \bar{Q}_{ij} \quad ,$$

wobei $\bar{Q}_{ij}$ der effektive Stoßquerschnitt zwischen Niveau i und j für T = 5000 K bedeutet. Da in Wirklichkeit die Stoßquerschnitte bei der Anregungsgrenze gegen Null gehen, sind die mit diesen energie-unabhängigen Querschnitten gerechneten Raten im allgemeinen um mehr als einen Faktor 3 gegenüber der Standardrechnung erhöht. In Tab. II-5 werden die wichtigsten Ergebnisse dieser Rechnung mit der Standardrechnung verglichen. Es treten die zu erwartenden Effekte auf: Die erhöhten Stoßraten zwischen den Niveaus 3S und 3P verstärken die Quell- und Senkterme der D-Linien-Quellfunktion. Das führt nach der 2-Niveau-Theorie zu einer Annäherung der Quellfunktion an die Planckfunktion. Außerdem erfolgt die Thermalisierung in etwas höheren Schichten, da die Zerstörungswahrscheinlichkeit P_{des} vergrößert ist. Wegen der verstärkten Besetzung des 3P-Niveaus finden vermehrt Ionisationsakte statt, was zu einer Erniedrigung der Zahl der Teilchen im Grundzustand führt. Beide Effekte führen zu einer erhöhten Linienintensität bzw. zu einem schmaleren Profil (siehe Fig. II-16a).

Tab. II-5 Einfluß der Stoßanregungs-Querschnitte

$\frac{h}{km}$	C_{13}	N_1	b_3	$S^{(D_2)}$
850	3.15	0.92	0.994	1.080
700	3.39	0.92	0.935	1.071
550	3.49	0.92	0.937	1.061
400	3.23	0.90	0.987	1.103
300	3.07	0.89	0.975	1.092
128	2.80	0.97	0.980	1.015

Die Zahlenwerte geben für jede Größe das Verhältnis der Rechnung 1 zu Rechnung 2 wieder.
Rechnung 1: $Q_{ij} = 3 \cdot \overline{Q}_{ij}$ (5000K),
Rechnung 2: $Q_{ij} = Q_{ij}(E)$ (Standard)

§ II-4.2: Einfluß der Ionisationstemperaturen.

Wie im Abschnitt II-3.1 dargelegt, beeinflussen die Photoionisationsraten wesentlich das Ionisationsgleichgewicht in der oberen Photosphäre und in der Chromosphäre. Die Photoionisation aus dem 3P-Niveau macht für $h \gtrsim 300$ km den Hauptanteil aller Ionisationsprozesse aus (Fig.II-7). Die Strahlungsfelder der ionisierenden Strahlung werden, wenn sie optisch dünn geworden sind, in unseren Rechnungen durch eine "Ionisationstemperatur" T_{ion} beschrieben. Zur Definition von T_{ion} siehe § I-3.

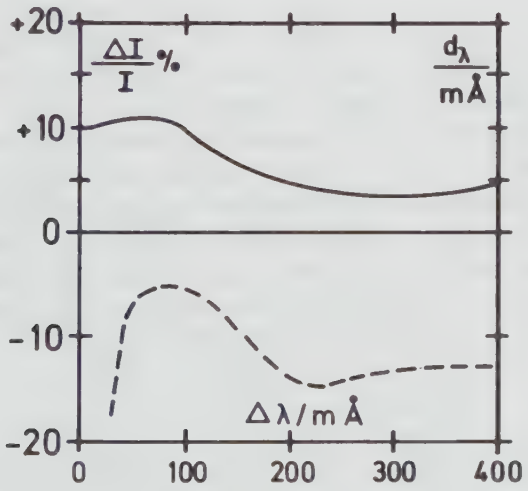


Fig. II-16a: Relative Intensitäts-Änderung (———) u. Linien-Verbreiterung (-----) durch Erhöhung der Q_{ij} um Faktor ≈ 3 .

Die aus den beobachteten Strahlungsflüssen hergeleiteten Werte T_{ion} sind recht unsicher (siehe Abschn. II-2.6 und Tab. II-2). Wir haben daher Rechnungen mit zwei von den Standardwerten abweichenden Datensätzen für T_{ion} durchgeführt und die Ergebnisse mit der Standardrechnung verglichen. In Tab. II-6 sind die wichtigsten Daten zusammengestellt. Die beiden Rechnungen "1" und "2" haben gegenüber "Standard" ein kleineres T_{ion} für die 3P-Niveaus. Der Standardwert ist nämlich eher eine obere Grenze, die noch mit dem gemessenen Kontinuumsverlauf des relevanten Spektralbereichs verträglich ist. Datensatz "2" enthält die von Athay und Canfield (1968) benutzten Werte. Die Ionisationsraten unterscheiden sich um bis zu $\approx 60\%$. Obwohl auf Grund des veränderten Ionisationsgleichgewichts sich die τ_o-Skala um bis zu $\approx 20\%$ ändert, sind die Differenzen in den Linienintensitäten vernachlässigbar klein. Offensichtlich reagiert die Quellfunktion auf Änderungen in der τ_o-Skala so, daß die Relation $S(\tau_o)$ ungefähr erhalten bleibt.

§ II-4.3: Einfluß der Natriumhäufigkeit und der Dämpfungskonstante.

Wie in Abschn. II-2.4 erläutert, haben wir die Dämpfungskonstante für die D-Linie an den gemessenen Flügeln angepaßt. Wir haben eine Rechnung durchgeführt, bei der für die Häufigkeit des Natriums $\varepsilon_{Na} = 1.50^{-6}$ (Standardwert: $2.00 \cdot 10^{-6}$) und für den Korrekturfaktor für van der Waals-Dämpfung FVW = 1.60 (Standardwert: 1.20) eingesetzt wurde. Da $\varepsilon_{Na} \cdot$FVW unverändert gegenüber der Standardrechnung ist, bleiben die äußeren Flügel unverändert. Dagegen verändert sich τ_o-Skala wegen der Erniedrigung der Häufigkeit. Die Form des Linienabsorptionskoeffizienten ändert sich ebenfalls wegen der Verstärkung des Dämpfungsflügels. Aus Tab. II-7 sind die wichtigsten Veränderungen zwischen dieser Rechnung und der Standardrechnung zu entnehmen. Die relative Änderung des Profils der D_2-Linie ist in Fig. II-16b dargestellt. Durch die Veränderung der τ_o-Skala wird die Linie bei $\Delta\lambda \approx 70$ mÅ um $\lesssim 2$ mÅ schmaler.

Tabelle II-6 Einfluß von T_{ion}

Die in der Tabelle aufgeführten Größen wurden für die folgenden drei Sätze von T_{ion}-Werten berechnet:

Satz	3S	3P	3D
S	45ooK	53ooK	47ooK
1	46oo	51oo	47oo
2	54oo	5ooo	5ooo

Satz	$\frac{h}{km}$	A_{1c}	$A_{3c} \cdot 1o^3$	$A_{4c} \cdot 1o^5$	$N_1 \cdot 1o^5$	$\frac{b_3}{b_1}$	$\tau_o(D_2)$
S		o.523	7.63	1.27	o.388	o.144	o.7o3
1	85o	o.7o7	5.68	1.27	o.48o	o.166	o.886
2		5.34	4.86	1.68	o.428	o.156	o.758
S		o.523	7.63	1.27	1.35	o.454	2.51
1	7oo	o.7o7	5.68	1.27	1.62	o.492	3.o9
2		5.34	4.86	1.68	1.56	o.383	2.82
S		o.523	7.63	1.27	9.88	o.758	17.2
1	65o	o.7o7	5.68	1.27	11.9	o.823	2o.7
2		5.34	4.86	1.68	12.1	o.81o	2o.5
S		o.628	7.63	1.27	78.7	o.796	185.
1	4oo	o.7o7	5.68	1.27	95.6	o.819	226.
2		5.34	4.86	1.68	96.4	o.816	227.
S		1.32	7.63	1.43	23o.	o.844	637.
1	3oo	1.32	5.68	1.43	269.	o.855	763.
2		5.34	4.86	1.68	271.	o.854	761.
S		4.48	7.85	2.19	838.	o.975	284o.
1	128	4.48	7.85	2.19	834	o.978	316o.
2		5.34	7.85	2.19	834.	o.978	3186.

Satz	$\frac{\Delta\lambda}{mÅ}$	I_λ / I_c (D_2) $\mu = 1.o$	$\mu = o.5$	$\mu = o.3$
S		o.o5o	o.o58	o.o64
1	o.o	o.o5o	o.o57	o.o63
2		o.o49	o.o56	o.o62
S		o.196	o.199	o.193
1	1o2	o.186	o.187	o.18o
2		o.187	o.19o	o.183
S		o.463	o.513	o.552
1	227	o.454	o.5o3	o.542
2		o.453	o.5o3	o.541

Tab. II-7 Einfluß der Na-Häufigkeit

$\frac{h}{km}$	N_1	b_3	$S^{(D_2)}$
85o	o.785	o.993	o.949
7oo	o.81o	o.967	o.919
55o	o.8o7	o.996	o.925
4oo	o.783	1.oo6	o.963
3oo	o.779	1.o14	o.976
128	o.759	1.oo5	o.994

Die Zahlenwerte geben für jede Größe das Verhältnis der Ergebnisse aus Rechnung 1 zu Rechnung 2 wieder.
Rechnung 1: $\varepsilon_{Na} = 1.5 \cdot 1o^{-6}$, FVW = 1.6o
Rechnung 2: $\varepsilon_{Na} = 2.o \cdot 1o^{-6}$, (Standard) FVW = 1.2o

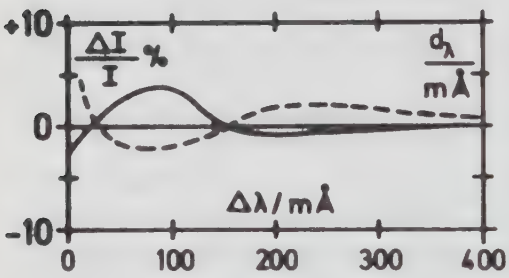


Fig. II-16b: Relative Intensitäts-Änderung (———) u. Linien-Verbreiterung (----) durch Ändern der Na-Häufigkeit und von FVW: ($\varepsilon_{Na}=1.5\cdot10^{-6}$, FVW=1.6) - ($\varepsilon_{Na}=2.0\cdot10^{-6}$, FVW=1.2) .

§ II-4.4: Einfluß der Zahl der Niveaus im Atommodell.

Wir haben Rechnungen mit zwei Varianten des Standard-Atommodells "Na4" durchgeführt: (1) mit einem 3-Niveau-Modell "Na3", bei dem die beiden 3P-Niveaus zusammengefaßt sind, (2) mit einem 2-Niveau-Modell, "Na2", das aus "Na3" durch Fortlassen des 3D-Niveaus hervorgeht. Bei beiden Modellen wurde die D_2-Linie als für den Übergang 3S-3P typische Linie angesehen.
Die Rechnung mit "Na3" sollte darüber Aufschluß geben, ob die Nichtidentität der beiden D-Linien-Quellfunktionen sich in den Profilen dieser Linien signifikant bemerkbar macht. Aus Tab. II-8 ist zu entnehmen, daß in den höheren Schichten bei "Na3" die Quellfunktion etwas gegenüber der D_2-Quellfunktion von "Na4" erhöht ist. Wegen des Fehlens der schwächeren D_1-Linie können bei "Na3" die Photonen des Resonanzübergangs nicht so schnell entweichen, was zu einer Anhebung der Quellfunktion führt. Die Zahl der Teilchen im Grundniveau ist gegenüber dem

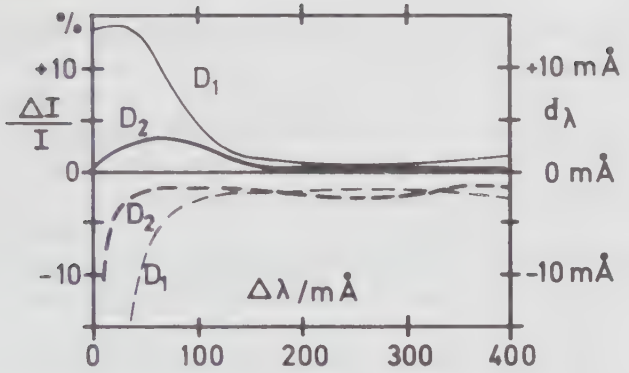


Fig. II-17a: Relative Intensitäts-Änderung (———) u. Linienverbreiterung (------) zwischen Rechnung mit 3- und 4-Niveau-Atommodell (Referenz: 4-Niveau-Modell).

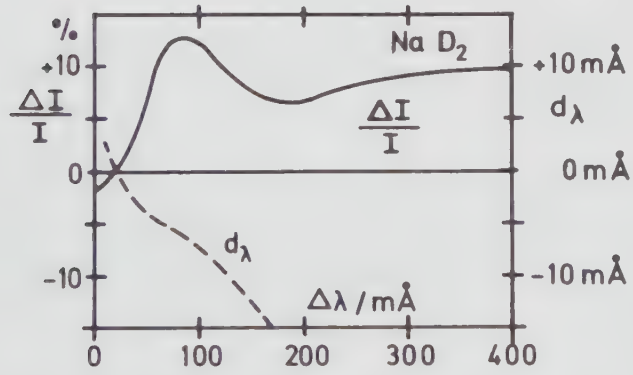


Fig. II-17b: Relative Intensitäts-Änderung (———) und Linienverbreiterung (-----) zwischen Rechnung mit 2- und 3- Niveau-Atommodell (Referenz: 4-Niveau-Modell).

Standardmodell etwas erniedrigt. Offensichtlich wird wegen der etwas erhöhten Besetzung des 3P-Niveaus das Ionisationsgleichgewicht zu ungunsten des neutralen Natriums verschoben. Fig. II-17a zeigt die relativen Profiländerungen zwischen"Na3" und dem Standardmodell.
Das Modell "Na2" liefert erwartungsgemäß wegen der fehlenden Rekombination zum 3D-Niveau zu schwache Linien (siehe Fig. II-17b). Trotz der relativ großen Differenzen in den $\tilde{\tau}$ - Skalen (siehe Tab. II-8) sind die Profiländerungen verhältnismäßig gering, weil sich die Quellfunktion so zu verändern sucht, daß die $S(\tilde{\tau})$-Relation erhalten bleibt.

Tab. II-8 Vergleich zwischen Atommodell "Standard" und Na3"

$\frac{h}{km}$	N_1	b_3	$S^{(D_2)}$	
850	1.005	1.026	0.992	
700	0.932	1.047	1.020	Die Zahlenwerte geben für jede Größe das Verhältnis der Ergebnisse aus "Na3" zu "Standard" an.
550	0.900	1.066	1.042	
400	0.982	1.048	1.028	
300	1.021	1.038	1.009	
128	1.013	1.017	1.004	

§ II-5: Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse.

Die Entstehung der Na - D-Linien wird durch drei Prozesse kontrolliert:

(1) Das Ionisatinsgleichgewicht, bei dem Photoionisation aus dem 3P-Niveau und Rekombination zum 3D-Niveau die wichtigsten Rollen spielen. Das Ionisationsgleichgewicht wiederum wirkt direkt auf die τ_o-Skala ein.

(2) Die Stoßraten zwischen dem Grundniveau und dem 3P-Niveau. Diese liefern die sichtigsten Quellen und Senken für die Linienquellfunktion und beeinflussen die Lage der Thermalisierungstiefe, die bei $\tau_o(D_2) \approx 10^3$ bzw. $h \approx 250$ km liegt.

(3) Der Strahlungstranspot in den D-Linien. Er ist charakterisiert durch das Entweichen spontan emittierter Photonen, das ab $h \gtrsim 400$ km aus den Flanken des nun optisch dünn werdenden Dopplerkern erfolgt. Die Entweichrate hängt empfindlich von der Breite des Dopplerkerns ab. Oberhalb $h \approx 400$ km kann von den atmosphärischen Parametern nur die Mikroturbulenz den Verlauf von $S(\tau_o)$ entscheidend beeinflussen.

Wie in Abschn. II-4 gezeigt wurde, haben die Unsicherheiten in den Atomparametern keinen nennenswerten Einfluß auf die gerechneten Profile der D-Linien. Insbesondere werden Veränderungen, die die τ_o-Skalen beeinflussen, durch ein entsprechendes Verhalten der Linienquellfunktion wenigstens teilweise kompensiert.

Wir kommen daher in Übereinstimmung mit Gehren (1975) zu dem Ergebnis, daß die D-Linien des neutralen Natriums brauchbare "Testsonden" zur Untersuchung der nicht-thermischen Geschwindigkeitsfelder der oberen Photosphäre und der unteren Chromosphäre sind.

§ II-6: Das Verhalten der D-Linien bzgl. Variationen der Atmosphären-Modelle.

Alle bisherigen Rechnungen bezogen sich auf das Standard-Atmosphären-Modell, das so konstuiert worden ist, daß mit ihm alle in dieser Arbeit untersuchten Spektrallinien möglichst gut dargestellt werden können (siehe Kap. V). In diesem Abschnitt werden Rechnungen mit dem Standard-Atommodell des Natrium-Atoms für verschiedene Temperatur-, Druck- und Turbulenzschichtungen besprochen. Das Ziel dieser Rechnungen ist es, das Verhalten der D-Linien auf Variationen der verschiedenen Atmosphärenparameter quantitativ zu erfassen. Wir beschränken uns hierbei auf Atmosphärenmodelle, die mehr oder weniger für die ruhige Chromosphäre in Frage kommen.
Ein Atmosphärenmodell ist gegeben durch den Verlauf der Elektronentemperatur, der Teilchendichte des neutralen Wasserstoffs, der Elektronendichte und des nicht-thermischen Geschwindigkeitsfeldes mit der geometrischen Höhe. Wenn nicht ausdrücklich anders erwähnt, ist die Teilchendichte des Wasserstoffs zu vorgegebener Temperatur unter der Annahme von Hydrostatik berechnet worden. Dabei wurde der Turbulenzdruck und die von LTE abweichende Ionisation des Wasserstoffs berücksichtigt (siehe § I-3.2). Um gewisse Effekte besser zu überschauen, wurden aber auch bei einigen Rechnungen nur die Temperaturschichtung oder nur das Geschwindigkeitsfeld variiert.

§ II-6.1: Variation der Temperatur- und Druckschichtung.

Das wichtigste Ergebnis des vorangehenden Paragraphens ist, daß oberhalb der Thermalisierungstiefe, die bei h $\approx$ 25o km liegt, die Temperaturschichtung den Verlauf der Quellfunktion nicht mehr wesentlich beeinflußt. Daher hängen auch die Linienprofile vom Temperaturverlauf für h $\gtrsim$ 35o km nicht mehr ab. In Fig. II-18a ist für mehrere chromosphärische Temperaturschichtungen der Verlauf der D_2-Quellfunktion gegen $\lg \tau_0$ aufgetragen. Alle gezeigten Fälle sind mit dem gleichen Mikroturbulenzmodell gerechnet. Fig. II-18b zeigt, daß bis auf Modell T95-2 die Unterschiede in den Linienprofilen vernachlässigbar sind. Das Modell T95-2 hat einen schon bei $\tau_0^{(D_2)}$ = 1o beginnenden, sehr steilen Temperaturanstieg zur Chromospähre, der die zentrale Restintensität der D_1-Linie um 9% anhebt.

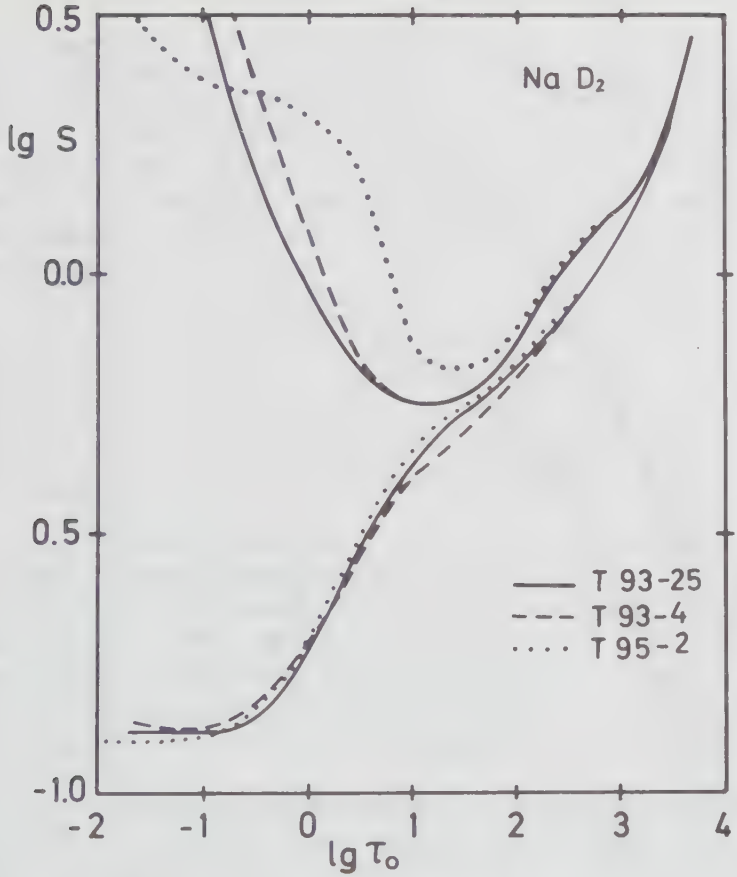


Fig. II-18a

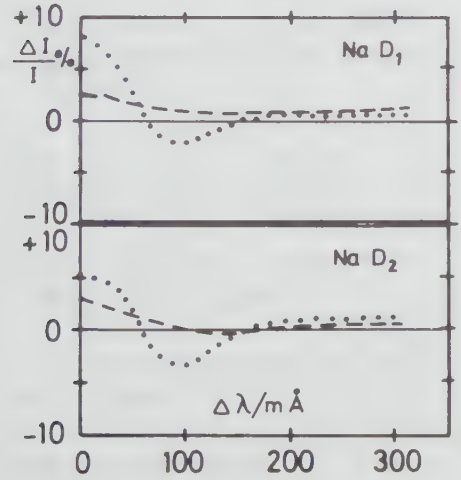


Fig. II-18b

Fig. II-18:
Verhalten der D_2-Quellfunktion (a) und der Profile der D-Linien (b) bzgl. Temperatur-Änderungen.

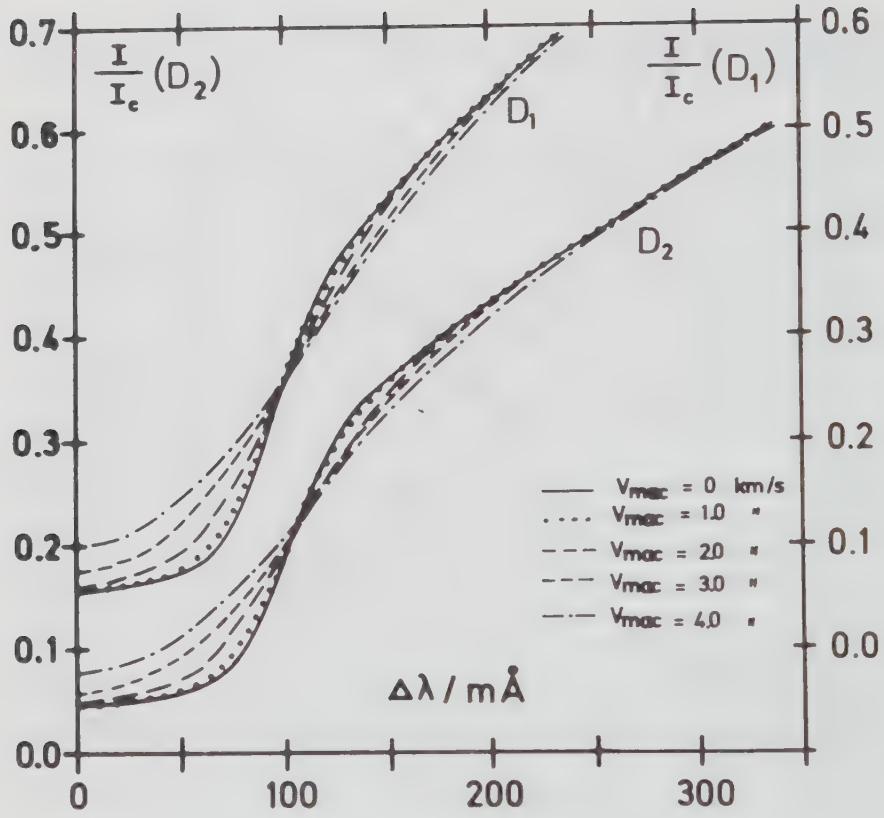


Fig. II-19: Einfluß der Makroturbulenz auf die Linienprofile.

Temperaturänderungen für $h \lesssim 350$ km machen sich in den Dämpfungsflügeln ($\Delta\lambda \gtrsim 150$ mÅ) bemerkbar. Wegen der Unsicherheit der Dämpfungskonstante eignen sich die Linienflügel nur bedingt zur Bestimmung des photosphärischen Temperaturverlaufes. Insbesondere kann der Effekt, der durch Abänderung des Gradienten $dB/d\tau$ hervorgerufen wird, durch eine geeignete Wahl des Korrekturfaktors FVW für die Dämpfungskonstante kompensiert werden.

§ II-6.2: Variation der Modelle für nicht-thermische Geschindigkeiten.

Aus den in §I-1.1 genannten Gründen stellen wir in unseren Rechnungen die nicht-thermischen Geschwindigkeitsfelder durch eine "Mikroturbulenz"-Schichtung $\xi(h,\mu)$ und eine "Makroturbulenz" V_{mac} dar.

In Fig. II-19 sind die Profile der D-Linien für mehrere Werte des Parameters V_{mac} dargestellt. Wie man sieht, wird für $\Delta\lambda \approx 110$ mÅ (D_1) bzw. $\Delta\lambda \approx 120$ mÅ (D_2) die Linienintensität nicht durch V_{mac} beeinflußt. Ebenso ergeben sich für $\Delta\lambda \gtrsim 230$ mÅ keine merklichen Änderungen in den Flügeln. Das Linienzentrum ist für $V_{mac} \lesssim 2$ km/s nicht sehr empfindlich gegenüber V_{mac}. Am stärksten beeinflußt die Makroturbulenz die Steilheit $dI/d\lambda$ der Linienflanke bzw. die Linienbreite zu $I_\lambda \approx 0.1 \cdot I_{cont}$.
Für die Mikroturbulenzschichtung ist es sinnvoll, drei Höhenbereiche zu unterscheiden. Bereich I: 800 km > h ≥ 500 km; Bereich II: 500 km > h > 200 km und Bereich III: h ≤ 200 km. In Bereich I, in dem die zentrumnahen Teile des Linienprofils entstehen, wirkt die Mikroturbulenz hauptsächlich über die Linienquellfunktion auf das Linienprofil ein, insbesondere auf die zentrale Restintensität. Im Bereich II entsteht die Linienflanke. Die Mikroturbulenz beeinflußt hier das Linienprofil in der "üblichen" Weise über $\Delta\lambda_D$ und bewirkt eine zusätzliche Verbreiterung der Linie. Im Bereich III ist der Dopplerkern optisch dick. Die Profile der D-Linie können daher keine Information über die Mikroturbulenz in diesem Bereich liefern. Für diesen Bereich würden sich die Linien des Übergangs 3P-3D zur Analyse der Mikroturbulenz eignen. Die Quellfunktion dieser Linien wird aber stark beeinflußt durch höher angeregte Niveaus, was sich deutlich im Linienprofil bemerkbar macht (Gehren, 1975). Das von uns benutzte Atommodell mit nur vier gebundenen Niveaus ist daher nicht ausreichend, diese Linien hinreichend genau zu berechnen.

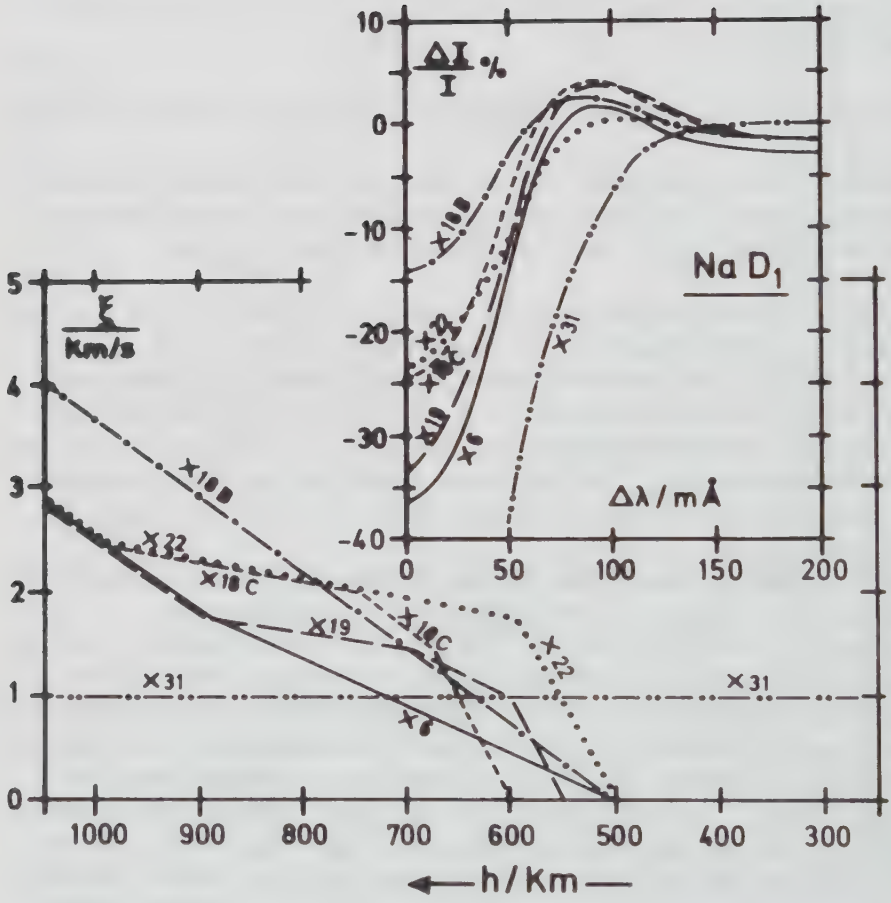


Fig. II-20a: Einfluß chromosphärischer Mikroturbulenz auf das Profil der Na D_1 -Linie.

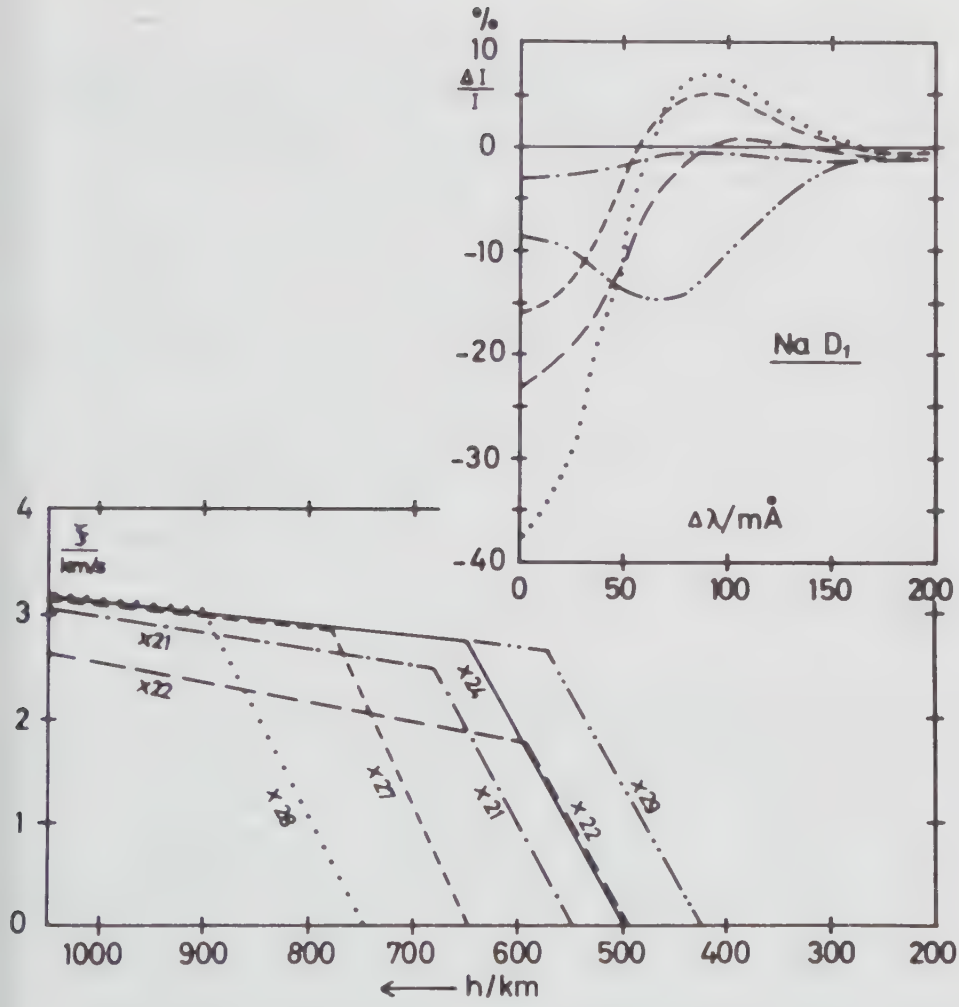


Fig. II-20b: Einfluß chromosphärischer Mikroturbulenz auf das Profil der Na D_1 -Linie.

In den Fig. II-2oa,b sind die Intensitätsdifferenzen der D_1-Linienprofile für mehrere Mikroturbulenzschichtungen dargestellt. Die Mikroturbulenz unterscheidet sich nur im Bereich I. Referenzprofil ist das aus der Standardrechnung folgende, welches mit ξ-Modell X24 gerechnet wurde.
Bis auf das Modell mit ξ = 1.o km/s ist für alle hier gezeigten Turbulenzmodelle ξ = 0 km/s für 4oo km ≥ h ≥ 2oo km. Man sieht, das die zentralen Bereiche des Linienkerns ($\Delta\lambda \lesssim$ 5o mÅ) deutlich auf Veränderungen des Mikroturbulenzmodells reagieren. Für $\xi \equiv$ 1.o km/s ist die zentrale Restintensität um 65 % kleiner gegenüber dem Standardmodell. Wie zu erwarten, hebt ein chromosphärischer ξ-Anstieg die zentrale Linienintensität I_o an. I_o hängt sowohl von der Steilheit des ξ-Gradienten als auch von dem Betrag von ξ bei h ≈ 1ooo km ab: Bis auf Modell X18B ist für alle in Fig. II-2oa gezeigten ξ-Modelle $\xi \approx$ 2.5 km/s bei h = 1ooo km. Diese Modelle unterscheiden sich hauptsächlich im mittleren Gradienten zwischen 5oo km und 9oo km. Die Gradienten nehmen zu in der Reihenfolge X6-X19-X18C - X22. I_o nimmt für diese Folge monoton zu. Modell X18C und X22 liefern ungefähr das gleiche Profil. Offenbar ist es nicht entscheidend, ob der Gradient bei 5oo km oder erst bei 6oo km einsetzt. Der Verlauf X18B liefert eine relativ große Zentralintensität. Das liegt vor allem an dem relativ hohen Wert $\xi \approx$ 3.5 km/s für h = 1ooo km. Ein Vergleich des Verlaufs X22 mit X21 und X24 (Fig. II-2ob) ergibt wieder die Abhängigkeit von ξ bei h = 1ooo km. Die Folge der Modelle X24, X27, X28 ergibt eine monoton abnehmende Zentralintensität. Dagegen ergeben die Modelle X24 und X21 nur wenig veränderte Profile. Modell X29, bei dem der ξ-Gradient schon bei h = 425 km einsetzt, liefert gegenüber X24 eine um 9% kleinere Zentralintensität. Bei Modell X29 bleibt auch in den tieferen Schichten trotz des dort schmalen Linienabsorptionskoeffizienten der Dopplerkern optisch dick, so daß aus diesen Schichten nicht mehr so viele Photonen in die höheren Schichten gelangen können, um die Quellfunktion anzuheben. Beim Modell X24 wird für $\Delta\lambda$ = 91 mÅ $\tau_\lambda = 1$ bei h = 325 km erreicht, bei Modell X 29 aber schon bei h = 49o km. τ_λ = o.3 wird bei h = 64o km bzw. 66o km erreicht.
Man erkennt auch, daß sich deutlich unterscheidende Mikroturbulenzverläufe unter Umständen ganz ähnliche Profile ergeben können (z.B. X18C und X22 oder X18B und X27). Das ist durchaus verständlich, da ja hier die Mikroturbulenz nur indirekt über die Quellfunktion auf das Profil einwirkt.

Bemerkenswert ist, daß der chromosphärische Verlauf von ζ auch die Linienflanken beeinflußt, die bei h < 5oo km entstehen. So verbreitert Modell X24 die D_1-Linie um etwa 4 mÅ gegenüber dem Modell X27. Die Mikroturbulenz bei h ≈ 55o km vergrößert dort τ_λ, was sich noch bis h ≈ 35o km bemerkbar machen kann. Noch ausgeprägter ist dieser Effekt bei X29, das die D_1-Linie um ≈ 7 mÅ verbreitert.
In Fig. II-21 sind für einige sich im Bereich II unterscheidende ζ -Verläufe die resultierenden Verbreiterungen des D_1-Profils dargestellt. Die Verbreiterung d_λ bezieht sich auf das Halbprofil. Eine Mikroturbulenz von 1 km/s verbreitert das Halbprofil bei $\Delta\lambda$ = 1oo mÅ zusätzlich um etwa 15 mÅ.

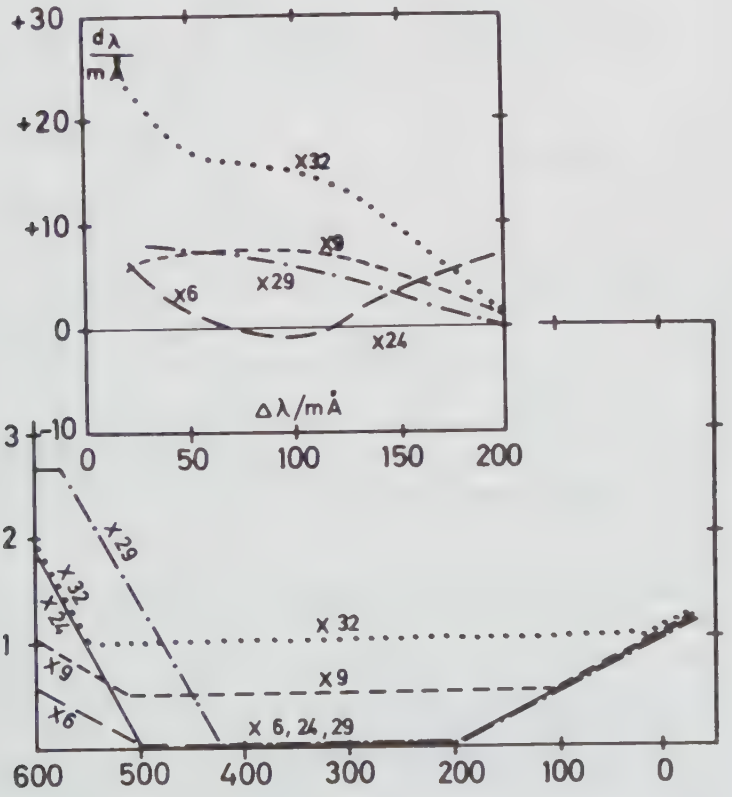


Fig. II-21: Einfluß von Mikroturbulenz-Schichtungen auf die Breite des Na D_1 -Profils.

§ II-7: Vergleich mit den Beobachtungen.

In diesem Paragraphen wird durch den Vergleich zwischen gerechneten und gemessenen Profilen untersucht, welche Anforderungen an ein Atmosphärenmodell zu stellen sind, das die D-Linien befriedigend darstellen kann.

Beobachtungsgrundlage sind die Messungen von Waddell (1962a) und der Liège-Atlas (Delbouille et al., 1973). Waddell führte eine lichtelektrische Photometrie der beiden D-Linien bei insgesamt 6 $\cos\vartheta$-Werten außerhalb von Aktivitätsgebieten durch. Er benutzte einen double-pass-Spektrometer; die Länge des Eintrittspalts betrug 3o" auf der Sonnenscheibe. Die spektrale Auflösung betrug 35 mÅ. Der Liège-Atlas ist ebenfalls lichtelektrisch und unter Benutzung eines double-pass-Systems gewonnen worden. Der Atlas bezieht sich auf die Mitte der Sonnenscheibe. Die Apparatefunktion hat bei λ= 5683 Å eine Halbwertsbreite von 7 mÅ. Der Eintrittsspalt war 1" lang.

In Fig. II-22 sind für die Scheibenmitte die Profile aus dem Liège-Atlas mit den Messungen von Waddell verglichen. Bei den Liège-Profilen sind die blauen Halbprofile um die empirische bestimmte Mitte ihrer Linienkerne gespiegelt worden. Waddell hat bei der Reduktion seiner Messungen ein Halbprofil aus den Teilen der blauen oder roten Profilhälfte konstruiert, die am wenigsten durch andere Linien gestört waren.

Die D_2-Linie, vor allem der blaue Flügel, ist stärker als die D_1-Linie durch terrestrische Linien geblendet. Daher wurde der D_1-Linie etwas größeres Gewicht gegeben als der D_2-Linie. Die Mitte-Randvariation der Profile wurde nur zur Untersuchung etwaiger Anisotropien in den Geschwindigkeitsfeldern betrachtet.

Wie schon mehrfach betont, können die D-Linien keine Informationen über die Temperaturschichtung liefern. Der bei den Rechnungen zum Natrium benutzte photosphärische Temperaturverlauf hat sich aus der Analyse der Mg-Linien ergeben (siehe §III-5). Alle dort untersuchten Temperaturschichtungen stellen die gemessenen Flügel der Na D - Linien befriedigend dar, wenn der Korrekturfaktor FVW für van-der-Waals-Dämpfung geeignet gewählt wird (FVW = 1.o bis 1.45). Der chromosphärische Temperaturanstieg beeinflußt nur dann die zentralen Linienintensitäten, wenn er bei h $<$ 6oo km einsetzt und genügend groß ist. Auch dann beeinflußt er die Zentralintensitäten nur in der Größenordnung von $\lesssim$ 1o%. Wie aus den Fig. II-2o,-21 hervorgeht, kann die Mikroturbulenz die Zen-

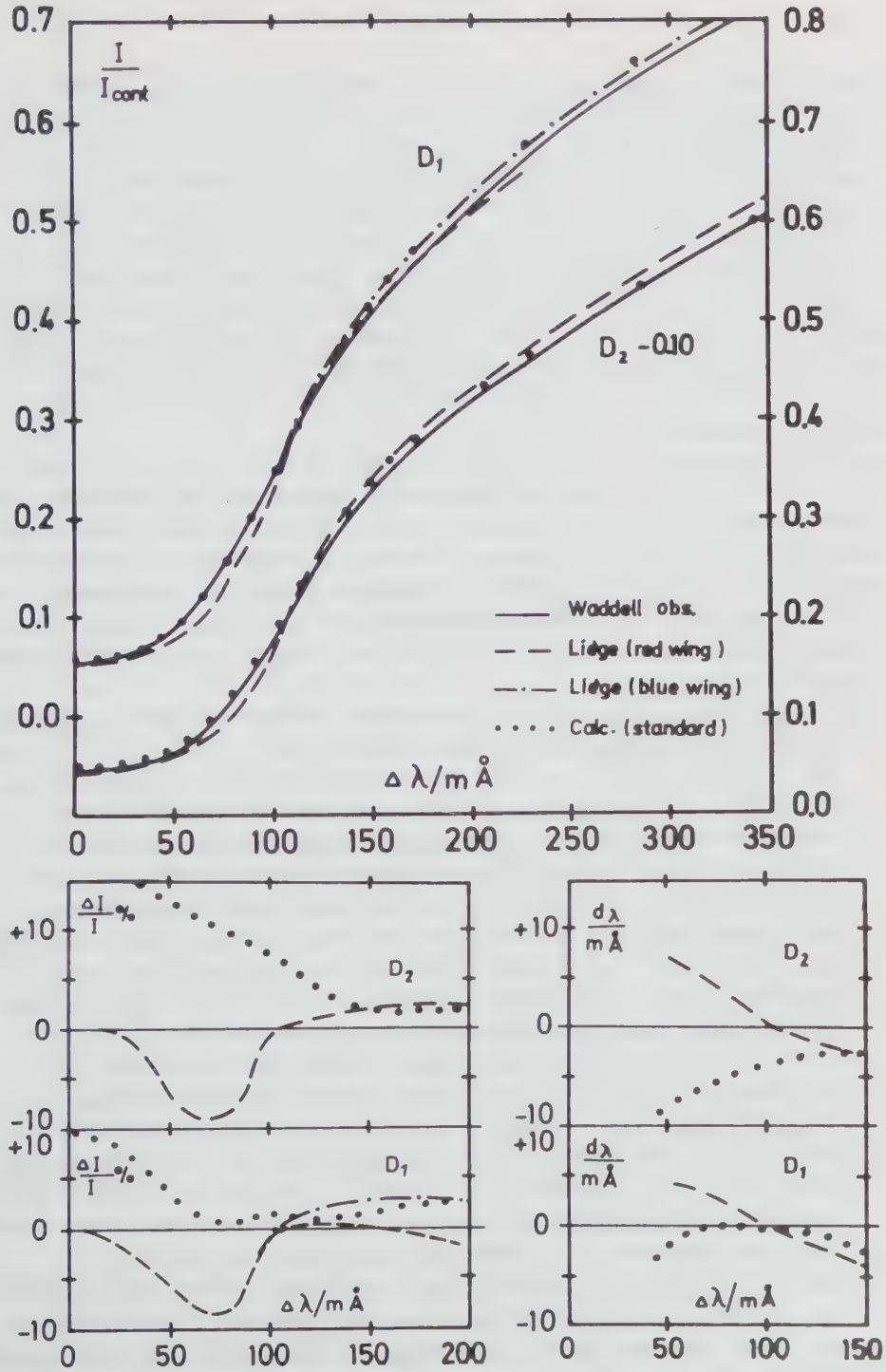


Fig. II-22: Vergleich zwischen beobachteten und gerechneten Profilen.

tralintensität wesentlich beeinflussen. Wir haben daher die D-Linien für eine Anzahl von Mikroturbulenz-Modellen berechnet mit dem Ziel, die beiden D-Linien möglichst gut darzustellen. Bei diesen Rechnungen wurden zwei Modelle für den chromosphärischen Temperaturverlauf betrachtet: Modell T95-2, das einen bei h ≈ 58o km einsetzenden, steilen Temperaturanstieg aufweist und T93-27 (oder diesem ähnliche Modelle), das unsere "Standardatmosphäre" ist und dessen flacherer Temperaturanstieg erst bei h ≈ 66o km einsetzt. Dem ersten Temperaturmodell ähnelt das Modell von Lites (1973) oder das HSRA-Modell. Dem zweiten Modell kommt das von Linsky und Avrett (197o) am nächsten. Das vorläufige Modell von Vernazza et al. (1973) liegt für h < 85o km zwischen den beiden hier betrachteten Modellen.

Im vorangehenden Abschnitt wurde gezeigt, wie die D-Profile auf verschiedene Mikroturbulenz reagieren. Der Verlauf von ζ für h $\gtrsim$ 5oo km beeinflußt in erster Linie die Intensität für $\Delta\lambda \lesssim$ 6o mÅ, in geringerem Umfang auch die Breite der Flanken. Die Mikroturbulenz für h $\lesssim$ 4oo km macht sich in der Verbreitung der Linien bemerkbar. Die Linienkerne werden aber auch durch die Makroturbulenz stark beeinflußt, ebenso die Form der Linienflanken. Zur Trennung beider Effekte wurden folgende Kriterien herangezogen:

(1) Es gibt einen Punkt in der Profilflanke, der von der Makroturbulenz praktisch unabhängig ist (siehe Fig. II-19).
Die Breite der Linie ist für diesen Punkt nur durch thermische und kleinskalige nicht-thermische Geschwindigkeitsfelder erklärbar.

(2) Die Mikroturbulenz in den höheren Schichten hebt den kernnahen Profilteil an, ohne dessen Form wesentlich zu verändern. Dagegen hebt Makroturbulenz den kernnahen Profilteil nicht nur an, sondern macht ihn auch schmaler, was bei $\Delta\lambda \approx$ 5o mÅ (D_1) bzw. 7o mÅ (D_2) besonders leicht zu erkennen ist. Wenn also zu einem bestimmten Mikroturbulenz-Modell die D_1-Linie bei $\Delta\lambda$ = 5o mÅ mit V_{mac} = 0 km/s zu breit ist, kann dies meistens durch geeignete Wahl von V_{mac} korrigiert werden. Unter Umständen muß dann die Mikroturbulenz in den höheren Schichten nachkorrigiert werden, damit die Zentralintensität nicht so groß wird.

(3) Wegen der relativ großen Breite der Beitragskurve im Flankenbereich (siehe Fig. II-15) werden etwaige um h = 3oo km existierende Gradienten in ζ "ausgeschmiert". Die Linienflanke wird im wesentlichen parallel verschoben, entsprechend einem mittleren Wert für ζ. Dagegen ändert die Makroturbulenz die Neigung der Flanken. Zu beachten ist aber, daß die Flankenneigung auch durch die Mikroturbulenz der hohen Schichten beeinflußt wird, vor allem für 7o mÅ $\lesssim \Delta\lambda \lesssim$ 1oo mÅ.

Es zeigt sich, daß die Breiten der Linienflanken um $\Delta\lambda \approx 100$ mÅ durch die thermische Dopplerverbreiterung allein bis auf $\lesssim$ 5 mÅ dargestellt werden können. Da die Mikroturbulenz der höheren Schichten noch einen gewissen Beitrag zur Linienbreite liefert, muß die Mikroturbulenz in den mittleren Atmosphären klein sein. Eine optimale Anpassung gelingt mit $\xi = 0$ km/s für 400 km $\geq$ h $\geq$ 200 km. Mit $\xi \equiv 0.5$ km/s in diesen Schichten wird die D_1-Linie um ≈ 7 mÅ gegenüber Waddells Profil verbreitert. Zu $\xi = 1.0$ km/s ergibt sich eine Diskrepanz von 15 mÅ. Der letzte Fall kann ausgeschlossen werden, der erste ist noch tolerabel, vor allem, wenn der Beitrag von ξ aus höheren Schichten vernachlässigbar ist.

Die Neigung der Linienflanke paßt zu einer Makroturbulenz $V_{mac} = (2.0 \pm 0.5)$ km/s. Bei diesen Werten hat die Makroturbulenz noch keinen großen Einfluß auf die zentrale Linienintensität.

Die zentrale Linienintensität erfordert Mikroturbulenz-Modelle vom Typ X 24 oder X18B (siehe Fig. II-20). Modell X29 liefert etwas zu breite und etwas zu tief eingesenkte Profile. Modelle der Art X6 oder X19 liefern um 15% bis 20% zu kleine Zentralintensitäten. (D_1-Linie, Standard-T-Modell). Diese Diskrepanzen sind bei dem Temperaturmodell T42-2 etwas geringer und können mit einer etwas erhöhten Makroturbulenz ($V_{mac} \approx 3.0$ km/s) sogar fast verschwinden. Das Modell T42-2 ist jedoch unrealistisch, wie die Analyse der infraroten Kalzium-Linien zeigt (Kap. IV).

Wir haben die Profile der D-Linie auch für die $\cos\vartheta$-Werte 0.5 und 0.3 berechnet und mit den Messungen von Waddell verglichen. Es konnten keine größeren Diskrepanzen festgestellt werden, die auf eine Anisotropie in den Geschwindigkeitsfeldern hindeuten würden.

Wir haben die folgenden Ergebnisse aus der Analyse der D-Linien gewonnen:

(1) Für 400 km $\gtrsim$ h $\gtrsim$ 200 km ist die Mikroturbulenz $\lesssim$ 0.5 km/s.

(2) Die Mikroturbulenz steigt zur Chromosphäre hin an, wobei der Anstieg bei h = (550 $\pm$ 100) km beginnt, sodaß bei h = 1000 km ξ = (3.5 $\pm$ 1.0) km/s wird.

(3) Die Makroturbulenz beträgt (2.0 $\pm$ 0.5) km/s.

Kapitel III : Die b-Linien und λ4571 des neutralen Magnesiums.

Das neutrale Magnesium-Atom erzeugt vier starke Spektrallinien, deren Kerne in der Chromosphäre entstehen: Die UV-Linie 3^1S_0-3^1P_1 (λ 2852) und das bekannte Triplett Mg b $3P^o_j$-4^3S_1 (j=0,1,2) (λ 5167.3:b_4, λ 5172.7:b_2, λ 5183.6:b_1). Hinzu kommt noch die Interkombinationslinie 3^1S_0-$3^3P^o_1$ (λ 4571.1), deren Kern zwar unterhalb des Temperatur-Minimums entsteht, die aber bei der Berechnung des Anregungsgleichgewichts mit berücksichtigt werden muß. Fig III-1 zeigt das Grotrian-Diagramm von Mg I. Die Interkombinationslinie eignet sich gut zur Analyse der oberen Photosphäre. Die Linie λ 2852, die ebenfalls im Rahmen der Rechnungen zur Entstehung des Mg b-Tripletts mit berechnet werden muß, bleibt bei der Diskussion unberücksichtigt, da diese Linie vom Erdboden aus nicht beobachtet werden kann und weil die bisher vorliegenden Profilmessungen noch nicht die notwendige Qualität aufweisen.

§ III-1 : Bisherige Untersuchungen.

§ III-1.1 : Die Analyse von Waddell (1963).

Das Mg b-Triplett ist von Waddell analog zum Na D-Dublett semiempirisch untersucht worden (siehe § II-1). Beim Mg b-Triplett ist im Unterschied zum Na D-Dublett das obere Niveau identisch, was für die Frage nach der Identität von Multiplett-Quellfunktionen wichtig ist. Die Linienstärken der Triplett-Komponenten verhalten sich wie 1.0 : 0.6 : 0.2 . Da wegen Luftunruhe es sehr schwierig ist, in unmittelbarer Nähe des Sonnenrandes noch einwandfreie Linienprofile zu messen, konnte Waddell nur Profile für einen Satz von $\mu = \cos\vartheta$ -Werten analysieren: $\mu(b_1) = 1.0$, $\mu(b_2) = 0.6$ und $\mu(b_4) = 0.2$. Die Dopplerkerne dieser drei Profile waren im Rahmen der Messgenauigkeit kongruent, woraus zu schließen ist, daß die Quellfunktionen der Triplett-Linien identisch sind bezüglich einer gemeinsamen Höhenskala.

§ III-1.2 : Die Rechnungen von Athay u. House (1961).

Diese Arbeit untersucht die Ionisations- und Anregungsverhältnisse im Mg I. Es wurden die in Fig. III-1 gezeigten Niveaus berücksichtigt. Die net radiative brackets wurden für jeden Übergang vorgegeben. Uns interessierende Ergebnisse sind:

(a) die Niveaus 1,2,4 (siehe Fig. III-1) werden nur durch die Übergänge 2-4 und 2-5 beeinflußt. Mit "5" sind die Niveaus 4^3P, 3^3D, 4^3D gemeint, die zu einem Niveau zusammengefaßt worden waren.

(b) Die Interkombinations-Linie 1-2 ist stoßdominiert, was $S_{12} = B(T_e)$ zur Folge hat.

(c) Das Ionisations-Gleichgewicht wird von einem 3-Niveau-Atom bereits hinreichend genau beschrieben.

§ III-1.3 : Die Rechnungen von Athay u. Canfield (1969).

Zur Berechnung des Mg-Tripletts wurde das Ionisations- und Anregungs-Gleichgewicht im Mg I konsistent zum Strahlungstransport in den relevanten Linien berechnet. Berücksichtigt wurden die Niveaus: 1 bis 4 (siehe Fig. III-1), dazu 3^3D, 4^3P, 4^1S. Für den Übergang 1-2 wurde $S_{21} = B(T_e)$ vorausgesetzt, ebenso, daß die b-Linien eine gemeinsame Quellfunktion haben. Parallel zu den Rechnungen für Mg b wurde Na D gerechnet (siehe § II-1.2), wo auch das verwendete Atmosphären-Modell beschrieben wird).

Ergebnisse der Analyse der b-Linien:

1) Nur die Niveaus 1 bis 4 sind wichtig für Mg b. Das Ionisations-Gleichgewicht wird vom Niveau 2 aus kontrolliert.

2) Die Linien-Kerne entstehen weit oberhalb der Thermalisierungs-Tiefe ($\tau_{th} = 10^{-2}$, $\tau_o^{(b_1)} = 2 \cdot 10^{-5}$) und reagieren nicht auf chromosphärisches T(h).

3) Die Quellfunktion wird durch Photoionisations-Raten stark beeinflußt. Daher ist der Einfluß anderer Übergänge unwichtig.

4) Die Linien-Kerne, deren Entstehungsbereich sich mit dem der Na D-Linien überlappt, ergeben sich nur dann konsistent zu den Na D-Linien-Kernen, wenn das Verhältnis $\varepsilon_{Na}/\varepsilon_{Mg} = 8 \cdot 10^{-2}$ gesetzt wird (bester heutiger Wert: $4.8 \cdot 10^{-2}$, Ross u. Aller, 1976).

5) Die Zentralintensitäten erfordern Anstieg der Mikroturbulenz zur Chromosphäre und eine höhere Elektronen-Dichte als es stationären Gleichgewichts-Rechnungen entspricht (siehe auch § I-1).

§ III-1.4 : Die Analyse der oberen Photosphäre von Altrock u. Cannon (1972).

Für die $\approx$120 mÅ starke Linie 1-2 (λ 4571) gilt nach Athay u. House (1961) $S^{(21)} = B(T_e)$. Das Ionisations-Gleichgewicht ist nach Athay u. Canfield (1969) durch Photo-Ionisation und -Rekombination von und zum Niveau 2 festgelegt. Unter diesen Voraussetzungen führten Altrock u. Cannon eine quasi-LTE-Analyse mit λ4571 durch. Bei der Berechnung von N_1 wurde statt der Saha-Gleichung ein einfacher, aus obigen Annahmen folgender Ausdruck eingesetzt. Gerechnete Profile zu verschiedenen T(h)-Modellen wurden mit Messungen von White et al. (1972) verglichen.

Ergebnisse: Zum Bilderberg-Modell ergeben sich zu hohe Zentralintensitäten für $\cos\vartheta \leq 0.5$. HSRA-Modell stellt Profile besser dar, optimale Darstellung ergibt sich für eine Modifikation des HSRA-T(h) zwischen 100 km $\leq$ h $\leq$ 550 km ($\Delta T = \pm$ 160 K).

§ III-1.5 : Die Rechnungen von Altrock u. Canfield (1974).

Es wurden die Linien 1-2 (λ 4571), 1-3 (λ 2852) und 2-4 (Mg b_2) für verschiedene Atmosphären-Modelle berechnet, wobei das in Fig. III-1 gezeigte Atommodell benutzt wurde. $S^{(21)} = B(T_e)$ wurde nicht vorausgesetzt.

Ergebnisse:

1) für $h < 600$ km ist $S^{(21)} = B(T_e)$.

2) Die Analyse der Photosphäre von Altrock u. Cannon (1972) wurde bestätigt. Auch die Flügel von λ 2852 werden durch Altrock-Cannon-T(h) besser als durch andere Schichtungen (z. B. HSRA) dargestellt. Aus der Mitte-Rand-Variation wurde auf eine anisotrope Mikroturbulenz geschlossen.

3) Aus der Breite des Kerns von Mg b folgt, daß um h=400 km die Mikroturbulenz $\lesssim$ 0.5 km/s sein muß.

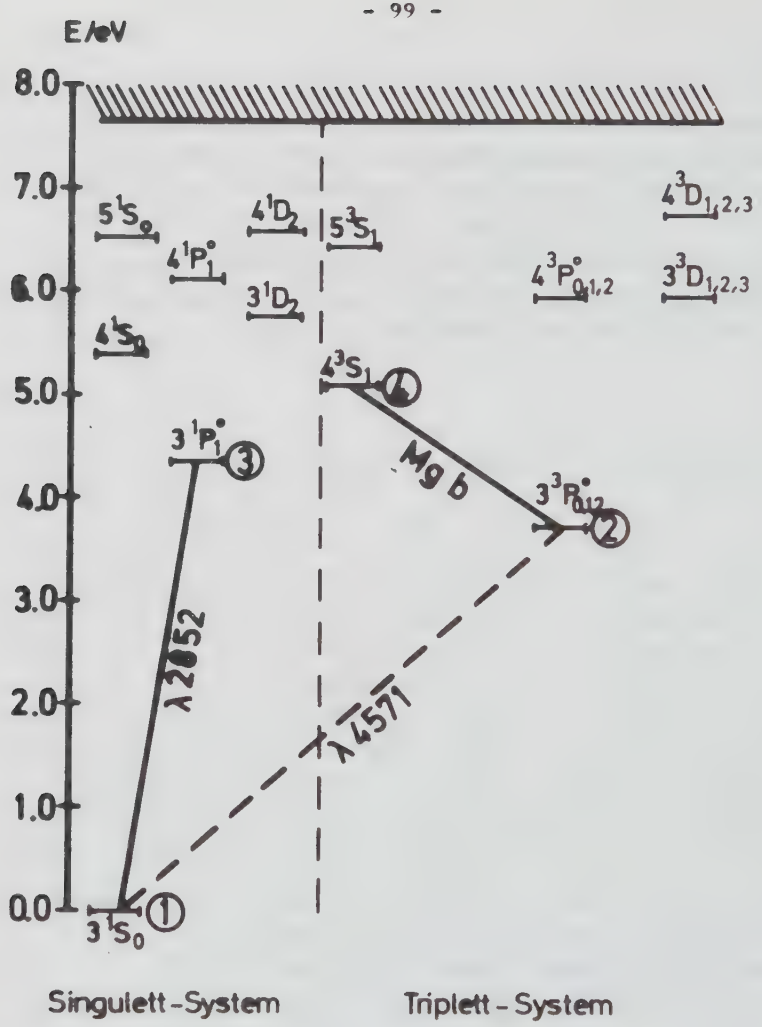


Fig. III-1: Grotrian-Diagramm von Mg I.
Die mit Nummern versehenen Niveaus und die eingezeichneten Übergänge wurden im Standard-Atommodell berücksichtigt.

§ III-2 : Beschreibung der vorliegenden Rechnungen zur Entstehung der Mg I-Linien.

§ III-2.1 : Atommodell.

Für das neutrale Magnesium-Atom haben wir das von Altrock u. Canfield (1974) verwendete Atommodell benutzt. Es besteht aus den vier gebundenen Niveaus 3^1S_o, 3^3P^o, 3^1P^o und 4^3S_1 (siehe auch Fig. III-1). Wir nummerieren diese Niveaus in der angegebenen Reihenfolge durch und werden die Niveaus im folgenden mit diesen Nummern bezeichnen.

Altrock u. Canfield folgend haben wir das Triplett-Niveau 2 zu einem Niveau zusammengezogen und angenommen, daß die Feinstrukturniveaus relativ zueinander gemäß der Boltzmann-Verteilung besetzt sind. Diese Annahme ist äquivalent zu der Annahme, daß die Quellfunktionen der drei Mg b-Linien auf gleicher geometrischer Höhe identisch sind. Wie wir am Beispiel der Na-D-Linien sahen, ist die Identität der Quellfunktionen für Multiplettlinien nicht immer gewährleistet. Beim Mg b-Triplett liegen jedoch wesentlich günstigere Verhältnisse vor, da hier das obere Niveau 4 gemeinsam ist und weil von den unteren Niveaus nur der stoßdominierte Interkombinations-Übergang $\lambda 4571$ zum Grundniveau führt. Dagegen sind bei den Na D-Linien die beiden oberen Niveaus über zwei unterschiedlich starke Strahlungsübergänge mit dem Grundniveau verknüpft, die die oberen Niveaus unterschiedlich derart entvölkern, daß die relative Besetzung der beiden Niveaus von der Boltzmann-Verteilung abweicht. Für die Berechnung der Quellfunktion des Mg b-Übergangs 2-4 werden die Parameter der b_2-Linie eingesetzt. Die Stärke dieser Linie liegt zwischen denen der beiden anderen Triplettenkomponenten.

Die Daten des Modells für das Magnesium-Atom sind in Tabelle III-3 angegeben.

§ III-2.2 : Strahlungsraten, Stoßquerschnitte, Häufigkeit, Ionisations-Temperaturen.

Die Werte der meisten Paramter haben wir von Altrock u. Canfield (1974) übernommen.

Einstein-Koeffizienten: Bis auf A_{21} sind die Werte genau genug angesichts der übrigen Fehlerquellen, die die τ-Skalen beeinflussen. A_{21} wurde innerhalb der von Wiese et al. (1969) angegebenen Fehlergrenzen als freier Parameter angesehen.

Photoionisations-Querschnitte: Trotz ihrer großen Ungenauigkeit können sie die Resultate nicht wesentlich beeinflussen (siehe hierzu § III-3.1).

Stoßquerschnitte: Wie auch Altrock u. Canfield (1974), haben wir mit energieunabhängigen Querschnitten gerechnet. Die benutzten Werte liegen vermutlich an der oberen Grenze des vertretbaren Wertebereichs.

Mg-Häufigkeit: Sie ist relativ unsicher. In Tab. III-1 sind einige neuere Werte zusammengestellt.

Ionisations-Temperaturen: Hier haben wir nicht die Werte von Altrock u. Canfield benutzt, sondern $T_{ion}^{(i)}$ aus den bei Vernazza et al. (1976) zusammengestellten gemessenen Kontinuums-Intensitäten $I_c(\lambda)$ bestimmt (siehe auch § I-2.4). Für weitere Informationen siehe Tab. III-2.

Tab. III-1 : Häufigkeit des Magnesium

Autor	Quelle:	N_{Mg}/N_H
Goldberg et al. (1960)		2.5-5
Nikolsky (1969)	Korona	4.0-5
Holweger (1971)	Photosphäre, Mg II-Linien, (gf)-Werte: Lambert u. Warner (1968)	4.0-5
Dupree (1972)	Chromosphäre (UV), Korona	3.0-5
Engvold u. Hauge (1974)	Diskussion von Literaturwerten	3.2-5
Ross u. Aller (1976)	Diskussion von Literaturwerten	4.0-5
Urey (1972)	Chondriten	4.6-5
Cameron (1973)	'Solar System'	4.6-5

Tab. III-2 : Ionisations-Temperaturen

i	Niveau	λ_o/Å	λ_1/Å	T_b/K	T_{ion}/K	T_{ion}/K(1)	Ref.
1	3^1S	1622	1500	4350 ± 100	4130	4550	(2)
2	3^3P	2515	1700	5200...4300	4850	4900	(3)
3	3^1P	3759	2615	5500...5100	5050	5500	(4)
4	4^3S	4820	3540	5800...5500	4880	5300	(4)

Bemerkungen: λ_o:Ionisations-Grenze, λ_1: kürzeste berücksichtigte Wellenlänge

(1) Altrock u. Canfield (1974)

(2) Nishi (1973). Spektrale Auflösung 8.3 Å Scheiben-Mitte. Kohl et al. (1975). Spektrale Auflösung 6Å. Scheiben-Mitte. Jordan u. Ridgeley (1974). Spektrale Auflösung 0.4 Å. 5' vom Sonnenrand.
In allen drei Fällen T_b aus Vernazza et al. (1976), Fig. 4).

(3) Kohl et al. (1974). Spektrale Auflösung 5Å. Scheiben-Mitte. ($\lambda >$ 2000 Å). $\lambda <$ 2000 Å: Untere Grenze der Punktwolke aus Fig. 4a bei Vernazza et al. (1976).
$T_{ion}^{(1)}$ aus $\frac{1}{2}\int_{\nu_2}^{\infty}\alpha_\nu^{(2)} I_\nu \frac{d\nu}{h\nu} = \int_{\nu_o}^{\infty}\alpha_\nu^{(2)} \cdot B_\nu(T_{ion}) \frac{d\nu}{h\nu}$.

(4) Labs u. Neckel (1970). Breitbandig. Sonnen-Scheibe.
F_λ aus Fig. 7a bei Vernazza et al. (1976).

§ III-2.3 : Dämpfungskonstanten.

Bei der Berechnung der Dämpfungskonstanten haben wir Strahlungsdämpfung und van der Waals-Stoßverbreiterung durch Wasserstoff und Helium berücksichtigt. Der Parameter für van der Waals-Dämpfung ist mit einem Korrekturfaktor FVW versehen worden. FVW wurde so gewählt, daß die äußeren Linienflügel möglichst gut mit der Beobachtung übereinstimmen. Im § II-1.4 ist die Problematik am Beispiel des Natrium-Atoms eingehender diskutiert worden.

Bei der b_2-Linie dominiert die van der Waals-Dämpfung über die Strahlungsdämpfung für $h \lesssim 500$ km. Da die Flügel dieser Linie

unterhalb h = 400 km entstehen, hat die Strahlungsdämpfung keinen wesentlichen Einfluß auf die Flügel. Auch kann unter diesen Umständen davon ausgegangen werden, daß die für den Strahlungstransport in den b-Linien wichtigen Streuprozesse vollständig inkohärent sind.

§ III-2.4 : Stützstellen, numerisches Verhalten.

Die im Flußintegral auftretenden frequenzabhängigen Matrixelemente (siehe § I-2.2) wurden für 21 Werte von $y = \Delta\nu/\Delta\nu_D$ berechnet. 13 Stützstellen lagen im Intervall $0 \leq y \leq 3.0$, 4 Stützstellen im Intervall $3.0 < y \leq 10$. Die restlichen 4 Stützstellen verteilen sich auf $10 < y \leq 100$.
Die Quellfunktionen wurden zu 38 Höhenstützpunkten berechnet, die den Bereich 2000 km $\geq$ h $\geq$ -70 km überdecken. Das Iterationsverfahren wurde beendet, wenn für jede Linie und bei jedem Höhenstützpunkt sich der Wert der Quellfunktion gegenüber dem der vorangegangenen Iteration um weniger als 1 % änderte.

Je nach Güte der Ausgangslösung wurden 4 bis 6 Iterationsschritte benötigt.

Tab. III-3 : Standardwerte der Atomparameter für Mg I.

Ionisations-Frequenz vom Grundniveau : $1.8488.10^{+15}$ Hz

Zustands-Summe des MgII: 2.0

Solare Häufigkeit N_{Mg}/N_H: $3.0\ 10^{-5}$ (1)

i	Niveau	$\frac{\nu_{exc}}{10^{15}\,Hz}$	g_i	$\frac{\bar{Q}_{ic}}{\pi a_o^2}$ (5000 K)	$\frac{\alpha_o^{(i)}}{10^{-18}\,cm^2}$	n	$\frac{T_{ion}^{(i)}}{K}$ (6)
1	3^1S_o	0.000	1.0	0.21	1.2(3)	15	4150
2	3^3P^o	0.656	9.0	0.8	19. (4)	2	4850
3	$3^1P_1^o$	1.051	3.0	2.3	13. (5)	3	5050
4	4^3S_1	1.235	3.0	5.8	2.2(5)	3	4880

i-j	Überg.	λ/Å	$\frac{A_{ji}}{10^8\,Hz}$	$\frac{\bar{Q}_{ij}}{\pi a_o^2}$ (5000 K)	FVW
1-2	3^1S_o-$3^3P_1^o$	4571.1	340.10^{-6} (7)	11. (10)	9. (12)
1-3	3^1S_o-$3^1P_1^o$	2852.	4.95 (8)	3. (10)	4.
1-4	3^1S_o-4^3S_1	-	0.	1. (11)	-
2-3	3^3P_o-$3^1P_1^o$	-	0.	1. (10)	-
2-4	3^3P_2-4^3S_1	5183.6	0.575 (9)	-	3.5 (13)
	3^3P_1-4^3S_1	5172.7	0.346 (9)	32. (11)	3.5 (13)
	3^3P_o-4^3S_1	5167.3	0.117 (9)	-	3.5 (13)
3-4	3^1P_1-4^3S_1	-	0.	0.3 (11)	

Bemerkungen:

(1) Siehe Tabelle III-1. Unsicherheit ± 40 %.

(2) "Universelle" Approximations-Formel (Allen, 1970). Faktor ≈ 2 unsicher.

(3) Ditchburn u. Marr (1953). Experimentell. Vergleich mit Rechnungen: Bates u. Altik (1973): Faktor 2 größer, Dubau u. Wells (1973): 30 % größer.

(4) Peach (1962). Theoret. nach Burges u. Seaton (1960). Exp. Wert von Böttticher (1958) bei ν_o um Faktor 2.3 größer, bei $\nu = 1.05\ \nu_o$ um 20 % größer.

(5) Peach (1970). Theoret. Aus Tab. für g-f-Absorpt.-Koeffizient für Mg I. Trennung Beiträge von $\alpha_\nu^{(3)}$ und $\alpha_\nu^{(4)}$ unsicher.

(6) siehe Tab. III-2.

Fortsetzung Tab. III-3:

(7) Wiese et al. (1969): 430 Hz ± 50 % (Boldt, 1958 experim.; Garstang, 1962 theoret.). Standardwert durch Anpassung an Beobachtung erhalten (§ III-5.1).

(8) Wiese et al. (1969): Diskussion experim. u. theoret. Werke. Fehlergrenzen ± 5 %.

(9) Wiese et al. (1969): Experim. (Penkin u. Shabanova, 1962), an theoret. f-Werte (Weiss, 1967) angeschlossen. Fehlergrenzen ± 10 %.
LS-Kopplung für Feinstruktur-Komponenten angenommen.

(10) van Blerkom (1970): Theoretische Werte.

(11) Altrock u. Canfield (1974): "Universelle" Approximations-Formel.

(12) Altrock u. Canfield (1974): Anpassung an Beobachtungen.

(13) siehe § III-5.2.

§ III-3 : Ergebnisse der Standard-Rechnung.

In diesem Paragraphen diskutieren wir die Prozesse, die bei der Entstehung der von uns betrachteten Mg-Linien eine Rolle spielen. Das geschieht an Hand der Ergebnisse einer Rechnung, bei der für die Atomparameter die Standard-Werte eingesetzt wurden und bei der als "Standard-Atmosphärenmodell" der Temperaturverlauf T93-25 und die Mikroturbulenz-Schichtung X24 eingesetzt wurde.

§ III-3.1 : Ionisations-Gleichgewicht.

Bei den Ionisations- und Rekombinationsraten ist mit Ausnahme des Niveaus 4 das Verhältnis Photorate : Stoßrate $\gtrsim 100$ für $h \gtrsim 130$ km. Beim Niveau 4 ist dieses Verhältnis kleiner, aber auch hier dominieren die Photoraten über den Stoßraten. Die Ionisation wird also in den uns interessierenden Atmosphärenschichten fast ausschließlich von den ionisierenden Strahlungsfeldern kontrolliert. Mit einer Ausnahme werden diese Strahlungsfelder optisch dünn bei $h \approx 250$ km und koppeln vom thermischen Gleichgewicht ab. Nur das Strahlungsfeld, das vom Grundniveau aus ionisieren kann, wird erst bei $h \approx 550$ km optisch dünn, jedoch spielt die Ionisation aus dem Grundniveau keine merkliche Rolle für das Ionisations-Gleichgewicht. Es ist daher zu erwarten, daß für $h \gtrsim 250$ km das Ionisations-Gleichgewicht vom LTE abweicht. Dort, wo $T_e < (>) T_{ion}$ gilt, wird das Magnesium-Atom stärker (schwächer) gegenüber LTE ionisiert sein. In Fig. III-2 sind kumultiv die Anteile $N_i \cdot R_{ic}$ bzw. $N_c \cdot R_{ci}$ der einzelnen Ionisations- und Rekombinations-Prozesse dargestellt. Man sieht, daß das Ionisations-Gleichgewicht fast vollständig durch die Photoionisation vom Niveau 2 und durch Photorekombination zum Niveau 2 festgelegt ist. Niveau 2 ist das untere Niveau der b-Linien. Zu diesem Resultat kamen bereits Athay u. Canfield (1969). Man kann daher, Altrock u. Cannon (1972) folgend, in erster Näherung schreiben:

$$N_2 \cdot A_{2c} \approx N_c \cdot A_{c2} \quad ,$$

$$A_{2c} = 4\pi \int_{\nu_2}^{\infty} \alpha_\nu^{(2)} \cdot \left(\frac{\nu}{\nu_2}\right)^{-n} \cdot B_\nu(T_{ion}) \cdot \frac{d\nu}{h\nu} \quad ,$$

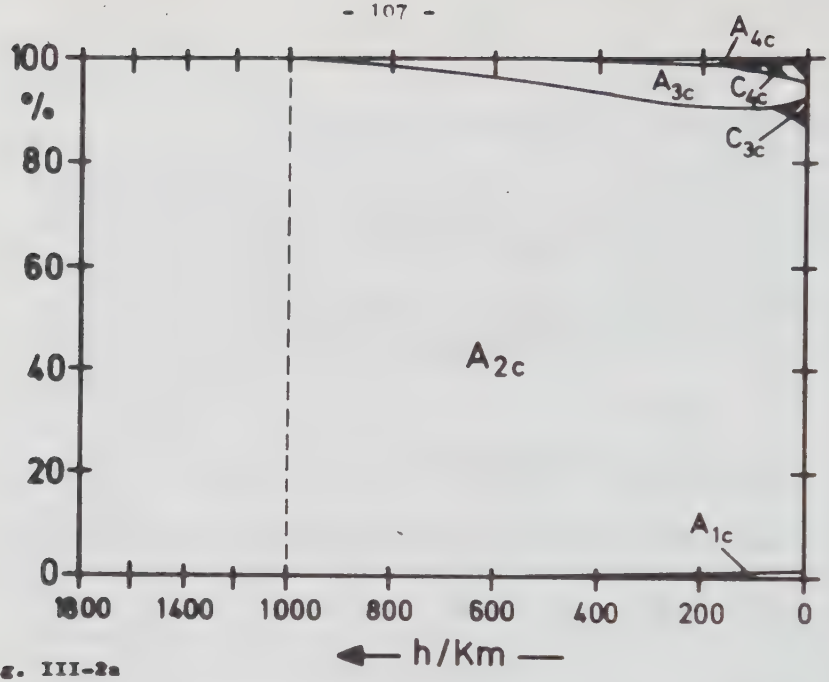


Fig. III-2a

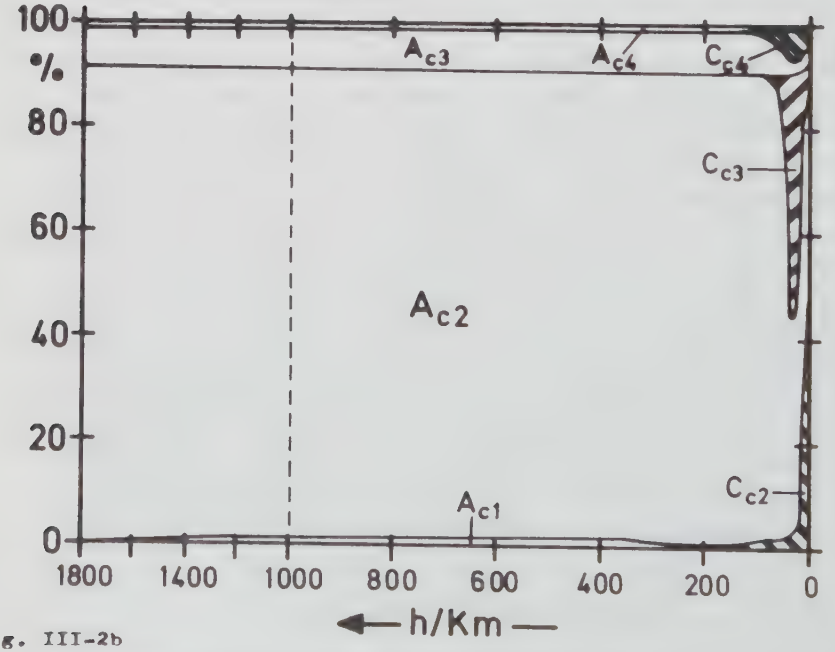


Fig. III-2b

Kumulative Anteile der Ionisations-Prozesse ($N_i \cdot R_{ic}$) (2a) und der Rekombinations-Prozesse ($N_i R_{ic}$) (2b).

$$A_{2c} = \left(4\pi \int_{\nu_2}^{\infty} \alpha_\nu^{(2)} \cdot \left(\frac{\nu}{\nu_2}\right)^{-n} \cdot B_\nu(T_e) \cdot \frac{d\nu}{h\nu}\right) \cdot \left(\frac{N_2}{N_c}\right)_{LTE} ,$$

woraus folgt:

$$b_2 \equiv \left(\frac{N_2}{N_c}\right) \Big/ \left(\frac{N_2}{N_c}\right)_{LTE} \approx \frac{\int_{\nu_2}^{\infty} B_\nu(T_e) \cdot \nu^{-(n+1)} \cdot d\nu}{\int_{\nu_2}^{\infty} B_\nu(T_{ion}^{(2)}) \cdot \nu^{-(n+1)} \cdot d\nu} .$$

Für n = 2 ergibt sich:

$$b_2 = \frac{T_e}{T_{ion}^{(2)}} \cdot \exp\left[\frac{h\nu_2}{k}\left(\frac{1}{T_{ion}^{(2)}} - \frac{1}{T_e}\right)\right] ,$$

für $n \geq 3$:

$$b_2 = \frac{E_{n-2}\left(\frac{h\nu_2}{k} \cdot \frac{1}{T_e}\right)}{E_{n-2}\left(\frac{h\nu_2}{k} \cdot \frac{1}{T_{ion}^{(2)}}\right)} \approx \frac{T_e}{T_{ion}^{(2)}} \cdot \exp\left[\frac{h\nu_2}{k}\left(\frac{1}{T_{ion}^{(2)}} - \frac{1}{T_e}\right)\right] .$$

Hierbei haben wir wegen $h\nu_2/kT \gg 1$ für $B_\nu(T)$ die Jeans-Näherung benutzt und $E_n(x) = \frac{1}{x} e^{-x}$ gesetzt.
Der nicht allzu genau bekannte Photoionisations-Querschnitt $\alpha_\nu^{(2)}$ fällt bei dieser Näherung heraus. Dagegen beeinflußt die ebenfalls nur ungenau bestimmbare Ionisations-Temperatur $T_{ion}^{(2)}$ das Verhältnis N_2/N_c deutlich. Bei T_e = 5000 K verfälscht ein Fehler in $T_{ion}^{(2)}$ von 100 K den Wert von b_2 um ≈30 %.

§ III-3.2 : Anregungs-Gleichgewicht.

Das Grundniveau 1 und das Niveau 2 sind über den stoßdominierten Übergang λ4571 miteinander verbunden. Das Verhältnis $\varepsilon_{21} = A_{21}/C_{21}$ ist für diese Linie in allen Schichten ≳10. Die relative Besetzung der Niveaus 1 und 2 weicht wegen des großen Wertes von ε_{21} nirgendwo in der Atmosphäre um mehr als ≈ 10 % vom LTE ab, bei h≲650 km sind die Abweichungen ≲ 2 %. Für h≳600 km tritt eine leichte Überbesetzung des zweiten Niveaus relativ zum Grundniveau auf. Wegen $N_1 \approx N_{MgI}$ und wegen $N_1/N_2 \approx \frac{g_1}{g_2} e^{-\frac{h\nu_{21}}{kT_e}}$ hängt die Besetzung des zweiten Niveaus sowohl vom Ionisations-Gleichgewicht als auch über den Boltzmann-Term von der lokalen Temperatur ab. Dagegen können die Linien-Übergänge, die mit dem Niveau 2 verknüpft sind, dessen Besetzung nicht wesentlich beeinflussen. In Fig. III-3a sind die Netto-Raten, die das Niveau 2 bevölkern, kumulativ aufgetragen, in Fig. III-3b entsprechend die Netto-Raten, die das Niveau 2 entvölkern. Dabei bedeutet

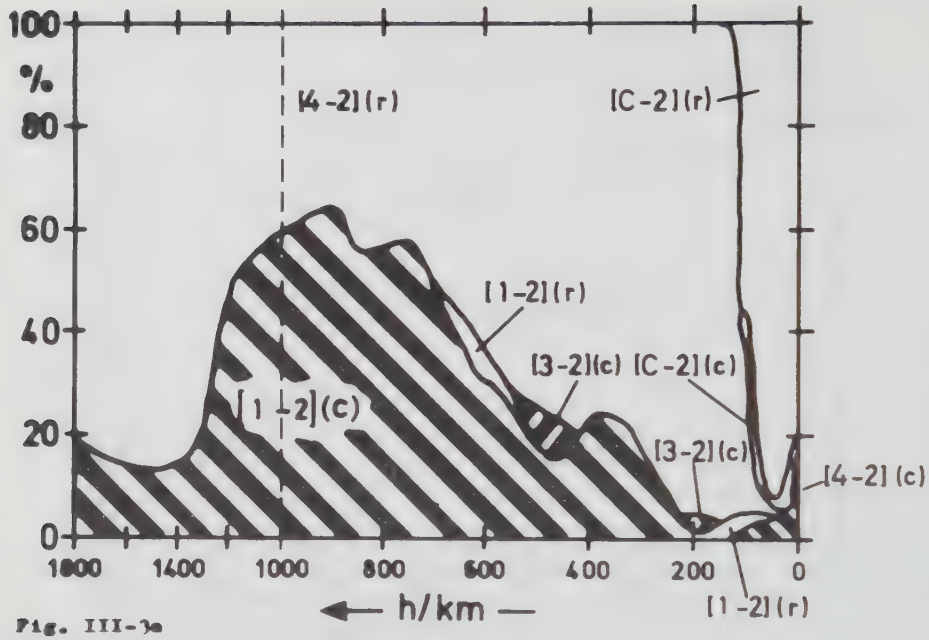


Fig. III-3a

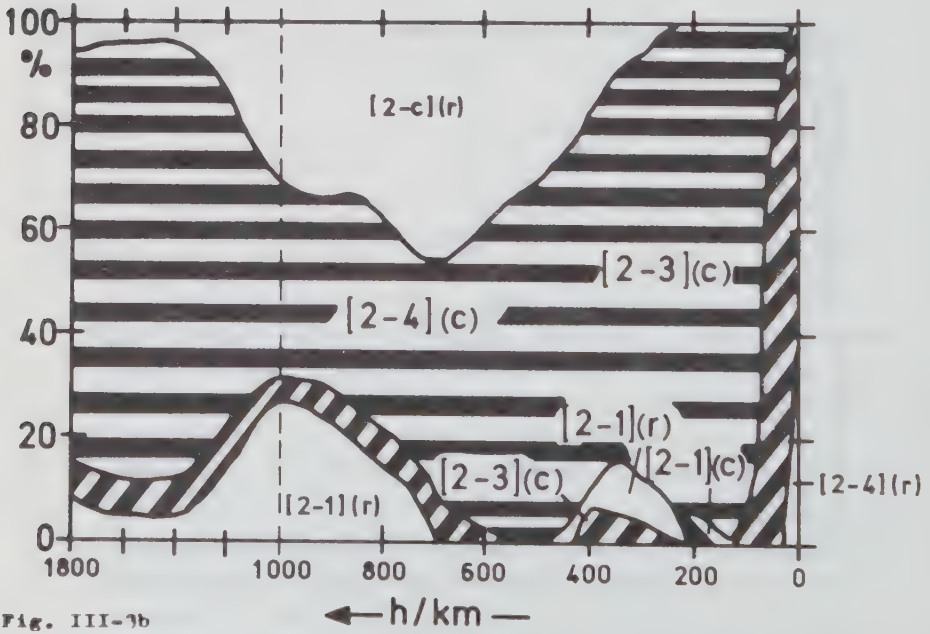


Fig. III-3b

Kumulative Anteile der Prozesse, die Niveau 2 netto bevölkern (3a) bzw. entvölkern (3b).

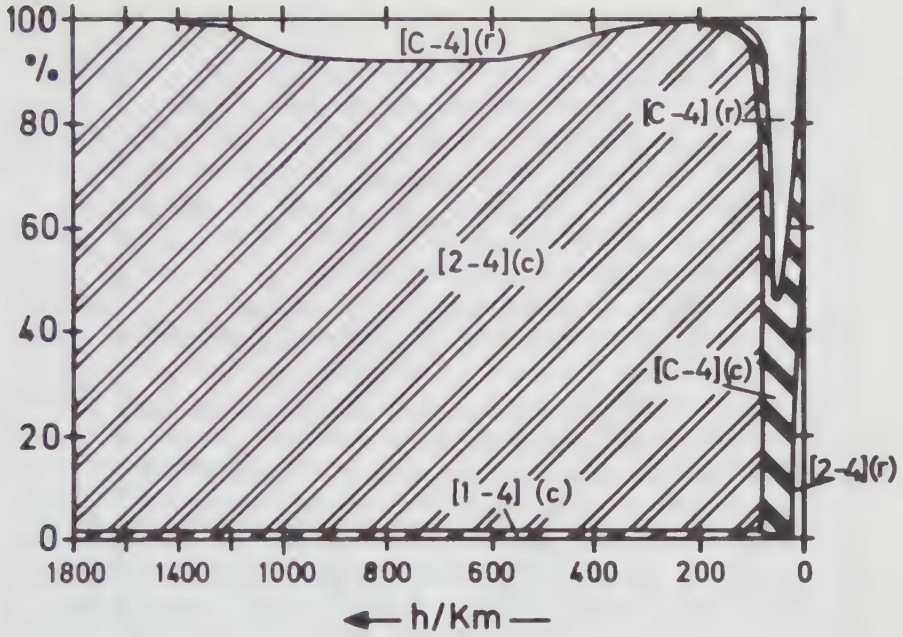


Fig. III-3c: Kumulative Anteiler der Prozesse, die Niveau 4 netto bevölkern.

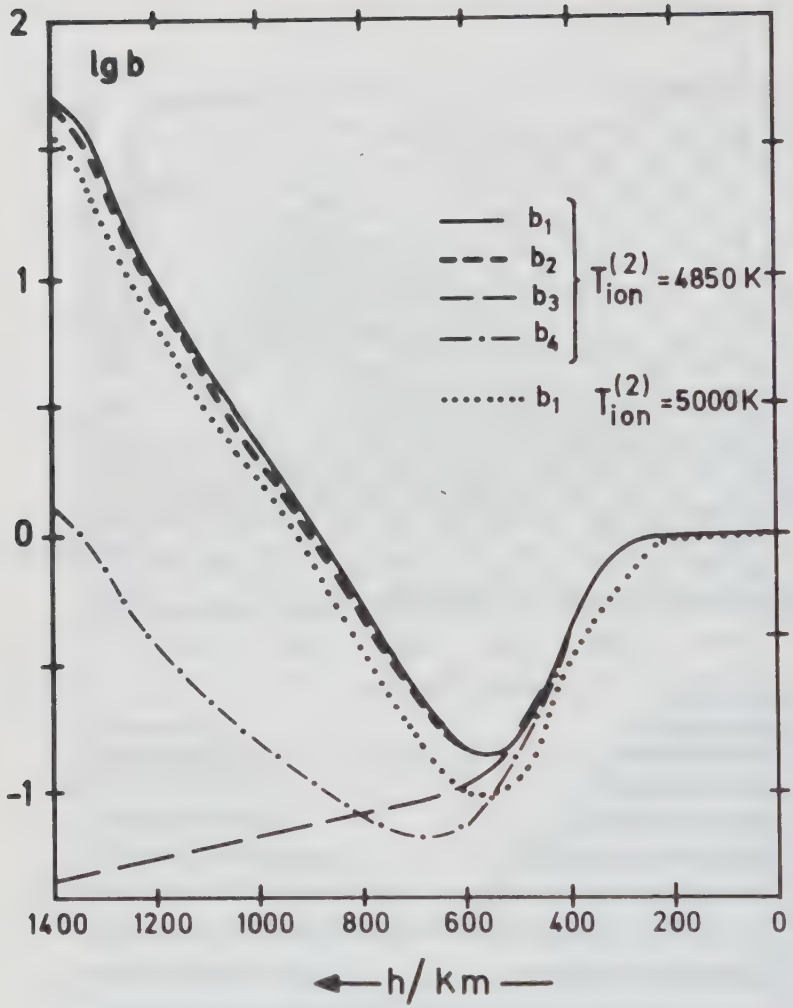


Fig. III-4: Abweichungs-Koeffizienten.

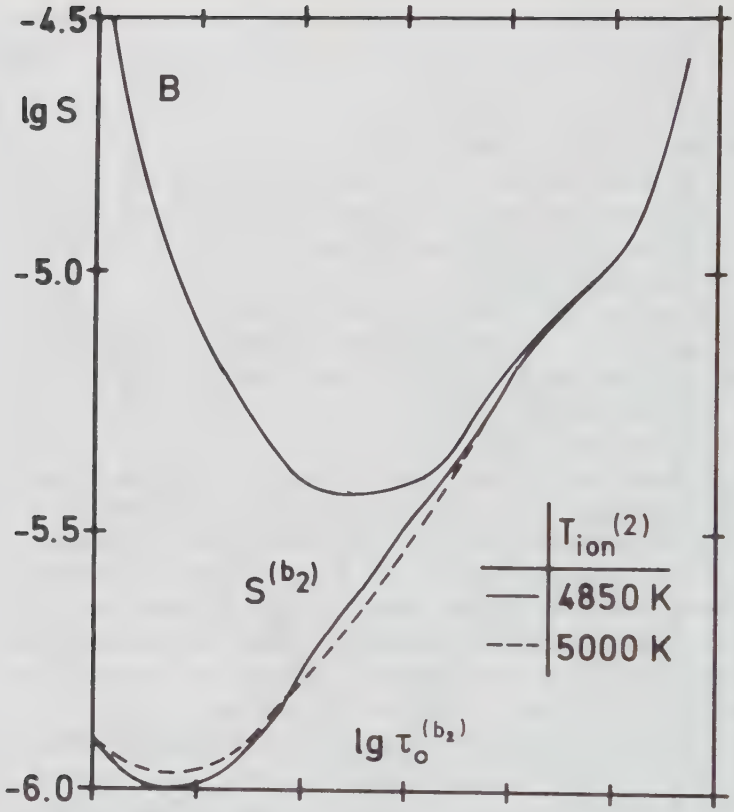
wobei R_{ij} eine Einzelrate vom Niveau i zum Niveau j (x='r': Strahlungsrate, x='c': Stoßrate) ist.
Würde $b_1 = b_2$ streng gelten, müßte nach dem Prinzip des detaillierten Gleichgewichts $[2\text{-}1](c) = [1\text{-}2](c) = 0$ sein. Tatsächlich sind die Netto-Raten klein gegenüber den Brutto-Raten:

$$[1\text{-}2](c) / (N_1 C_{12}) \approx 0.05$$

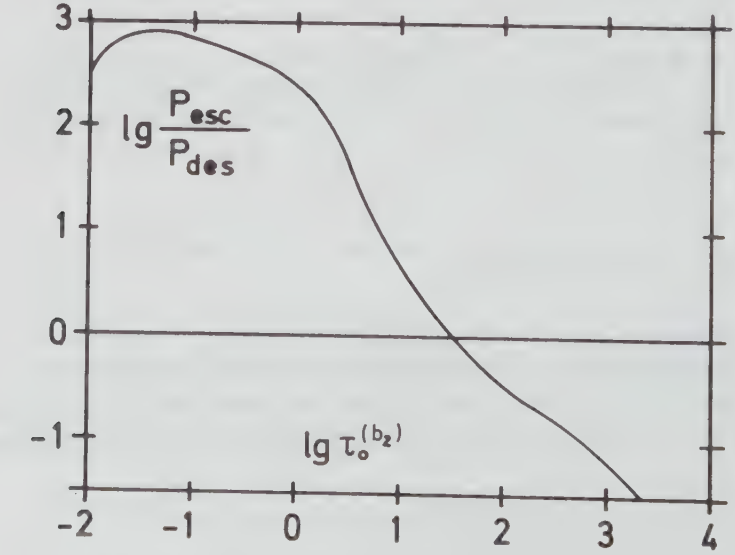
bei h = 800 km. Wie Fig. III-3a, b zeigt, handelt es sich bei den Strahlungs-Raten, die für die Abweichungen $b_1 \neq b_2$ verantwortlich sind, um spontane Emission aus dem Niveau 4, um Photoionisation und um Photonen-Verluste im Interkombinations-Übergang, der für h > 700 km optisch dünn ist.
Fig. III-3c zeigt die prozentualen Nettoanteile der das Niveau 4 bevölkernden Prozesse. Es dominiert Stoßanregung aus dem Niveau 2. Für 500 km $\lesssim$ h $\lesssim$ 1000 km liefert Rekombination einen kleinen Zusatzbeitrag. Der einzige Prozeß, der Niveau 4 netto entvölkert, ist der Strahlungsübergang zum Niveau 2 (Mg b -Linien). Es ist daher zu erwarten, daß dort, wo Photonen effektiv aus den Mg b -Linien entwichen können, das Niveau 4 relativ zum Niveau 2 unterbesetzt sein wird. Das ist in der Tat der Fall.
Fig. III-4 zeigt den Verlauf der b-Koeffizienten mit der Höhe. In dem Bereich, wo $T_e < T_{ion}^{(2)}$ gilt (950 km $\geq$ h $\geq$ 300 km), ist $b_1 = b_2 < 1$. Für h $\lesssim$ 450 km gilt $b_1 = b_2 \approx b_3, b_4$. Die in Fig. III-4 punktiert eingezeichnete Kurve stellt den Verlauf des Koeffizienten b_1 dar, wenn für die Ionisations-Temperatur $T_{ion}^{(2)} = 5000$ K statt des Standardwertes 4850 K eingesetzt wird. Wegen der verstärkten Ionisation wird b_1 um $\approx$40 % kleiner. Entsprechendes gilt für die übrigen Niveaus.

§ III-3.3 : Quellfunktionen.

Die Quellfunktion der Interkombinations-Linie λ4571 weicht in den Schichten, in denen sie entsteht (h $\lesssim$ 450 km) um weniger als 2 % von der lokalen Planckfunktion ab. Das Verhältnis P_{esc}/P_{des} der Entweich-Wahrscheinlichkeit spontan emittierter Photonen P_{esc}



III-5



III-6

Fig. III-5: Verlauf der Quellfunktionen für Mg b.

Fig. III-6: Entweich u. Zerstörungs-Wahrscheinlichkeit.

zur thermischen Zerstörungs-Wahrscheinlichkeit P_{des} ist $6 \cdot 10^{-3}$ bei h = 450 km ($\tau_o \approx 0.3$) und nimmt zu tieferen Schichten hin rasch ab.

Für die Mg b_2 -Linie ist der Verlauf der Quellfunktion mit $\tau_o^{(b_2)}$ in Fig. III-5 dargestellt. Fig. III-6 zeigt die Abhängigkeit P_{esc}/P_{des} von $\tau_o^{(b_2)}$. Die Mg b_2 -Linie thermalisiert bei $\tau_o^{(b_2)} \approx 30$, was einer Höhe $h \approx 450$ km entspricht. Ihre Thermalisierungs-Tiefe liegt in deutlich höheren Schichten als bei den Na D -Linien. Das Linienzentrum, das etwas oberhalb des Temperatur-Minimums entsteht, ist schon vollständig vom thermischen Gleichgewicht abgekoppelt und wird daher vom Temperatur-Verlauf im Gebiet des Minimums nicht beeinflußt.

Um das Verhalten der Quellfunktionen besser zu verstehen, ist eine Analyse der Quellen und Senken hilfreich. Die Quellen und Senken beschreiben das Erzeugen und Zerstörungen von Photonen durch thermische Prozesse oder durch Wechselwirkung mit anderen Übergängen ('interlocking'). Näheres siehe § I-5.

Wir haben untersucht, welche Terme in den Ausdrücken in Gl. (I-37) wichtig sind. Läßt man alle numerisch unwesentlichen Terme fort, ergeben sich folgende Näherungsausdrücke für die indirekten Quellen und Senken, wobei wir wegen $\beta, \beta^* \ll 1$ die Korrekturfaktoren für erzwungene Emission vernachlässigen:

Übergang 1-3 (λ 2852):

$$(\eta B^*)_{31} \approx \left(\frac{2h\nu_{31}^3}{c^2} \cdot \frac{1}{A_{31}} \cdot \frac{g_1}{g_3}\right) \cdot R_{12} \cdot \frac{R_{2c} \cdot \frac{R_{c3}}{R_{cc}} + R_{23}}{R_{22}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{R_{c2}}{R_{cc}} \cdot \frac{R_{2c}}{R_{22}}}$$

$$\eta_{31} \approx \frac{1}{A_{31}} \cdot (R_{3c} + R_{32}) \cdot \frac{R_{21}/R_{22}}{1 - R_{2c}/R_{22}}$$

Übergang 2-4 (Mg b):

$$(\eta B^*)_{42} \approx \left(\frac{2h\nu_{42}^3}{c^2} \cdot \frac{1}{A_{42}} \cdot \frac{g_2}{g_4}\right) \left(R_{2c} \cdot \frac{R_{c4}}{R_{cc}} + R_{21} \cdot \frac{R_{14}}{R_{11}}\right)$$

$$\eta_{42} \approx \frac{1}{A_{42}} \cdot \left(R_{4c} \cdot \frac{R_{c4}}{R_{cc}} + R_{41} \cdot \frac{R_{12}}{R_{11}}\right)$$

Hierbei ist R_{ii} :

$$R_{ii} = \sum_{\substack{j \neq i \\ \leq 5}} R_{ij} \qquad (i \leq 5,\ \text{"5"}: \text{Kontinuum})$$

In Tab. III-4 sind für einige Atmosphären-Schichten Zahlenwerte für die einzelnen Terme angegeben. Im Falle der Linie λ2852 (1-2) sind die indirekten Quellen und Senken größer als die direkten.

In den mittleren Schichten ist der wichtigste Quellterm $\sim \frac{R_{12}}{R_{22}} \cdot \tilde{R}_{2c} \cdot \frac{R_{c3}}{R_{cc}}$. Er beschreibt die Erzeugung von Photonen über den Weg: Stöße 1→2, Ionisation 2→c, Rekombination c→3. In den hohen und in den tiefen Schichten ist die Photorekombination die wichtigste Senke. Die Linie λ2852 ist also im wesentlichen eine "photoelektrisch kontrollierte" Linie.

Bei der Mg b -Linie (2-4) sind dagegen die direkten Quellen größer als die indirekten. Die Mg b -Linien sind daher "stoßkontrolliert". Dieses Ergebnis steht im Widerspruch zu einer Aussage von Athay u. Canfield (1969), wonach die Mg b-Quellfunktion "stark durch Photoionisation sowohl vom oberen als auch vom unteren Niveau beeinflußt wird". Dies gilt für die indirekten Quellen und Senken, die aber 100-mal kleiner sind als die direkten Terme. Athay u. Canfield benutzten bei ihren Rechnungen einen um den Faktor 2 kleineren Stoßquerschnitt Q_{24} und eine um 570 K höhere Ionisations-Temperatur $T_{ion}^{(2)}$. Aber auch mit diesen Werten sind die direkten Quellen und Senken größer als die indirekten.

Tabelle III-4a : Quellen und Senken des Übergangs 1-2 (λ2852)

h/km	$\frac{C_{12}}{A_{21}}$	$(\eta B^*)_{21}$	$\tilde{R}_{2c}$	R_{23}	f	$\frac{C_{21}}{A_{21}}$	η_{21}	R_{3c}	R_{32}
1425	1.53-10	2.63-10	66.6	186.	8.83-2	1.28-5	3.63-5	1.10+4	8550.
1050	3.03-12	1.80-11	68.5	16.3	0.341	2.89-6	2.26-5	1.10+4	1860.
650	9.36-13	5.44-12	69.6	18.9	0.237	7.69-6	2.93-5	1.10+4	4844.
300	7.62-11	1.08-10	69.1	654.	1.10-2	1.56-4	2.21-4	1.10+4	9.96+4

Tabelle III-4b : Quellen und Senken des Übergangs 2-4 (Mg b)

h/km	$\frac{C_{24}}{A_{24}}$	$(\eta B^*)_{42}$	$\tilde{\tilde{R}}_{2c}$	$\tilde{R}_{24}$	$\frac{C_{42}}{A_{42}}$	η_{42}	$\tilde{R}_{4c}$	$\tilde{R}_{41}$
750	5.80-9	6.16-10	6.80	0.483	1.06-3	5.51-5	4395.	746.
650	8.63-9	6.51-10	6.85	0.716	2.06-3	6.34-5	4396.	1474.
500	2.81-8	8.47-10	6.97	2.33	6.99-3	1.04-4	4422.	4975.
300	3.79-7	3.75-9	7.60	3.10	4.20-2	3.94-4	4923.	2.96+4

Definitionen:

$$\tilde{R}_{2c} = R_{2c} \cdot \frac{R_{c3}}{R_{cc}} \; ; \quad f = \frac{R_{c2}}{R_{cc}} \cdot \frac{R_{2c}}{R_{22}} \; ;$$

$$\tilde{\tilde{R}}_{2c} = R_{2c} \cdot \frac{R_{c4}}{R_{cc}} \; ; \quad \tilde{R}_{24} = R_{24} \cdot \frac{R_{14}}{R_{11}} \; ; \quad \tilde{R}_{4c} = R_{4c} \cdot \frac{R_{c2}}{R_{cc}} \; ;$$

$$\tilde{R}_{41} = R_{41} \cdot \frac{R_{12}}{R_{11}} \; .$$

§ III-3.4 : Linienprofile und Entstehungshöhen.

In Fig. III-7 sind die Profile der Mg b -Linien und der Linie λ4571 zusammen mit ihren Entstehungshöhen für $\cos\vartheta = 1$ dargestellt. Die der Übersicht wegen nicht eingezeichnete Entstehungshöhe der b_2-Linie liegt 50 km bis 75 km unterhalb der Entstehungshöhe der b_1 -Linie. Die Entstehungshöhen sind hier durch die Maxima der Beitragsfunktionen definiert. Die Höhen, bei denen die Beitragsfunktion auf 30 % des Maximalwerts abgefallen ist, sind ebenfalls in Fig. III-7 eingezeichnet. Die Entstehungsgebiete der Linien b_1 und b_4 überlappen sich. Die "untere Grenze" des Entstehungsgebietes der b_1 -Linie zu einer vorgegebenen Wellenlänge $\Delta\lambda$ fällt ungefähr zusammen mit dem Maximum der Beitragsfunktion der b_4 -Linie. Im Gegensatz zu den Na D -Linien ist beim Mg b -Triplett keine "Lücke" der Linienentstehung um $h \approx 500$ km zu bemerken (siehe § II-3.4 und Fig. II-15). Der Effekt, der durch das schmaler werden des Dopplerkerns von $h \approx 650$ km nach $h \approx 550$ km verursacht wird, tritt beim Mg b -Triplett nicht spürbar in Erscheinung. Zum einen entstehen in den fraglichen Atmosphären-Schichten die zentrumnahen Teile der Kerne der b-Linien, die nicht mehr so empfindlich auf $\Delta\lambda_D$ reagieren. Zum anderen werden die Schichten unterhalb des Temperatur-Minimums zur Photosphäre hin in den b-Linien rascher opak, da diese im Gegenssatz zu den Resonanzlinien Na D angeregte Linien sind mit einer Anregungsenergie von 2.7 eV, weshalb ihr unteres Niveau mit zunehmender Temperatur zunehmend stärker besetzt wird.

Die Mg b -Linien unterscheiden sich von den Na D -Linien auch bezüglich der Profilform. Obwohl der Kern der Na D_2-Linie wesentlich stärker ist als der der Mg b_1 -Linie (wie man z. B. an den Entstehungshöhen sieht), sind ab $\Delta\lambda \gtrapprox 150$ mÅ die Flügel der D_2 -Linie sogar noch etwas schwächer als die der Mg b_4 -Linie, der schwächsten der Triplett-Linien. Auf diesen Umstand haben bereits Athay u. Canfield (1969) hingewiesen. Eine Konsequenz ist, daß die zur Bestimmung der Mikroturbulenz geeigneten Teile der Mg b -Linien einen kleineren Höhenbereich abdecken als die der Na D -Linien.

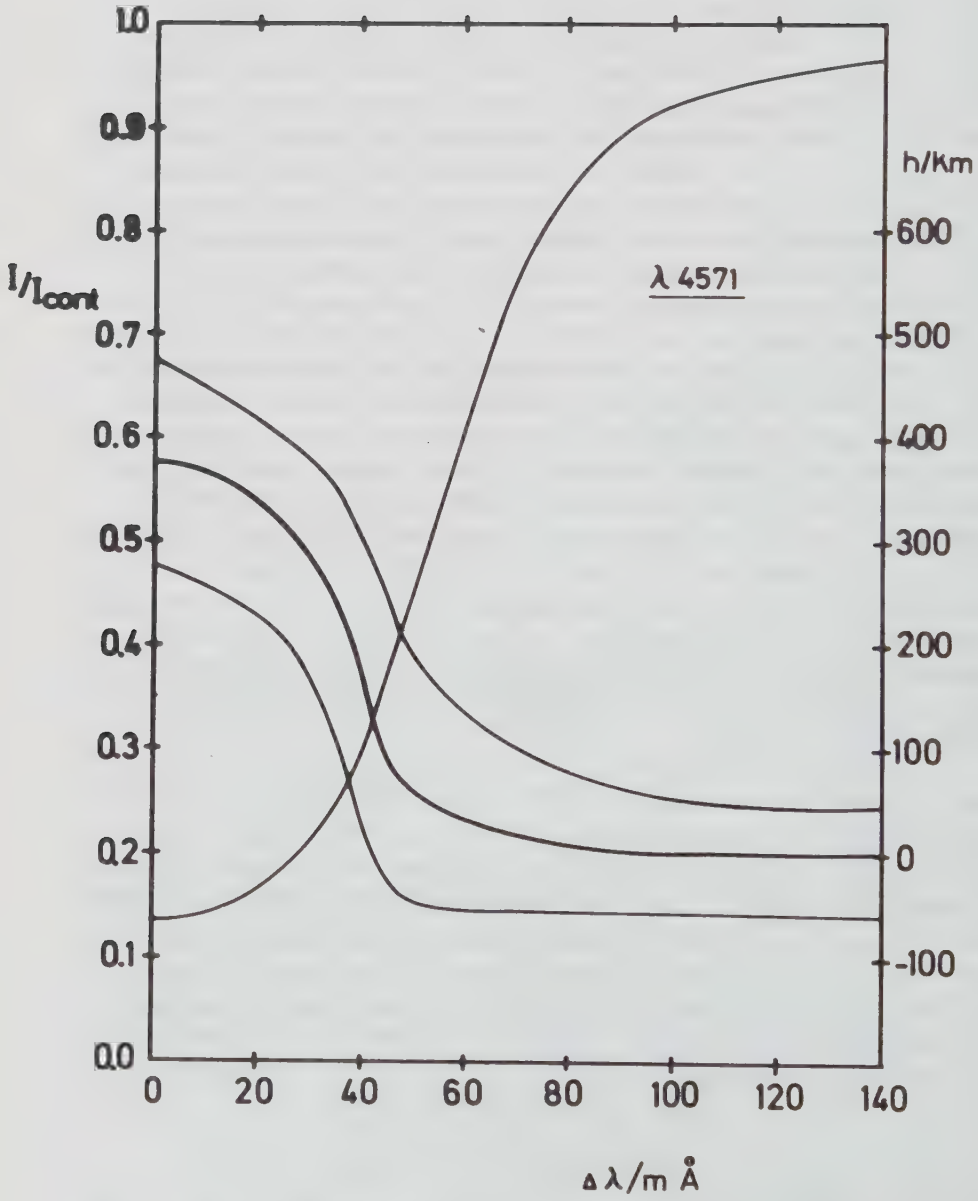


Fig. III-7a: Profile und Entstehungs-Bereich von $\lambda 4571$ (Standard-Atmosphäre).

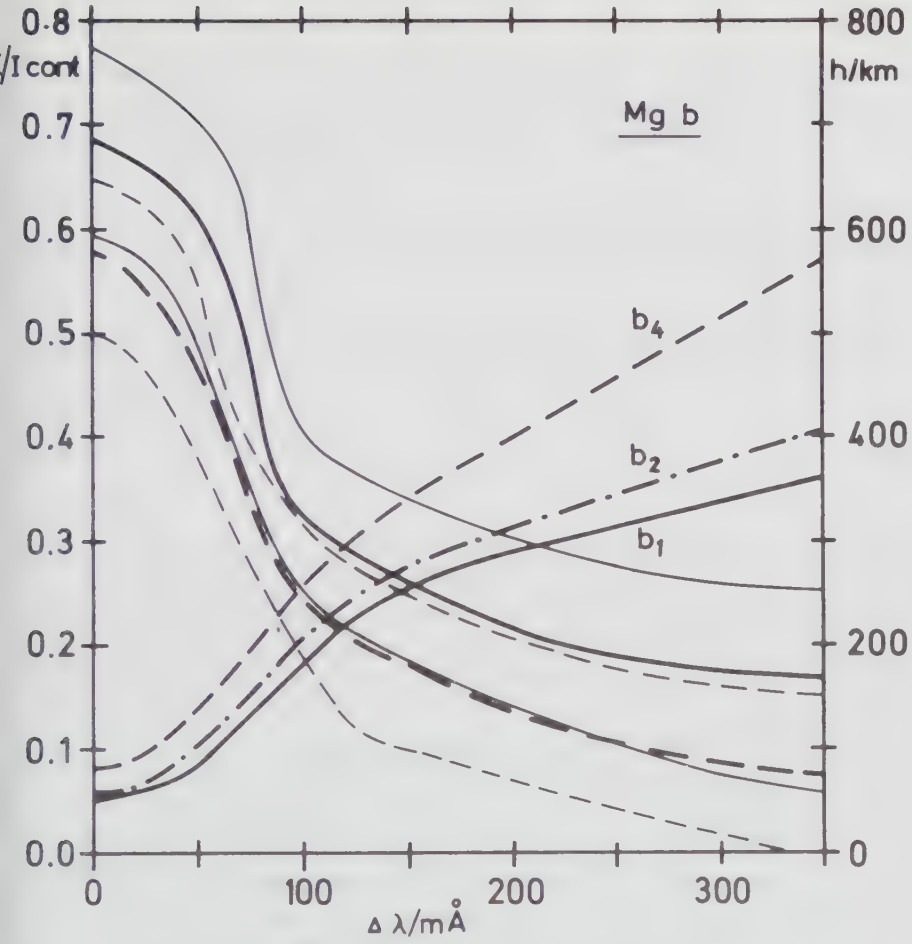


Fig. III-7b: Profile und Entstehungs-Bereiche des Mg b -Tripletts (Standard-Atmosphäre).

Andererseits dringen bei den Mg b -Linien die Flügel, die vor allem bei der Festlegung der Temperatur-Schichtung von Interesse sind, in etwas höhere Schichten vor als die Flügel der Na D -Linien.
Der Kern der Interkombinations-Linie $\lambda 4571$ entsteht bei h = (350 ± 100) km ($\cos\vartheta = 1$), erreicht also nicht das Temperatur-Minimums-Gebiet. Erst für $\cos\vartheta \lesssim 0.3$ erreicht die "obere Grenze" der Beitragskeule das Temperatur-Minimum. Die zur Bestimmung der Mikroturbulenz interessanten Linien-Flanken $30\,\text{mÅ} \lesssim \Delta\lambda_D \lesssim 100\,\text{mÅ}$ entstehen zwischen 300 km $\gtrsim$ h $\gtrsim$ -50 km.

§ III-3.5 : Einfluß der unsicheren Parameter.

Die unsichersten Parameter sind, soweit sie einen nennenswerten Einfluß auf die Ergebnisse haben können: (1) die Mg-Häufigkeit, (2) der Einstein-Koeffizient A_{21} der Interkombinations-Linie $\lambda 4571$, (3) der Stoßquerschnitt Q_{24} des Mg b -Übergangs, (4) die Ionisations-Temperatur $T_{ion}^{(2)}$, (5) alle van der Waals-Wechselwirkungs-Konstanten.
Wir haben A_{21}, $T_{ion}^{(2)}$ und die Korrekturfaktoren FVW für Stoßdämpfung im Rahmen vertretbarer Grenzen als freie Parameter angesehen. Die Effekte, die die einzelnen Unsicherheitsfaktoren hervorrufen, sind bereits von Altrock u. Canfield (1974) untersucht worden. Wir können auf deren Ergebnisse zurückgreifen, da die genannten Autoren das gleiche Atommodell und, was die Schichten bis zu Temperatur-Minimum angeht, ein ähnliches Atmosphären-Modell benutzten.
Der Wert für A_{21}, ebenso wie der für Q_{12}, beeinflußt das Anregungs- und Ionisations-Gleichgewicht des Magnesium-Atoms nicht. Das ist verständlich, weil der Übergang 1-2 im LTE ist und weil daher die relative Besetzung der Niveaus 1 und 2 nicht von den speziellen Werten dieser Raten abhängt. A_{21} beeinflußt somit nur das Profil von 4571 in der üblichen Weise.

Der Stoßquerschnitt Q_{24} beeinflußt über die direkten Quellen und Senken die Quellfunktion $S^{(b)}$ der b-Linien. Je größer Q_{24}, um so

stärker wird $S^{(b)}$ an die lokale Planckfunktion gekoppelt. Das ist mit einer verstärkten Besetzung des oberen Niveaus verknüpft, was wiederum zu einer erhöhten Ionisation aus diesem Niveau führt. Allerdings spielt das Niveau 4 keine große Rolle bei der Ionisation des Mg I -Atoms, so daß dieser Effekt vernachlässigt werden kann. Insbesondere beeinflußt Q_{24} nicht die Linie λ4571.

Von den unsicheren Ionisations-Temperaturen ist nur $T_{ion}^{(2)}$ von Bedeutung, weil das Ionisations-Gleichgewicht im wesentlichen vom Niveau 2 kontrolliert wird. Je größer $T_{ion}^{(2)}$,um so stärker die Ionisationsrate, um so schwächer die Mg I -Linien.

Wir haben Rechnungen mit den in Tab. III-5 angegebenen Datensätzen für T_{ion} durchgeführt. Wichtig ist nur die Variation von $T_{ion}^{(2)}$. Es zeigt sich der erwartete Effekt. In Fig. III-4 ist der Verlauf des Abweichungs-Koeffizienten b_2 mit der Höhe für $T_{ion}^{(2)}$ = 4850 K und für $T_{ion}^{(2)}$ = 5000 K dargestellt. Die resultierende Intensitätsänderung der b_2-Linie wird in Fig. III-14b gezeigt. Während eine Erniedrigung von $T_{ion}^{(2)}$ um 450 K die Zentralintensität um 18 % erniedrigt, hat eine Erhöhung von $T_{ion}^{(2)}$ um 150 K nur eine Anhebung der Zentralintensität um 2 % zur Folge. Die Erhöhung von $T_{ion}^{(2)}$ von 4850 K auf 5000 K macht sich am deutlichsten im Übergang vom Dopplerkern zum Dämpfungsflügel bemerkbar, wo das Profil um ≈5 % erhöht wird.

Eine Änderung der Magnesium-Häufigkeit bewirkt ähnliche Effekte wie eine Änderung von $T_{ion}^{(2)}$, aber mit umgekehrtem Vorzeichen. Angesichts der Unsicherheit des Wertes für $T_{ion}^{(2)}$ haben wir für die Magnesium-Häufigkeit stets den Standardwert eingesetzt.

Die van der Waals-Dämpfungskonstante wurde mit einem Korrekturfaktor FVW multipliziert, der so gewählt wurde, daß die gerechneten Flügel mit den beobachteten möglichst genau übereinstimmen. Für die Triplett-Linien haben wir stets einen gemeinsamen Faktor gewählt. Je nach photosphärischer Temperatur- und Druckschichtung variierte FVW zwischen 5.0 und 3.0 . Eine Erhöhung von FVW

Tab. III-5 : Einfluß von T_{ion} auf λ4571 und Mg b_2

h/km	$T_{ion}^{(2)}$	R_{2c}	N_1/N_c	$\tau_o^{(4571)}$	$\tau_o^{(b_2)}$	$(S/B)_{b_2}$
	4400	0.957	1.45-2	1.08-2	1.50	0.350
700	4850	3.53	4.96-3	3.28-3	0.441	0.280
	5000	6.21	3.07-3	2.26-3	0.302	0.265
	4400	0.751	4.53-2	1.73-1	14.7	0.870
550	4850	2.77	1.56-2	5.85-2	4.89	0.685
	5000	4.07	1.08-2	4.05-2	3.38	0.568
	4400	1.01	7.36-2	1.072	97.2	0.980
450	4850	3.71	2.76-2	0.394	35.6	0.922
	5000	5.46	1.23-2	0.275	24.9	0.954
	4400	6.84	4.86-2	4.28	643.	0.976
300	4850	7.41	4.92-2	2.72	450.	0.974
	5000	10.89	3.49-2	1.29	319.	0.966
	4400	16.0	4.55-2	8.70	1.80+3	0.995
200	4850	18.1	4.80-2	7.51	1.69+3	0.996
	5000	18.1	4.80-2	6.20	1.43+3	0.995
	4400	63.2	2.98-2	13.3	3.46+3	0.9992
100	4850	63.2	2.98-2	12.1	3.38+3	0.9994
	5000	63.2	2.98-2	10.8	3.12+3	0.9992

$T_{ion}^{(1)}$	$I_o(4571)$	$W_\lambda(4571)$	$I_o(b_2)$	$I_{88}(b_2)$
4400	0.104	128 mÅ	0.049	0.156
4850	0.134	118	0.060	0.182
5000	0.148	116	0.061	0.191

Bemerkungen: Im Fall $T_{ion}^{(2)}$ = 4400 K wurde gesetzt: $T_{ion}^{(1)}$ = 4200 K, $T_{ion}^{(3)}$ = 5400 K, $T_{ion}^{(4)}$ = 5300 K. In allen anderen Fällen: $T_{ion}^{(1)}$ = 4150 K, $T_{ion}^{(3)}$ = 5050 K, $T_{ion}^{(4)}$ = 5300 K. Die Intensitäten beziehen sich auf das Kontinuum. I_{88} bedeutet Intensität bei $\Delta\lambda$ = 88 mÅ.

W_λ ist die Äquivalentbreite.

von 3.5 auf 5.0 erniedrigt bei $\Delta\lambda$ = 70 mÅ die Intensität der b_2-Linie um 4 %, bei $\Delta\lambda$ = 100 mÅ um 6 %. Bei $\Delta\lambda$ = 700 mÅ erhöht sich die Profileinsenkung um 23 %.

Der für die Interkombinations-Linie λ4571 gewählte Korrekturfaktor FVW = 9.0 ist wahrscheinlich zu hoch. Er soll das Profil bei $\Delta\lambda \gtrapprox$ 100 mÅ nach unten drücken, um es mit dem beobachteten Verlauf zur Deckung zu bringen. Mit FVW = 0(1) würde die Linie bei $\Delta\lambda \approx$ 100 mÅ ohne Andeutung eines Dämpfungsflügels in das Kontinuum übergehen. Es ist jedoch fraglich, ob der bei $\Delta\lambda \gtrsim$ 90 mÅ beobachtete "Flügel" reell ist oder durch sich überlagernde schwache Linien vorgetäuscht wird. Auf das Profil für $\Delta\lambda \lesssim$ 60 mÅ hat die Wahl von FVW keinen Einfluß.

§ III-4 : Das Verhalten der Magnesium-Linien λ4571 und Mg b bezüglich Variation der Modellatmosphären.

§ III-4.1 : Einfluß der Geschwindigkeitsfelder auf λ4571.

Fig. III-8 zeigt die Profile der Linie λ4571 für mehrere Werte der Makroturbulenz V_{mac}. In Fig. III-9a sind die relativen Intensitätsdifferenten für drei Werte von V_{mac} aufgetragen. Die Zentralintensität wird ab $V_{mac} \gtrapprox 1.5$ km/s deutlich angehoben. Die Steigung der Linienflanke $dI_\lambda / d\lambda$ wird gleichzeitig verkleinert. Die Intensität bei $\Delta\lambda \approx 55$ mÅ bleibt unverändert.

Fig. III-9b zeigt das Verhalten der Linie für verschiedene photosphärische Mikroturbulenz-Modelle $\xi(h)$. Bis auf Modell X2 mit $\xi = 1.0$ km/s ist bei allen Modellen $\xi(h) = 0$ für $h > 320$ km. Das mit X6 berechnete Profil wird als Referenz benutzt. Die Modelle X2, X3 mit $\xi = 1.0$ km/s für $h < 150$ km erniedrigen die Intensität in der Linienflanke um $\gtrapprox 10$ %, d. h. die Linie wird etwas schmaler. Modell X5, X6 ergeben fast identische Profile. Bei ihnen ist $\xi \lessapprox 0.6$ km/s bei $h \approx 150$ km. Daß zwischen X5 und X6 kaum Differenzen im Linienprofil auftreten, liegt hauptsächlich daran, daß der Entstehungsbereich der Linienflanke bei $\Delta\lambda \approx 50$ mÅ sich von $h \approx -50$ km bis $h \approx 150$ km erstreckt. Dadurch werden ξ-Gradienten in diesem Höhenintervall mehr oder weniger "verschmiert". Weil ähnliches auch für die Temperaturschichtung gilt, kann nur die Makroturbulenz die Steilheit der Linienflanke effektiv beeinflussen.

Bis auf X2 mit $\xi \approx 1.0$ km/s wird das Linienzentrum nur wenig von $\xi(h)$ beeinflußt. Der Vergleich zwischen X5 bzw. X3 mit X6 zeigt, daß ein $\xi \approx 0.5$ km/s bei $h \approx 250$ km die Zentralintensität nur um ≈ 5 % anzuheben vermag.

Die untersuchten ξ-Modelle beeinflussen das Profil um $\Delta\lambda = 20$ mÅ nur wenig. Hier hat dagegen V_{mac} einen maximalen Einfluß. In Fig. III-9a wird auch der Effekt gezeigt, den eine Erhöhung von A_{21} hervorruft. $A_{21} = 430\ s^{-1}$ ist der "Standardwert" (Wiese et al., 1969). $A_{21} = 340\ s^{-1}$ ist der von uns durch

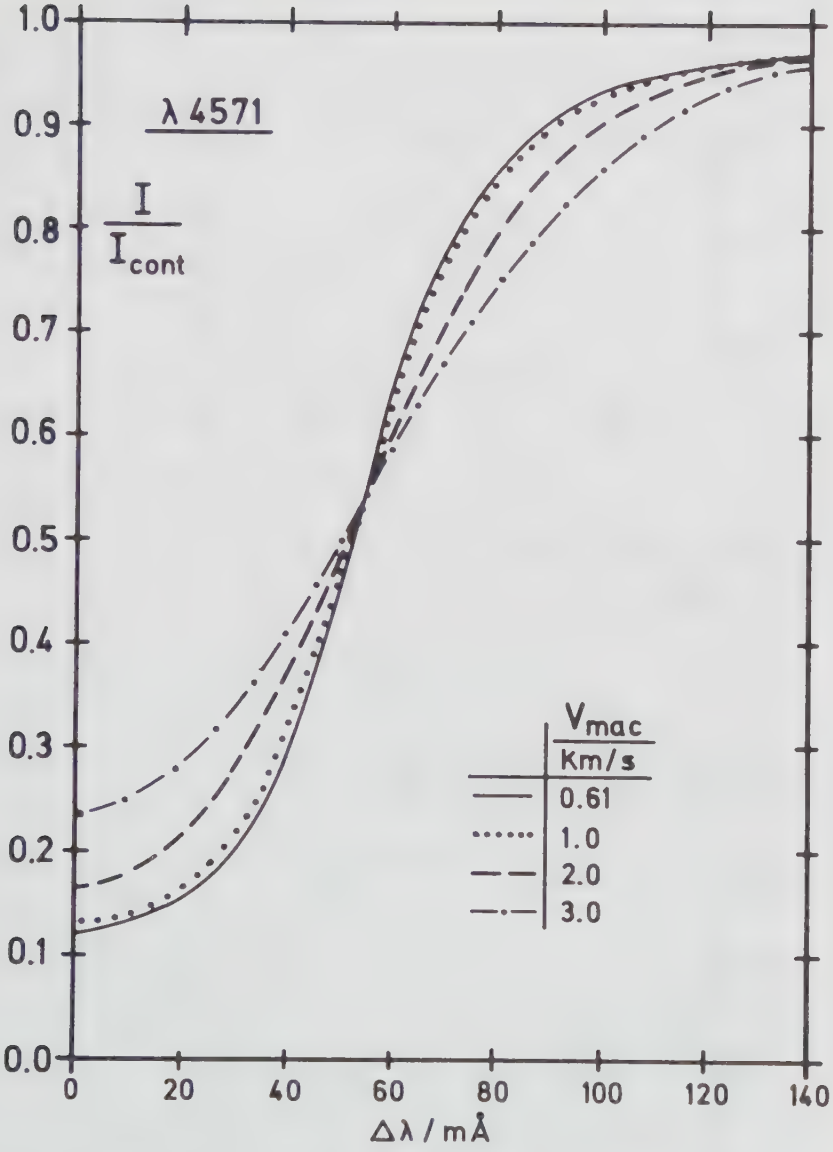


Fig. III-8: Einfluß der Makroturbulenz auf das Profil von λ 4571.

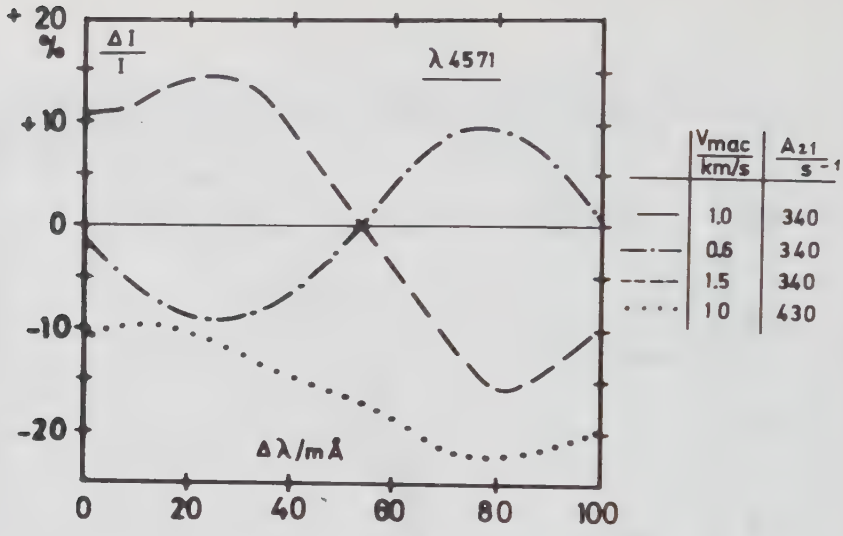
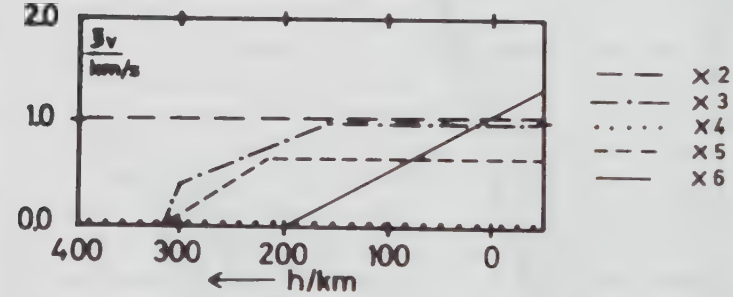


Fig. III-9a: Einfluß von V_{mac} und A_{21} auf das Profil von $\lambda 4571$.



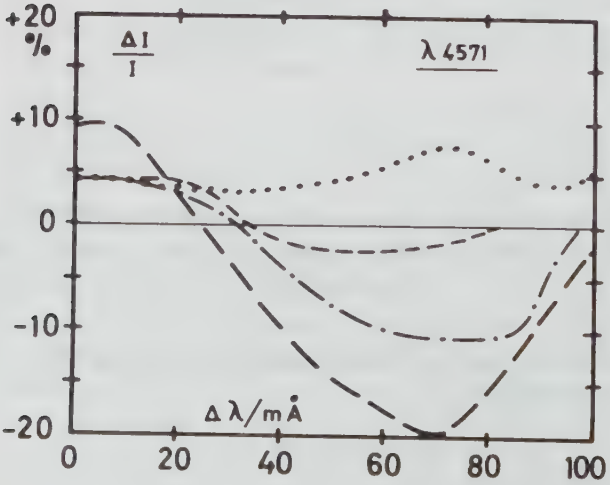


Fig. III-9b: Einfluß photosph. Mikroturbulenz auf $\lambda 4571$.

Anpassen der gerechneten Profile an Beobachtungen gefundene "Optimalwert". Die in Fig. III-9a gezeigte Erhöhung des Wertes für A_{21} verbreitert die Linie ab $\Delta\lambda \gtrsim 40$ mÅ, ähnlich wie ζ-Modell X2, erniedrigt aber im Gegensatz zum ζ-Effekt die Zentralintensität.

§ III-4.2 : Das Verhalten von λ4571 bzgl. Variation der Temperatur- und Druckschichtung.

In Fig. III-10b werden die relativen Differenzen der λ4571-Profile für $\cos\vartheta = 1.0$ für mehrere in Fig. III-10a gezeigten Temperaturverläufe dargestellt. Referenzprofil ist das zum Standardmodell T93-25 gehörende Profil. Bis auf T22-1 ist zu jedem Temperaturverlauf die Druckschichtung und das Verhältnis N_e/N_H hydrostatisch berechnet worden, wobei Turbulenzdruck sowie die Abweichung der Wasserstoffionisation von LTE berücksichtigt wurden (siehe § I-4). T11-1 ist das vorläufige Temperaturmodell von Vernazza et al. (1973), das für $h < 400$ km in das HSRA-Modell übergeht. Der von Altrock u. Canfield (1974) benutzte T(h)-Verlauf T22-1 entspricht unterhalb des Temperatur-Minimums der T-Schichtung von Altrock u. Cannon (1972), in der Chromosphäre dem T(h) von Lites (1973). Die Druckschichtung für dieses Modell ist dem HSRA-Modell bzw. dem Lites-Modell entnommen. T32-4 ist unterhalb des Temperatur-Minimums eine Variante der T-Schichtung von Altrock u. Cannon dergestalt, daß für $h \lesssim 350$ km die T (τ_{5000})-Relation die gleiche ist wie bei Altrock u. Cannon. Die h-Skalen beider Modelle unterscheiden sich deshalb, weil unterschiedliche Opazitäten und eine unterschiedliche Helium-Häufigkeit bei der Berechnung der hydrostatischen Druckschichtung benutzt wurden. Für 350 km $\leq h \leq$ 500 km hat T32-4 einen steileren T-Gradienten als T22-1. Oberhalb des Temperatur-Minimums geht T32-4 in das Chromosphären-Modell von Linsky u. Avrett (1970) über. T72-4 ist T32-4 ähnlich, nur ist der T-Gradient bei $h \approx 400$ km nicht so groß.

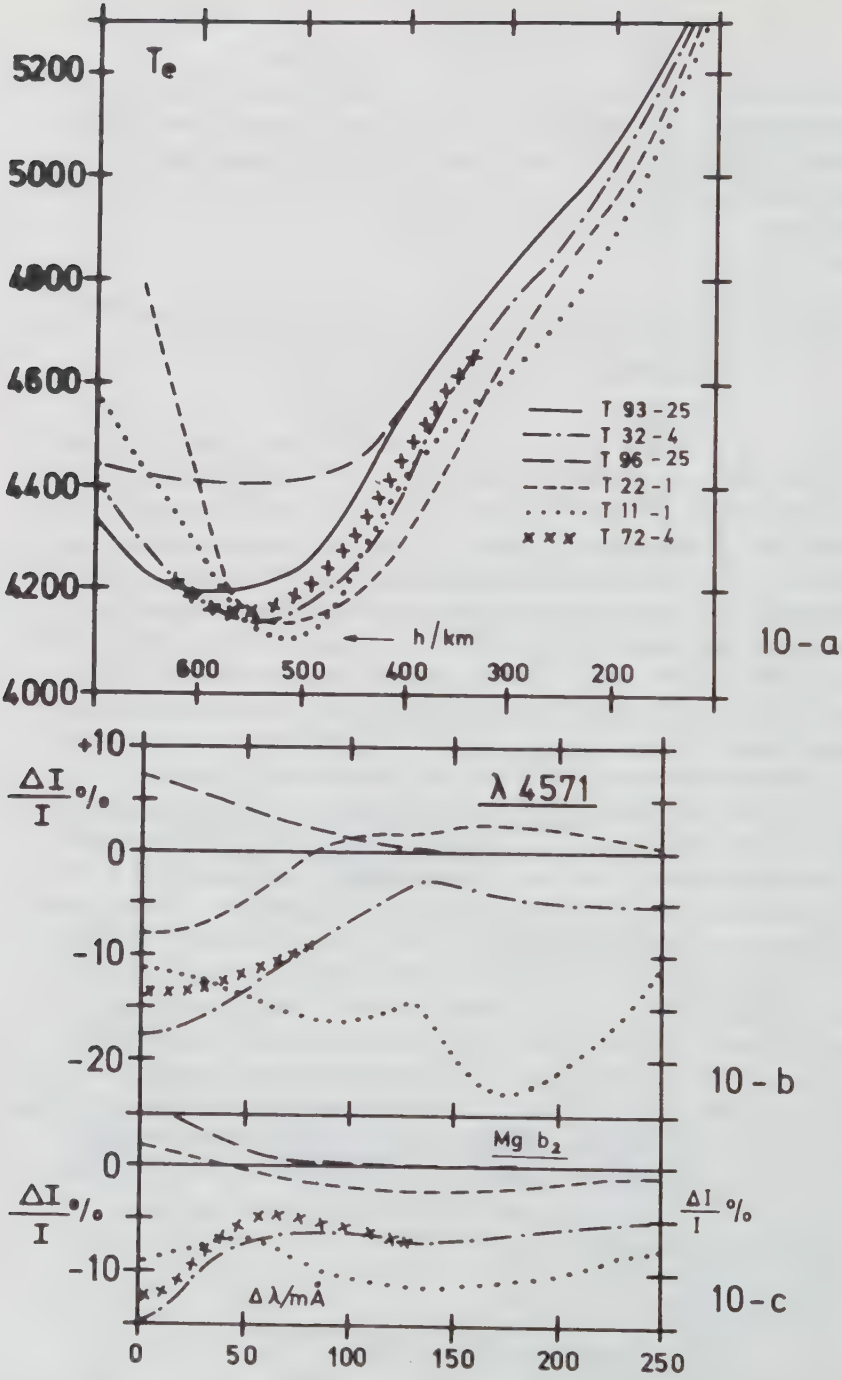


Fig. III-10: Einfluß der Temperatur-Schichtung auf λ 4571 und Mg b_2.

Das Vernazza-Modell T11-1 liefert die für $\Delta\lambda \gtrsim 30$ mÅ am tiefsten eingesenkte Linie, bedingt durch die relativ niedrigen Temperaturen bei $h < 300$ km. Das Modell T32-4 ist für $h < 400$ km um ≈ 130 K heißer als T11-1, was sich entsprechend im Linienprofil für $\Delta\lambda > 20$ mÅ auswirkt. Das T11-1 eine höheren Zentralintensität hervorruft, liegt daran, daß dieses Modell etwas transparenter ist wegen einer um 10 % zu niedrig angesetzten Anfangsdichte bei der Berechnung der Hydrostatik. $\tau_o^{(4571)} = 1$ wird im Modell T11-1 bei $h \approx 320$ km erreicht, im Modell T32-4 bei $h \approx 380$ km. Ein ähnlicher Effekt tritt bei T22-1 auf. Für $h \lesssim 350$ km haben T22-1 und T32-4 eine annähernd gemeinsame T (τ_{5000})-Relation. Denkt man sich den T-Verlauf von T22-1 so parallel zu h verschoben, daß er bei T = 4600 K mit T32-4 zusammenfällt, sieht man, daß für $h > 350$ km wegen des größeren $|dT/dh|$ T32-4 unterhalb der verschobenen T22-1-Kurve liegt. Daher ist zu T32-4 das Linienprifil für $\Delta\lambda \lesssim 40$ mÅ um 5 % bis 10 % gegenüber T22-1 tiefer eingesenkt. Bei T93-25 wird der Effekt des größeren $|dT/dh|$ ($h \approx 450$ km), der bei T32-4 zu einer deutlichen Vertiefung der Linienzentrums führt, durch eine höhere Temperatur zwischen 400 km > h > 150 km kompensiert. Daher liefern T93-25 und T22-1 sich um weniger als 5 % unterscheidende Profile. Der Vergleich T72-4 - T32-4 oder T96-25 - T93-25 zeigt, daß Modifikationen der T-Schichtung bei $h \gtrsim 400$ km das Linienprofil für $\Delta\lambda \lesssim 40$ mÅ beeinflussen.

T96-25 hat bei $h \approx 450$ km statt eines steilen dT/dh ein Temperatur-Plateau, das ein relativ breites Temperatur-Minimum mit $T_{min} = 4400$ K erzeugt. Das Fehlen eines steilen $dT/dh < 0$ bei $h \approx 450$ km bewirkt eine Anhebung der Zentralintensität um 6 %. Aus Fig. III-7b ist ersichtlich, daß h = 450 km die obere "Grenze" des Entstehungsgebiets für das Linienzentrum ist. Das gilt für die Mitte der Sonnenscheibe. ($\mu = \cos\vartheta = 1.0$). Für $\mu \lesssim 0.3$ macht sich das "heiße" Temperatur-Minimum noch deutlicher bemerkbar. In Fig. III-11 sind die Mitte-Rand-Variationen von $\lambda 4571$ für die Modelle T96-25, T93-25 und T22-1 dargestellt.

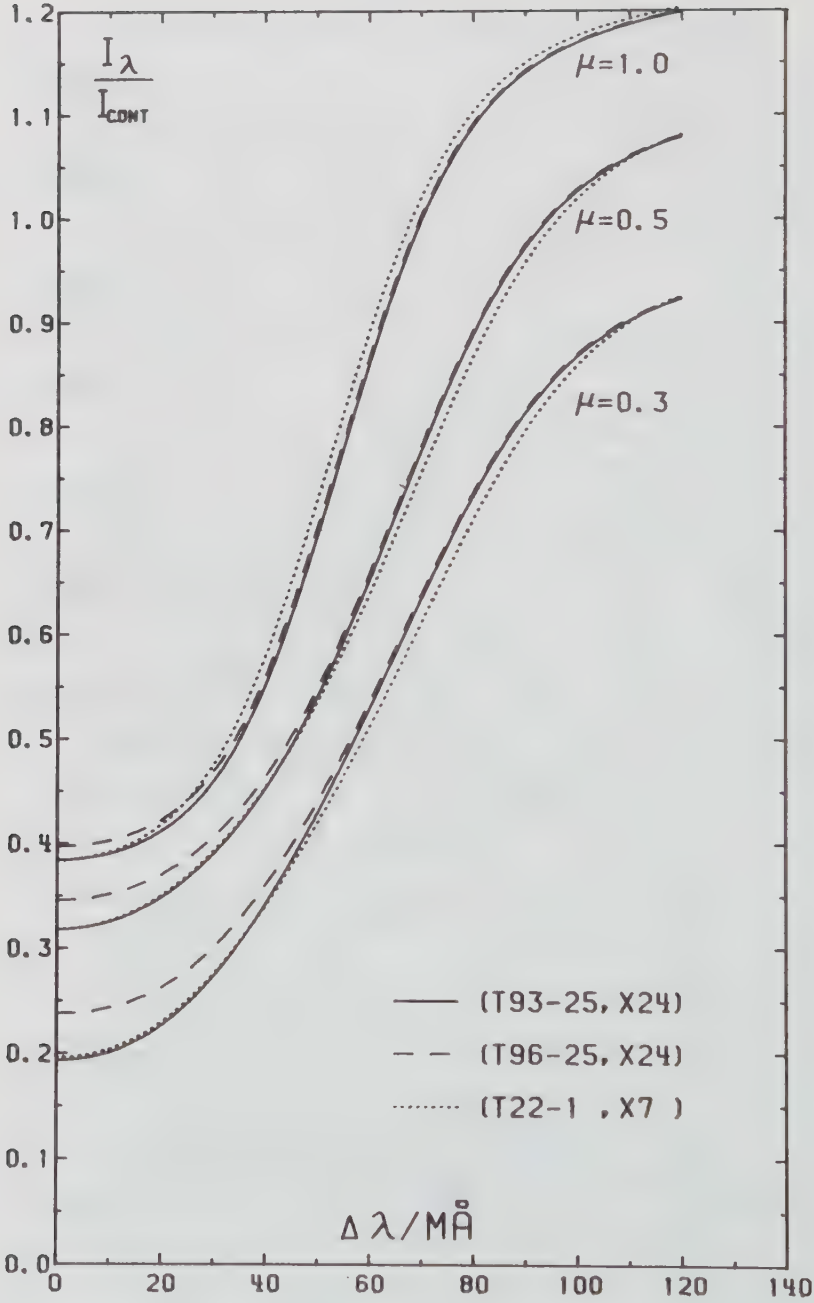
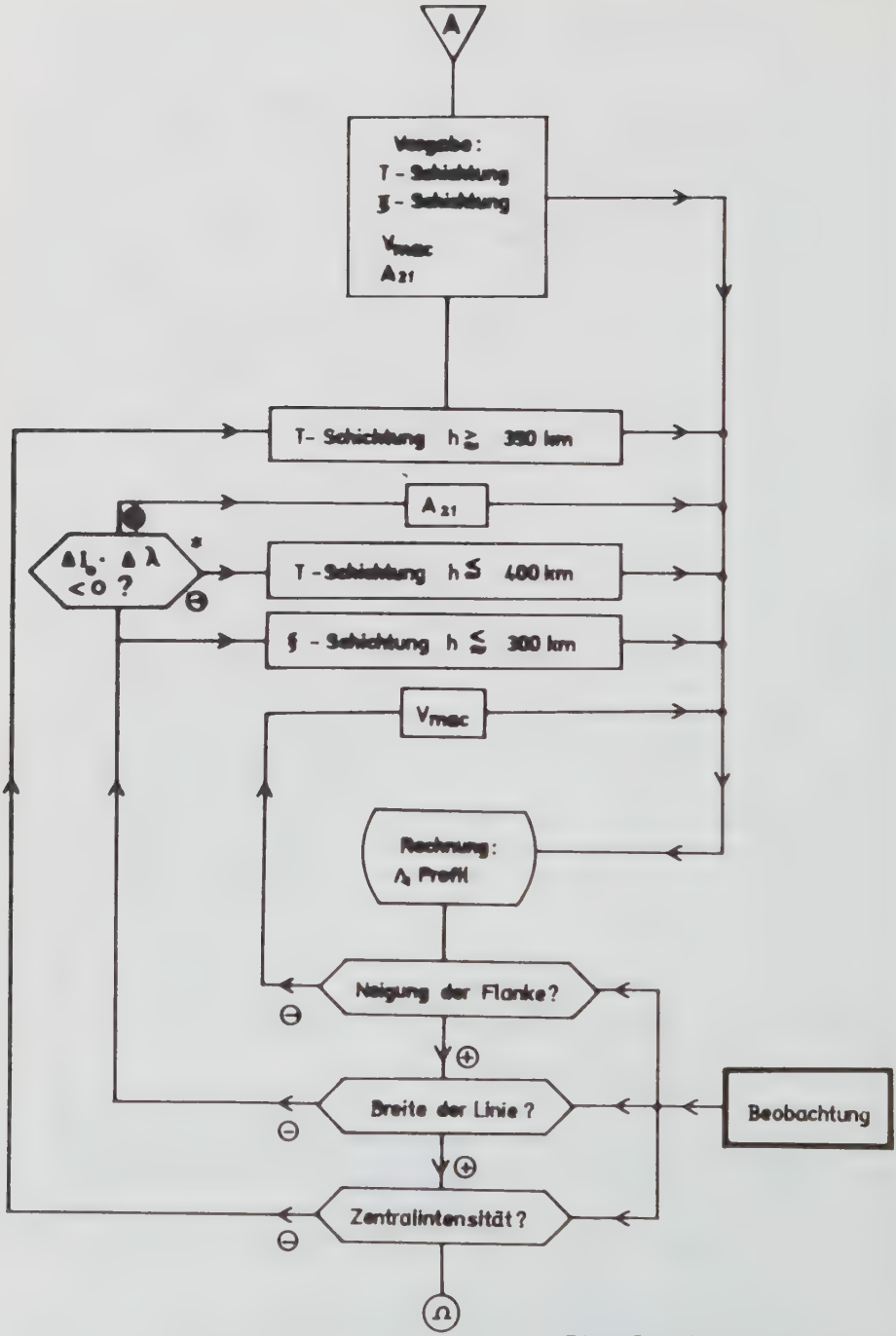


Fig. III-11: Mitte-Rand-Variation von λ4571 für mehrere Temperatur-Schichtungen. Für μ = 1.0 und μ = 0.5 sind die Profile um +0.25 bzw. +0.15 in Ordinaten-Richtung verschoben.

Das Ergebnis dieses Abschnittes ist, daß die Linie λ4571 auf die Temperatur-Schichtung bei $h \lesssim 450$ km und auf das Mikroturbulenz-Modell bei $h \lesssim 300$ km reagiert. Bei Verwendung der Mitte-Rand-Variation kann die obere Grenze der Temperatur-Bestimmung noch bis auf $h \lesssim 550$ km ausgedehnt werden. Die Schwierigkeit besteht darin, die einzelnen Effekte zu trennen. Fig. III-12 zeigt ein Flußdiagramm als Vorschlag für die Durchführung einer Analyse mit der λ4571-Linie. Man beginne mit der Wahl eines Wertes für A_{21}, gebe ein Modell (T_e, ξ, V_{mac}) vor und berechne damit das Linienprofil. Dann gehe man der Reihe nach die Fragen bzgl.der Übereinstimmung mit der Beobachtung durch. Man zweige je nach dem, ob die Antwort positiv oder negativ ausfällt, entsprechend im Flußdiagramm ab.
Am ungünstigsten steht es mit der Temperatur-Bestimmung für die mittlere Photosphäre. Vertretbare Temperaturänderungen bewirken nur einen relativ kleinen Effekt, der leicht auch durch geeignete Wahl von ξ und A_{21} simuliert werden kann. Recht zuverlässig ist die Temperatur-Bestimmung für die Schichten unmittelbar unterhalb des Temperaturminimums ("obere" Photosphäre). Weder Mikro- noch Maktroturbulenz können größere Diskrepanzen in der Zentralintensität korrigieren, ohne die Form der Linienflanke zu zerstören. Es verbleibt allenfalls die Möglichkeit, A_{21} oder $T_{ion}^{(2)}$ zu verändern. Hier kann unter Umständen die Mitte-Rand-Variation der λ4571-Linie oder ein Vergleich der kernnahen Flügel der Linien b_1-b_4 (§ III-4.4) helfen, eine Entscheidung zu treffen.

§ III-4.3 : Einfluß der Geschwindigkeitsfelder auf die Mg b_2 - Linie.

Den Einfluß der Makroturbulenz auf das Profil der b_2-Linie zeigt Fig. III-13. Die Linienintensität bei $\Delta\lambda$ = 70 mÅ bleibt unverändert.



* Δ: Rechnung - Beobacht.

Fig. III-12:
Flußdiagramm zur Analyse der Linie λ 4571

Die Flanke der b_2-Linie wird von der Mikroturbulenz zwischen 500 km $\gtrsim h \gtrsim$ 250 km beeinflußt, die Zentralintensität indirekt über die Quellfunktion durch ξ-Gradienten oberhalb $h \gtrsim$ 500 km. Der letztere Effekt ist ausführlich in § II-6.2 am Beispiel der Na D-Linien diskutiert worden. Fig. III-14 zeigt das Verhalten der b_2-Linie für einige ξ-Modelle.

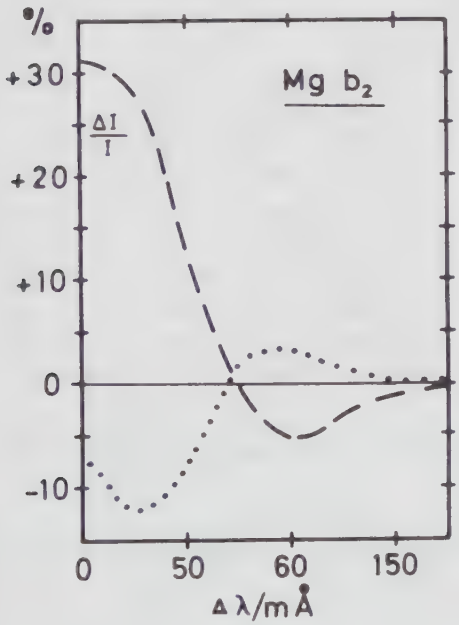


Fig. III-13: Einfluß der Makroturbulenz auf Mg b_2

Eine Mikroturbulenz ξ = 1.0 km/s bei h< 500 km (Modell X2) verbreitert die Linienflanke um ≈10 mÅ bzw. vertieft das Profil um 5 % bis 10 % (Fig. III-14a, Modellvergleich X2-X1).

Ein chromosphärischer Anstieg von ξ hebt erwartungsgemäß die Zentralintensität an. Je früher und je steiler der ξ-Gradient einsetzt, um so ausgeprägter ist dieser Effekt. Gleichzeitig verbreitert er die Linienflanke. Die Modellfolge X6 - X7 - X18 zeigt die Wirkung eines zunehmend größer werdenden Gradienten $d\xi/dh$. Der Vergleich X6 - X18C zeigt, daß das der Effekt, der durch Einsetzen des ξ-Gradienten in einer 100 km höheren Schicht

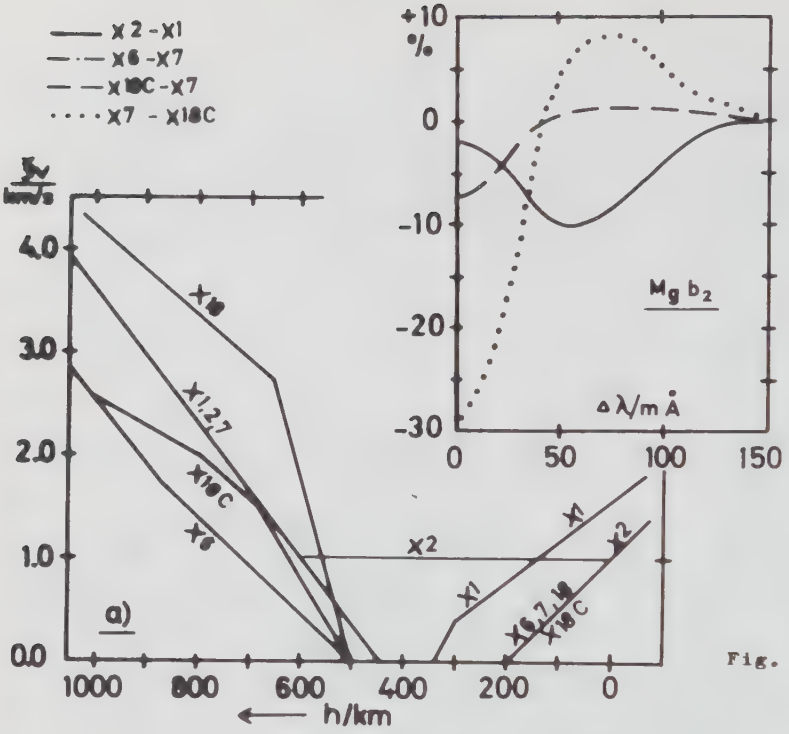


Fig. III-14a

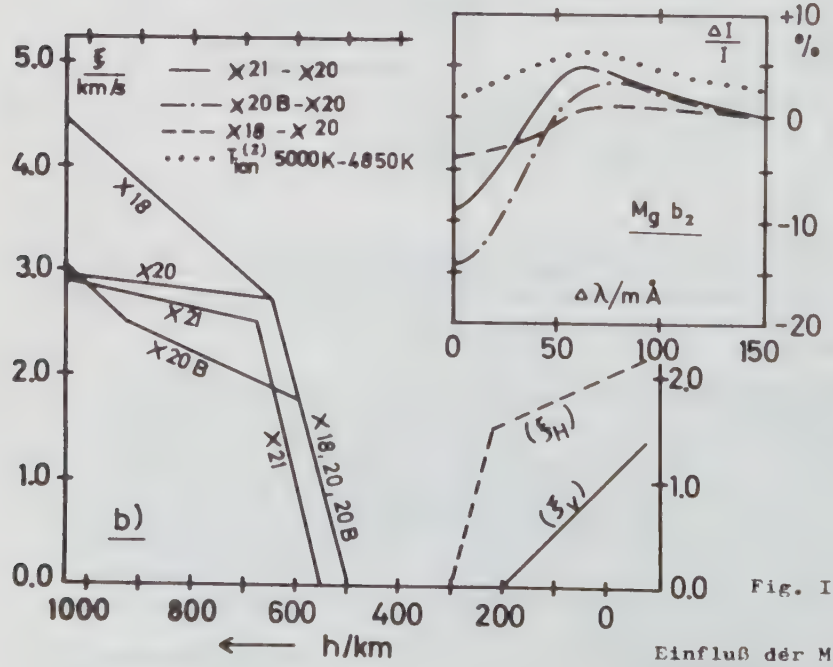


Fig. III-14b

Einfluß der Mikroturbulenz auf Mg b_2

hervorgerufen wird, nicht vollständig durch Vergrößerung von $d\xi/dh$ wettgemacht werden kann. Je später $d\xi/dh$ einsetzt, um so kleiner ist auch der Einfluß auf die Linienbreite. Der Vergleich X21 - X20 (Fig. III-14b) zeigt noch einmal den Einfluß einer Verlagerung von $d\xi/dh$ in Höhe. Die Folge X20B - X20 - X18 zeigt den Einfluß des ξ-Werts bei $h \approx 850$ km auf das Profil. Während eine Vergrößerung von $\xi = 2.2$ km/s auf $\xi = 2.9$ km/s (X20B - X20) die Zentralintensität um 10 % anhebt, bewirkt eine nochmalige Erhöhung von ξ auf 3.6 km/s nur noch eine Anhebung der Intensität um 4 % (X20 - X18). Ein Vergleich von Fig. III-14a (z. B. X18B - X18) mit Fig. III-13 ($V_{mac} = 3$ km/s $\leftrightarrow$ 2 km/s) zeigt, daß ein chromosphärischer ξ-Anstieg und eine Erhöhung der Makroturbulenz ähnliche Effekte hervorrufen. Im Gegensatz zu den Na D-Linien können diese beiden Effekte nicht eindeutig getrennt werden. Das liegt zum einen daran, daß das chromosphärische ξ die Flanke der Mg b-Linie stärker verbreitert als bei den Na D-Linien. Zum anderen ist der Verbreiterungseffekt der Makroturbulenz bei $\Delta\lambda > 70$ mÅ nicht so deutlich, da schon ab $\Delta\lambda \approx 120$ mÅ der Dämpfungsflügel einsetzt. In Fig. III-14b wird zum Vergleich auch der Effekt gezeigt, den eine Erhöhung der Ionisationstemperatur $T_{ion}^{(2)}$ von 4850 K auf 5000 K hervorruft.

§ III-4.4 : Einfluß der Temperatur- und Druckschichtung auf die Mg b_2 - Linie.

Wie aus Fig. III-10c zu ersehen ist, ergeben die hier diskutierten Temperaturschichtungen innerhalb einer Streuung von ≈ 10 % identische Profile. Die Profile zu T93-25 (Referenzprofil) und zu T96-25 sind mit dem Mikroturbulenz-Modell X20 gerechnet worden, die anderen Profile mit Modell X6. Der Unterschied in den Zentralintensitäten zwischen T11-1, T32-4, T24-25 einerseits und T93-25 und T96-25 andererseits wird durch ξ verursacht. Die Unterschiede innerhalb der beiden Gruppen sind auf die Temperatur-Schichtung zwischen 350 km bis 450 km zurückzuführen.

T22-1, das mit T11-1 zu vergleichen ist, liefert deshalb eine so hohe Intensität, weil die bei zu diesem Modell gehörende Druck-Schichtung (HSRA-Modell; Lites, 1973) bei gleicher geometrischer Höhe eine um 40 % kleinere Wasserstoff-Dichte bei annähernd gleicher Elektronen-Dichte aufweist als die anderen Modelle. Dadurch wird das T22-1-Modell deutlich transparenter als ähnliche Modelle, deren Druckschichtung mit unserem Hydrostatik-Programm berechnet worden sind. Wegen des von Lites (1973) absichtlich hoch angesetzten Verhältnisses N_e/N_H wird die Kopplung der Linien-Quellfunktion an die lokale Planckfunktion verstärkt, denn die Stoßanregung erfolgt durch die freien Elektroden. Ein derartiger Dichte-Effekt wirkt auf die Zentralintensität ähnlich wie ein chromosphärischer ξ-Gradient.

Die in Fig. III-10a zu sehenden Profiländerungen für $\Delta\lambda \gtrsim 50$ mÅ werden ausschließlich durch die Variation der Temperatur- und Druck-Schichtung hervorgerufen, denn in dem hier in Frage kommenden Höhenbereich sind die Mikroturbulenz-Modelle für alle Rechnungen identisch. Eine Erniedrigung der Temperatur um $\approx$ 200 K zwischen 150 km $< h <$ 350 km (Vergleich T11-1 - T93-25) kann den b_2-Linienkern um 10 % tiefer einsenken. Ähnliches bewirkt eine Mikroturbulenz $\xi \approx 1$ km/s bei $h \approx 250$ km (Fig. III-14a, X2). Der Unterschied in der Wirkung zwischen $\Delta T = -150$ K und $\Delta\xi = +1$ km/s besteht darin, daß sich die Temperaturänderung auch noch im kernnahen Flügel auswirkt.

Der Vergleich T93-25 - T96-25 zeigt, daß die Temperatur-Schichtung bei $h > 400$ km sich nur wenig in der b_2-Linie bemerkbar macht.

§ III-5 : Vergleich mit Beobachtungen.

§ III-5.1 : λ 4571.

Die gerechneten Profile der λ 4571-Linie haben wir mit Messungen von White et al. (1972) verglichen. Bei diesen Messungen handelt es sich um lichtelektrische, im "rapid scan"-Verfahren aufgenommene Registrierungen. Der double-pass - Spektrograph hatte eine Wellenlängen-Auflösung von 9 mÅ, der Eintrittsspalt ließ das Licht eines 88 km x 17500 km großen Gebiets (für Scheibenmitte) der Sonne in den Spektrographen eintreten. Die gewonnenen Profile sind wegen Streulicht und wegen endlichem λ-Auflösungsvermögen korrigiert worden. Das Kontinuum wurde bei zwei Fenstern (λ = 4567.94 Å und λ = 4573.55 Å) festgelegt. Die Messungen wurden bei 15 $\cos\vartheta$ -Positionen durchgeführt. In Fig. III-16 wird für $\cos\vartheta$ = 1.0 das von White et al. gemessene Profil mit dem des Liége-Atlas (Delbouille et al., 1973) verglichen. Die Übereinstimmung zwischen den beiden Profilen ist sehr gut. Die kleine Diskrepanz bei $\Delta\lambda \gtrsim 80$ mÅ ist durch unterschiedliche Wahl des Kontinuums verursacht. Die von White et al. getroffene Festlegung des Kontinuums dürfte zuverlässiger sein, da im Liége-Atlas das Kontinuum nur provisorisch festgelegt wurde.

Die Linie zeigt eine deutliche Asymmetrie, die von Altrock u. Cannon (1973) untersucht wurde. Sie konnten das asymmetrische Profil mit Hilfe eines höhenabhängigen, makroskopischen Geschwindigkeitsfeld erklären. Die hierzu benötigten Geschwindigkeits-Gradienten treten nach Altrock u. Cannon zwischen $\approx$ 200 km bis $\approx$ 300 km unterhalb des Temperatur-Minimums auf. Ein für unsere Betrachtung wichtiges Resultat ist, daß eine Analyse der λ4571-Linie, bei der höhenunabhängige Makroturbulenz vorausgesetzt wird, dann die richtigen Temperatur- und Druck-Schichtung liefert, wenn sie sich auf das Linienpfofil bezieht, das durch Mittelung des roten und blauen Flügels entsteht. Auf dieses gemittelte Profil werden wir uns daher beziehen.

Wir führten nun eine Analyse nach dem in Fig. III-12 skizzierten Verfahren durch, wobei wir von dem Temperatur-, Dichte- und Turbulenz-Modell (T22-1, X1) ausgingen. (Altrock u. Canfield, 1974). Mit den von Altrock u. Canfield benutzten Werten $A_{21} = 450\ s^{-1}$ und $V_{mac} = 0.61$ km/s ergab sich ein um 15 % zu tief eingesenktes Linienzentrum. Die Linie war bei $\Delta\lambda \lesssim 50$ mÅ etwas zu breit (ungefähr soviel, wie der blaue Flügel der asymmetrischen Linie). Mit $A_{21} = 340\ s^{-1}$ und $V_{mac} = 1.0$ km/s sowie mit einer geringeren Mikroturbulenz (X6 statt X1) erhielten wir für $\mu = 1.0$ befriedigende Übereinstimmung mit der Beobachtung. Für $\mu = 0.5$ war das Linienzentrum immer noch um 10 % zu tief. Beim Übergang von der originalen Druckschichtung zu einer mit unserem Hydrostatik-Programm berechneten Druckschichtung ergab sich auch bei $\mu = 1.0$ wieder eine zu tief eingesenkte Linie (Modell T32-4, X6). Wir erhöhten nun die Temperatur zwischen 300 km $< h <$ 450 km um $\approx$150 K und ließen den Temperaturverlauf ab $h >$ 450 km etwas steiler als bisher zum Temperatur-Minimum abfallen: Modell (T73-4, X6). Für $\mu = 1.0$ erhielten wir so eine sehr gute Übereinstimmung mit der Beobachtung, für $\mu = 0.5$ war das Profil ein wenig zu breit. Die kleine Diskrepanz bei $\mu = 0.5$ konnte mit einer Erhöhung der Temperatur zwischen 400 km $> h >$ 200 km um $\approx$30 K und durch Verkleinern der Horizontalkomponente von ξ beseitigt werden: Modell (T93-4, X18).

In Fig. III-15 werden die Profile gezeigt, wie sie sich im Laufe der Analyse ergaben. Fig. III-16 zeigt die Mitte-Rand-Variation des Profils zu dem als optimal gefundenen Atmosphärenmodell. Ab $\mu \lesssim 0.3$ wird die gerechnete Linie zu schmal. Man kann diese Diskrepanz im Prinzip beseitigen, indem man die Horizontalkomponente von ξ schon bei $h \approx 400$ km von $\xi = 0$ km/s auf $\xi \approx 2.0$ km/s bei $h \approx 300$ km ansteigen läßt. Bei dem von uns stets gemachten Ansatz

$$\xi^2(\mu) = \xi_H^2 - (\xi_H^2 - \xi_v^2)\cdot\mu^2$$

ist aber schon für $\mu = 0.5$ $\xi(0.5) = 0.87\cdot\xi_H$ und würde das Profil bei $\mu = 0.5$ zu breit machen. Man müßte daher ein anderes Gesetz für $\xi(\mu)$ dergestalt einführen, daß $\xi(\mu)$ langsamer mit

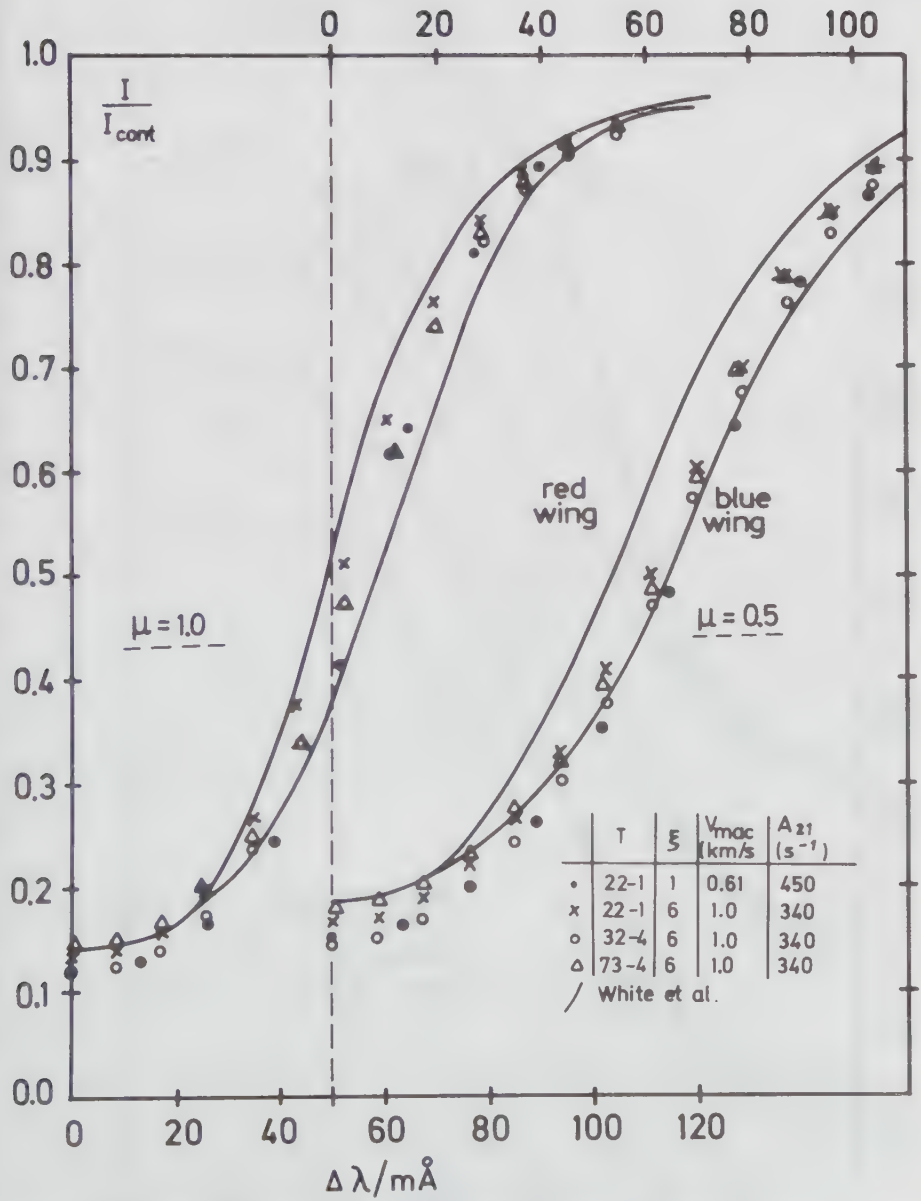


Fig III-15: Vergleich zwischen gerechneten und beobachteten Profilen von λ4571. Die beobachteten Profile sind sind um ihre Linienzentren gespiegelt.

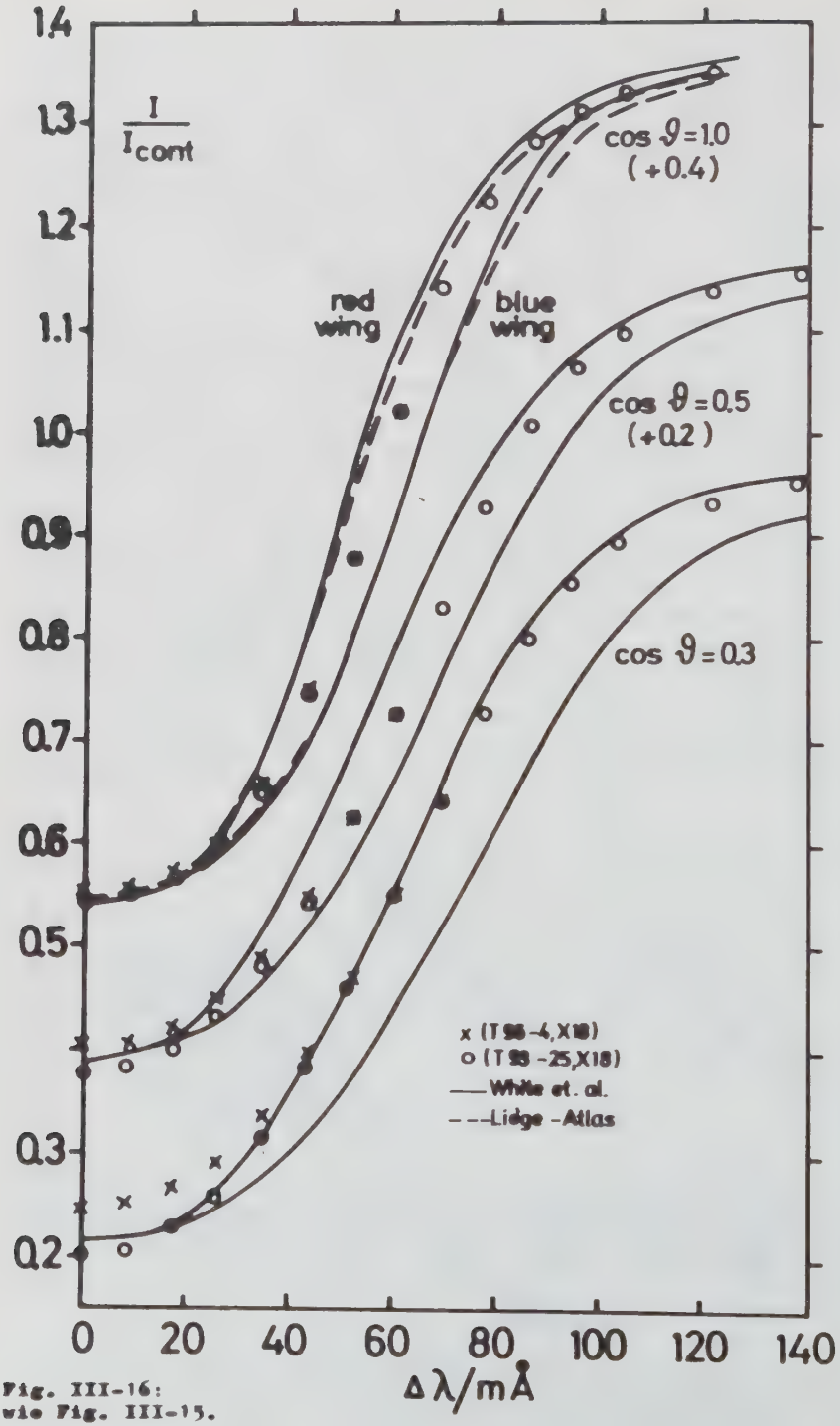


Fig. III-16:
wie Fig. III-15.

kleiner werdendem μ nach ε_H geht als nach der obigen Formel. Man muß auch bedenken, daß bei $\mu \lesssim 0.3$ der Sehstrahl schon sehr flach die Sonnenoberfläche schneidet ($90^\circ - \vartheta \lesssim 20^\circ$), so daß sich horizontale Inhomogenitäten schon stark bemerkbar machen. Daher sollte den Profilen für $\mu \lesssim 0.3$ kein großes Gewicht gegeben werden.

Mit Hilfe der λ4571-Linie konnten wir die Temperatur- und Turbulenz-Schichtung bis $h \lesssim 400$ km festlegen. Es fragt sich, ob die Temperatur des bei $h \approx 550$ km liegenden Temperatur-Minimums sich noch in der Zentralintensität andeutet. In Fig. III-16 sind daher auch die Profile zum Modell (T96-7, X18) eingezeichnet. Für $\mu \geq 0.5$ ergeben sich keine nennenswerten Änderungen, bei $\mu = 0.3$ ist die Zentralintensität um 22 % angehoben. Bei dem hier nicht gezeigten Profil zu $\mu = 0.2$ ist der Effekt noch etwas deutlicher.

Mit der gebotenen Vorsicht kann man schließen, daß das Temperatur-Minimum oberhalb h = 450 km liegt mit einer Minimums-Temperatur $\lesssim$ 4400 K. Für die Vertikalkomponente der Mikroturbulenz ergibt sich zwischen 150 km $\lesssim h \lesssim$ 350 km eine obere Grenze von $\approx$ 0.5 km/s, für die Horizontalkomponente (1.7 ± 0.5) km/s zwischen 200 km $\gtrsim h \gtrsim$ 100 km. Die Werte für die Mikroturbulenz sind abhängig von der Wahl des Temperaturverlaufs in der oberen Photosphäre. Die Makroturbulenz ergibt sich zu $V_{mac} = (1.0 \pm 0.5)$ km/s.

§ III-5.2 : Mg - Triplett

Die gerechneten Profile der b_2-Profile haben wir für $\mu = 1.0$ und $\mu = 0.2$ mit den Profilen aus dem Kitt Peak Solas Atlas (Brault u. Testerman, 1972) verglichen, die wir der Arbeit von Altrock u. Canfield (1974) entnahmen. Der Kitt-Peak-Atlas ist mit der selben Apparatur aufgenommen worden wie die in § III-5.1 beschriebenen Messungen der λ4571-Linie von White et al. Für

μ = 1.0 haben wir die Profile der Mg b-Linien mit denen aus dem Liége-Atlas (Delbouille et al., 1973) verglichen. Fig. III-18 zeigt die gute Übereinstimmung zwischen den beiden Atlanten im Falle der b_2-Linie für μ = 1.0. Zur Bestimmung des optimalen Atmosphärenmodells haben wir vor allem die b_2-Linie herangezogen, weil das Profil dieser Linie uns für zwei Positionen auf der Sonnenscheibe bekannt war. Außerdem haben wir bei den meisten Rechnungen nur die b_2-Linie berechnet, um Rechenzeit zu sparen. Die b_1-Linie hat einen mit dem der b_2-Linie fast identischen Entstehungsbereich, so daß sie keine wesentlich neue Information liefert. Die b_4-Linie entsteht tiefer als die b_2-Linie, doch auch hier überlappen sich die Entstehungsbereiche stark (siehe Fig. III-7a).

Die Analyse der b_2-Linie begannen wir mit der Temperatur- und Druckschichtung, die auch Altrock u. Canfield (1974) benutzten. Parallel dazu berechneten wir die Profile mit der Temperaturschichtung des vorläufigen Modell von Vernazza et al. (1973). Für die Mikroturbulenz wurden die von den jeweiligen Autoren angegebenen Modelle benutzt: Modelle (T22-1, X1) und (T11-1, X0). Für die Makroturbulenz setzten wir zunächst V_{mac} = 2.0 km/s ein. (T11-1, X0) ergab für μ = 1.0 ein deutlich zu tief eingesenktes Linienprofil (50 % zu tiefe Zentralintensität, 20 % zu tiefes Profil bei $\Delta\lambda$ = 70 mÅ, 7 % zu tiefe Flügel bei $\Delta\lambda$ = 225 mÅ). (T22-1, X1) stimmte wesentlich besser mit der Beobachtung überein, was nicht überraschte, da ja dieses Modell von Altrock u. Canfield an Hand der Mg b-Linien abgeleitet worden war. Eine etwas zu tiefe Zentraleinsenkung, verknüpft mit einer etwas zu flachen Neigung der Flanke konnte mit V_{mac} = 3.0 km/s korrigiert werden. Die große Diskrepanz beim Vernazza-Modell (T11-1, X0) konnte <u>nicht</u> durch Wahl höherer Werte für V_{mac} und FVW, dem Korrekturfaktor für van der Waals-Dämpfung beseitigt werden, weil (T11-1, X0) die richtige Neigung der Flanke und den richtigen Verlauf des Flügels für $\Delta\lambda \gtrsim 1$ Å wiedergab.

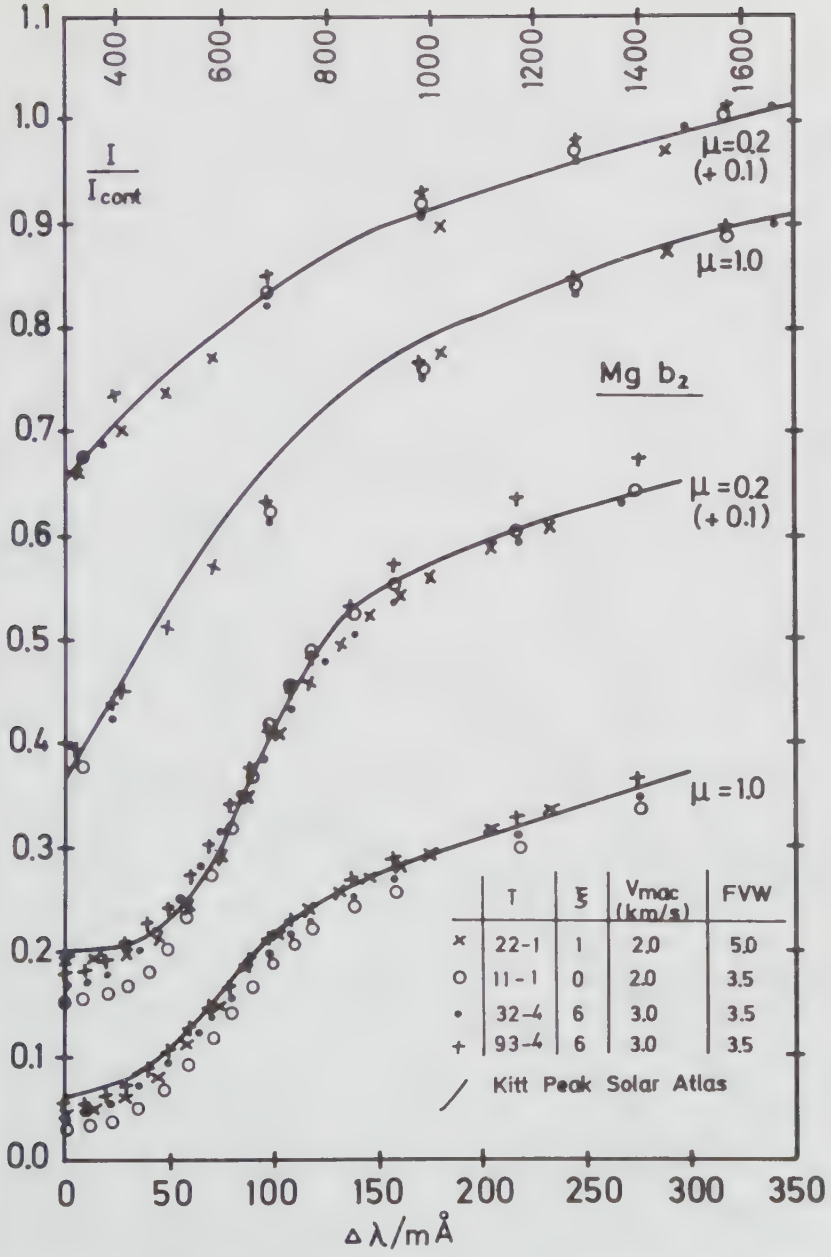


Fig. III-17: Vergleich zwischen gerechneten Mg b_2 -Profilen und denen aus dem Kitt-Peak-Atlas. Für die Kerne gilt die untere, für die Flügel die obere λ-Skala.

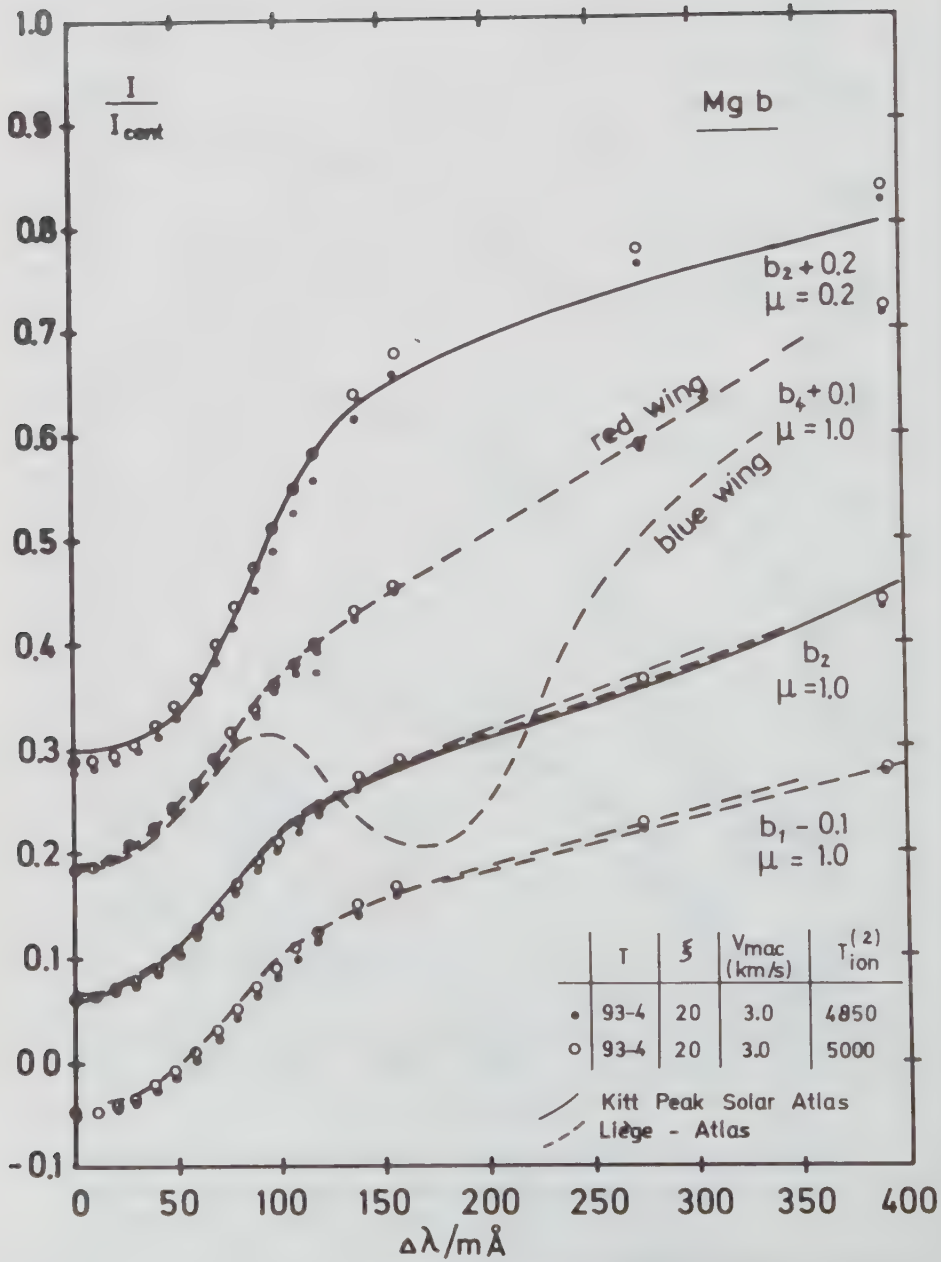


Fig. III-18: Vergleich zwischen gerechneten und beobachteten Profilen des Mg b- Tripletts.

Beim Übergang zu einer mit unserem Hydrostatik-Programm berechneten Druckschichtung ergaben sich für (T11-1, X0) keine wesentlichen Änderungen,außer für die äußeren Bereiche des Flügels, die durch Verkleinern von FVW rückgängig gemacht werden konnten (siehe auch Fig. III-17). Eine deutliche Verbesserung für T11-1 ergab sich, als statt ξ-Modell X0, das für $h < 800$ km $\xi \equiv 1.0$ km/s ist, das Modell X6 benutzt wurde, das bei 200 km $\leq h \leq$ 500 km $\xi \equiv 0$ ist. Für $h <$ 800 km ist X6 mit X0 identisch. Bei $\Delta\lambda$ = 70 mÅ, wo V_{mac} keinen Einfluß auf das Profil hat, ergab sich eine nur noch um 10 % zu große Einsenkung im Flankenbereich. Die Zentralintensität war nach wie vor um 50 % zu klein, der Flügel zwischen 120 mÅ$\lesssim \Delta\lambda \lesssim$ 300 mÅ noch immer um 7 % zu tief. Eine höhere Makroturbulenz hätte das Linienzentrum angehoben und das Profil zwischen 50 mÅ bis 70 mÅ gut dargestellt, jedoch wären die Diskrepanzen für $\Delta\lambda >$ 70 mÅ noch verstärkt worden.

Der Übergang X0 → X7, bei der ξ_V für $h <$ 200 km um 0.75 km/s verkleinert wurde, brachte keine Änderung des Profils zu T22-1. X7 ergab sich bei der Analyse der λ4571-Linie als optimales ξ-Modell der Photosphäre.

Der Übergang zur von uns berechneten Druckschichtung ergab beim Altrock-Canfield-Modell T22-1 eine deutliche Verschlechterung des Linienprofils. Insbesondere war für μ = 1.0 die Zentralintensität um 25 % zu klein, noch größere Abweichungen ergaben sich bei μ = 0.2. Auch wurde die Linienflanke etwas zu breit (Modell T32-4, X7). Die Druckschichtung, insbesondere das Verhältnis N_e/N_H, war von Altrock u. Canfield (1974) gerade deshalb gewählt worden, um die Zentralintensität der b_2-Linie zu erklären. Diese Druckschichtung geht auf Lites (1973) zurück, der damit die Zentralintensitäten starker Eisenlinien darzustellen versuchte.

Die Abänderung der Temperaturschichtung unterhalb des Temperatur-Minimums T22-1 → T93-4, wie sie sich aus der Analyse der λ4571-Linie ergab, brachte die Linienflanke und den Flügel mit der Beobachtung fast zur Deckung. Das ist ein schöner Test für die Brauchbarkeit der λ4571-Linie zur Bestimmung der Tempera-

tur-Schichtung unterhalb des Temperatur-Minimums. Der Linienkern konnte mit einem größeren $d\xi/dh$ - Gradienten bei $h \approx 550$ km an die Messungen für $\mu = 1.0$ angepaßt werden: X7 → X18.

Der Verlauf von $\xi(h)$ für $h > 500$ km, der den Linenkern der b_2-Linie mit der Beobachtung zur Übereinstimmung bringt, ist nicht scharf definiert und hängt auch von der Wahl der Werte für V_{mac}, $T_{ion}^{(2)}$ und T_{min} ab. Mit $T_{ion}^{(2)} = 4850$ K ist X21 zu bevorzugen, mit $T_{ion}^{(2)} = 5000$ K, durch das die Linie insgesamt etwas angehoben wird, das Modell X20, welches gegenüber X21 etwas früher mit dem $d\xi/dh$ - Gradienten einsetzt. Bei einer Erhöhung der Minimums-Temperatur von ≈4200 K auf 4400 K ist X22, das bei h = 800km gegenüber X20 ein um 1.5 km/s kleineres ξ hat, optimal, zumindest, was das Profil bei $\mu = 1.0$ betrifft. Für $\mu = 0.2$ wird eine größere Mikroturbulenz benötigt. Auch eine Erhöhung des Wertes für $T_{ion}^{(2)}$ von 4850 K (Standardwert) auf 5000 K wirkt sich für die Darstellung des Linienkerns bei $\mu = 0.2$ günstig aus.

In Fig. III-18 sind zusammen mit den gemessenen Profilen die gerechneten Profile zu den Modellen (T93-4, X20, $T_{ion}^{(2)} = 4850$ K) und (T93-4, X20, $T_{ion}^{(2)} = 5000$ K) dargestellt. Man sieht, daß X20 nicht ganz optimal ist zu $T_{ion}^{(2)} = 4850$ K, da es die Linienkerne etwas zu breit macht.

§ III-5.3 : Zusammenfassung der Ergebnisse.

(1) Die Interkombinations-Linie λ 4571 eignet sich gut zur Festlegung der Temperaturschichtung für $250 \text{ km} \lesssim h \lesssim 450$ Km. Die Temperatur läßt sich mit dieser Linie auf ± 60 K festlegen. Als optimaler Verlauf wurde Modell T93-4 gefunden (siehe Fig. III-10a). Das Temperatur-Minimum muß bei $h > 400$ km liegen mit $T_{min} \lesssim 4400$ K.

(2) Die Makroturbulenz in den Schichten $150 \text{ km} \lesssim h \lesssim 300$ km beträgt (1.0 ± 0.3) km/s.

(3) Die vertikale Komponente der Mikroturbulenz ist $\lesssim 0.5$ km/s zwischen 150 km $\lesssim h \lesssim$ 350 km, die horizontale Komponente ist (1.7 ± 0.5) km/s bei $h \lesssim 200$ km und ist $\lesssim 0.5$ km/s bei $h > 300$ km.

(4) Die kernnahen Flügel und die Flanken der Mg b_2-Linie reagieren auf die Temperatur-Schichtung des Höhenbereichs, der auch die Zentralintensität der λ4571-Linie beeinflußt. Der Übergang Flanke-Flügel der b-Linien stellt daher eine Kontrolle für die mit der λ4571-Linie bestimmten Temperatur-Schichtung dar.

(5) Unter der Voraussetzung, daß die Temperatur-Schichtung für $h \lesssim 500$ km genau genug bekannt ist, können die Flanken der Mg b-Linienkerne Auskunft über die Geschwindigkeitsfelder für den Höhenbereich 300 km $\lesssim h \lesssim$ 500 km geben. Es ergibt sich: $\zeta \lesssim 0.5$ km/s, $V_{mac} = (2.7 \pm 0.7)$ km/s.

(6) Die Zentralintensitäten der Mg b-Linien weisen auf einen relativ steilen chromosphärischen Gradienten $d\zeta/dh \approx 1.75$ km/s/km hin, beginnend bei $h = (525 \pm 50$ km). Diesem Ergebnis liegt eine hydrostatische Druckschichtung zu Grunde, bei der das Verhältnis N_e/N_H dem stationären, statistischen Ionisations-Gleichgewicht des Wasserstoffs und der Metalle entspricht.

Kapitel IV : Die Linien des infraroten Tripletts des Ca II -Atoms.

Das einfach ionisierte Kalzium erzeugt in der Sonnenatmosphäre fünf Spektrallinien im optischen Bereich, deren Zentren oberhalb des Temperatur-Minimums entstehen (siehe auch das Grotrian-Diagramm Fig. IV-1) : die Resonanzlinien H,K (H: $4^2S_{1/2}$- $4^2P^o_{1/2}$ λ 3968.5Å; K: $4^2S_{1/2}$-$4^2P^o_{3/2}$ λ 3933.7 Å) und das infrarote Triplett IR (IR_1: $3^2D_{3/2}$-$4^2P^o_{1/2}$ λ 8662.1 Å; IR_2: $3^2D_{5/2}$- $4^2P^o_{3/2}$ λ 8542.1 Å; IR_3: $3^2D_{3/2}$-$4^2P^o_{3/2}$ λ 8498.0 Å).

Das Entstehungsgebiet der Flügel von H und K überdeckt den Bereich von der Photosphäre bis etwas oberhalb des Temperatur-Minimums. Die Dopplerkerne der beiden Linien entstehen innerhalb des gesamten Höhenbereichs, der in dieser Arbeit mit "Chromosphäre" bezeichnet wird, also zwischen dem Temperatur-Minimum und der Basis der Übergangsschicht Chromosphäre - Korona. Obwohl H,K ideale "Testsonden" für die Chromosphäre sind, was ihre Entstehungsbereiche betrifft, konnten diese Linien aus den in § IV-1.3 genannten Gründen nicht zur Analyse der Chromosphäre herangezogen werden. Allerdings müssen sie bei der Berechnung der Entstehung des Infrarot-Tripletts berücksichtigt werden.

Die Linienzentren der drei Triplett-Komponenten entstehen zwischen $h \approx 1300$ km (IR_3) und $h \approx 1600$ km (IR_2). Diese Höhenangaben gelten für Chromosphären-Modelle, bei denen das Temperatur-Minimum bei $h \approx 550$ km und die Basis der Übergangszone Chromsophäre - Korona bei $h \approx 2000$ km liegen. Wir können daher nicht erwarten, daß das Infrarot-Triplett Auskunft über die gesamte Chromsphäre liefert, jedoch entstehen sie in deutlich höheren Atmosphärenbereichen als die Linien Na D und Mg b.

§ IV-1 : Überblick über bisherige Untersuchungen.

§ IV-1.1 : Die Arbeit von Linsky und Avrett (1970).

Im ersten Teil dieser Arbeit werden die bis 1970 veröffentlichten Beobachtungen und Rechnungen ausführlich gewürdigt. Die meisten Untersuchungen betreffen H und K, das Triplett wird meistens nur insoweit behandelt, als es die Entstehung von H,K beeinflußt.

Bei ihren eigenen Rechnungen benutzten Linsky und Avrett für Ca II ein Atommodell, das dem von uns verwendeten Modell sehr ähnlich ist (§ IV-2.1).
Für uns wichtige Ergebnisse:

1) H,K sind stoßkontrolliert. Der in früheren Arbeiten oft diskutierte Fluoreszens-Mechanismus hat keine große Bedeutung.

2) Die Quellfunktionen von H,K sind bis oberhalb des Temperatur-Minimums an die lokale Planckfunktion gekoppelt und reagieren deutlich auf den Temperatur-Verlauf der unteren Chromosphäre. Die Quellfunktionen des IR-Tripletts sind an die der H,K-Quellfunktion gekoppelt, solange die Kerne der IR-Linien optisch dick sind. (S/B) ist für H,K und IR nahezu identisch.

3) Die Flügel ($\Delta\lambda \gtrsim 150$ mÅ) und die Zentralintensitäten von H,K werden befriedigend dargestellt mit planparallelen, 1-dimensionalen Chromosphären-Modellen mit $T_{min} \approx 4200$ K bei $h_{min} \approx (550 \pm 50)$ km und mit $dT/dh \approx 2.5$ K/km oberhalb h_{min}.

4) Auch die Triplett-Linien werden in groben Zügen richtig dargestellt.

§ IV-1.2 : Die Rechnungen von Shine u. Linsky (1974).

Die Rechnungen von Linsky u. Avrett (1970) wurden mit neueren Werten für die Atomparameter wiederholt, wobei das Hauptinteresse den chromosphärischen Fackeln galt.
Uns interessierende Ergebnisse:

1) $(S/B)_{IR2} = (S/B)_{IR3} = (S/B)_K$, $(S/B)_{IR1} = (S/B)_H$ im Entstehungsgebiet der IR-Linien. $S^{(H)}$ weicht von $S^{(K)}$ in diesem

Gebiet um bis zu 25 % ab. Die Abweichungen sind größer als die von Linsky u. Avrett (1970) gefundenen, da diese mit ≈ 40-mal höheren Raten für Stöße zwischen den 4P-Feinstruktur-Niveaus rechneten.

2) Die IR-Linien wurden zu 8 verschieden heißen Chromosphären-Modellen berechnet. Die Linien reagieren auf die T-Schichtung sehr empfindlich. Dagegen sind die Einflüsse von Makro- und Mikroturbulenz weniger deutlich.

§ IV-1.3 : Das Kohärenz-Problem.

Bei den bislang besprochenen Rechnungen wurde vollständige Inkohärenz der Photonen-Streuung in den Linien vorausgesetzt ('complete redistribution', CRD). Diese Annahme ist zulässig, wenn die Linien-Verbreiterung durch Doppler-Effekt (Linienkern) bzw. Stoßdämpfung (Flügel) erfolgt. Die kernnahen Flügel von H,K entstehen bei h ≈ 500 km, wo wegen geringer Teilchendichte die Strahlungs-Dämpfung wichtig wird (siehe Fig. IV-2). Bei strahlungsgedämpften Flügeln erfolgt die Photonen-Streuung kohärent, was die Struktur der Linien-Quellfunktion wesentlich beeinflußt. Treten im Linien-Streuprozeß Kohärenz-Anteile auf ('partial redistribution', PRD), variiert die Linien-Quellfunktion mit der Frequenz innerhalb des Linienprofils.

Shine et al. (1975) haben die Linien H,K,IR für den PRD-Fall berechnet. Während die IR-Linien sich gegenüber CRD nicht wesentlich änderten, ergaben sich bei H,K deutliche Änderungen. Mit PRD ergeben sich kleinere Intensitäten für H_1, K_1, die im T_{min}-Gebiet entstehen. Um mit Beobachtungen übereinzustimmen, muß $T_{min} \approx 4450$ K gesetzt werden (CRD-Analysen: $T_{min} \approx 4200$ K, Dumont; 1967 b; Shine u. Linsky: 1970).
Ayres u. Linsky (1976) bestätigen dieses Resultat durch eine Spektrum-Synthese für Mg II h,k und Ca II H,K bei Berücksichtigung von PRD.

§ IV-2 : Beschreibung der vorliegenden Rechnungen zur Entstehung der Ca II -Linien.

§ IV-2.1 : Atommodell.

Das Grotrian-Diagramm des von uns benutzten Atommodells zeigt Fig. IV-1. Das Modell ist mit dem von Shine u. Linsky (1974) identisch, außer daß die 3D-Niveaus bei uns zu einem Niveau zusammengefaßt werden. Für die Relativbesetzung wird die Boltzmann-Verteilung vorausgesetzt, was äquivalent ist mit $(S/B)_{IR2} = (S/B)_{IR3}$. Diese Annahme wird durch die Rechnungen von Shine und Linsky (1974) gerechtfertigt. Siehe hierzu auch die Bemerkungen zum Magnesium-Atom (§ III-2.1), wo analoge Bedingungen für das untere Niveau der Mg b -Linien herrschen.
Die energetisch nächst höheren Niveaus oberhalb von 4P sind von den 4P-Niveaus um mehr als 3 eV getrennt. Sie können daher für die Besetzung der von uns betrachteten Niveaus keine merkliche Rolle spielen. Wir nehmen außerdem an, daß die Kalzium-Atome als 1- oder 2-fach ionisierte Ionen auftreten. Nach Linsky (1968) ist in der Sonnenatmosphäre das Verhältnis $N_{CaI}/N_{CaII} < 0.01$.

Wie bei allen anderen von uns durchgeführten Rechnungen haben wir vollständige Inkohärenz (CRD) für die Streuprozesse in allen Linien vorausgesetzt. Diese Annahme führt bei den H,K-Linien zu großen Fehlern, wie die in § IV-1.3 besprochenen Arbeiten gezeigt haben. Deshalb müssen wir uns bei der Diskussion auf das Infrarot-Triplett beschränken, bei denen die CRD-Annahmen gerechtfertigt sind (Shine et al., 1975).
In Tab. IV-3 sind die Standardwerte, die wir bei der Berechnung der Ca II -Linien für die Atomparameter einsetzen, mit den notwendigen Zusatzinformationen zusammengestellt. Für die solare Häufigkeit des Kalziums setzten wir den von Holweger (1972) bestimmten Wert ein, siehe auch Tab. IV-1. Die Werte der meisten Parameter haben wir von Shine u. Linsky (1974) übernommen. Auf zwei kritische Parameter gehen wir in den beiden folgenden Abschnitten ein.

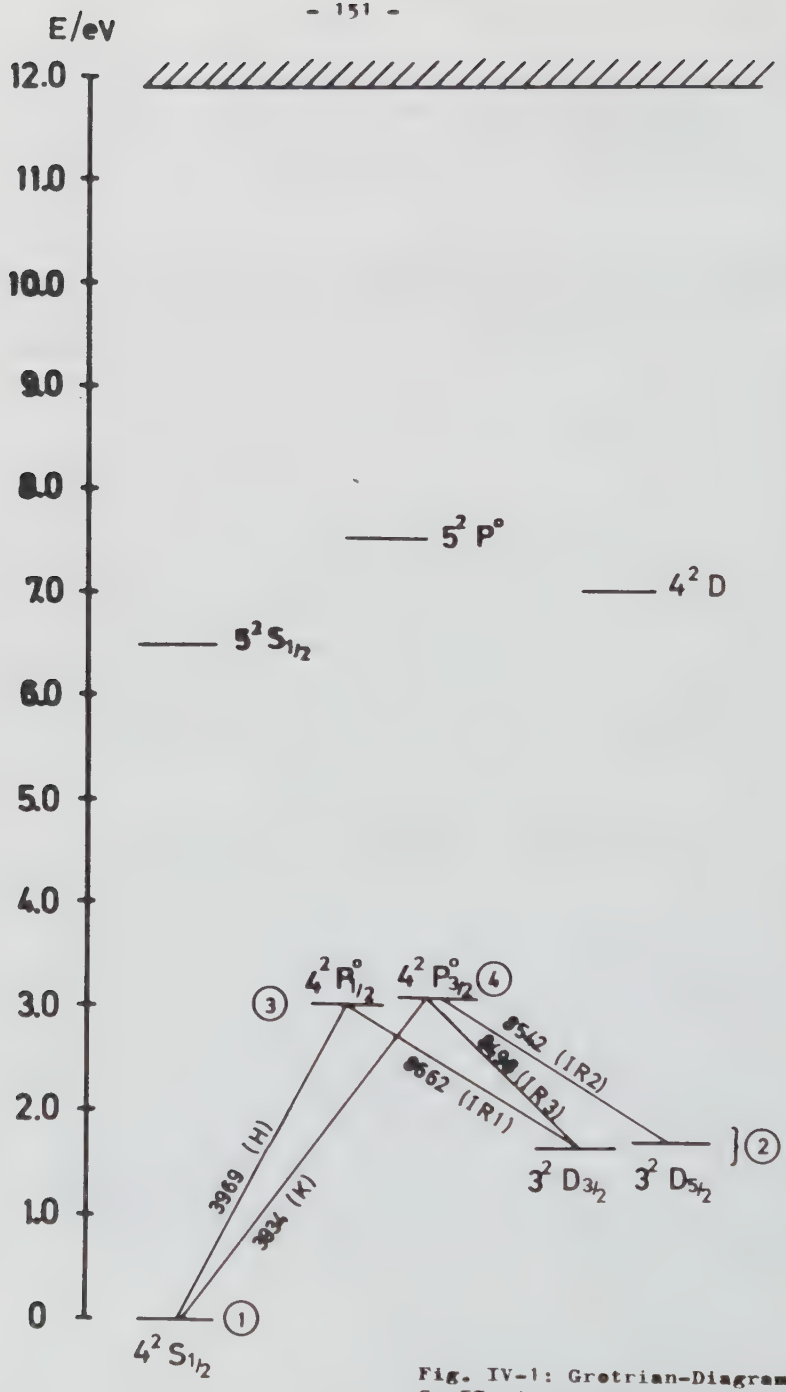


Fig. IV-1: Grotrian-Diagramm des Ca II -Atoms. Die numerierten Niveaus wurden von uns berücksichtigt

§ IV 2.2 : Dämpfungs-Konstanten.

Bei der Liniendämpfung wurden berücksichtigt: Strahlungs-Dämpfung, quadratischer Stark-Effekt, und van der Waals-Stöße. Die Dämpfungs-Konstante $\Gamma^{(6)}$ für van der Waals-Stöße wurde mit einem Korrektur-Faktor FVW multipliziert. FVW wurde so gewählt, daß die Flügel der IR-Linien möglichst gut mit den Beobachtungen übereinstimmen. Wir benutzten für alle Ca II -Linien den selben Wert. Zur Problematik siehe § II-2.4.
Fig. IV-2 zeigt für die K-Linie die einzelnen Beiträge zu Γ in Abhängigkeit von der Höhe h. Für die übrigen Linien gilt ähnliches. Strahlungs-Dämpfung wird für $h > 400$ km wichtig und domoniert ab $h > 500$ km. Die kernnahen Teile der H,K-Flügel entstehen bei $h > 400$ km. Diese Flügelteile werden durch Strahlungs-Dämpfung gebildet. Die Folgen bzgl. des Strahlungs-Transportes (kohärente Streuung) sind in § IV-1.3 diskutiert worden. Die Flügel der IR-Linien entstehen bei $h < 400$ km. Sie sind durch Stöße gedämpft und es darf daher mit vollständiger Inkohärenz gerechnet werden.

§ IV-2.3 : Ionisations-Temperaturen.

Die Ionisations-Temperaturen haben wir aus den beobachteten Intensitäts-Verläufen der wirksamen Strahlungsfelder abgeleitet. (siehe hierzu auch § I-3). In Tab. IV-2 sind für jedes Niveau der berücksichtigte Wellenlängen-Bereich, die gefundene Strahlungs-Temperatur T_b und die daraus folgende Ionisations-Temperatur $T_{ion}^{(i)}$ angegeben.
Für $\lambda < 1400$ Å haben wir die von Dupree u. Reeves (1971) mit dem Harvard-EUV-Spektrometer des OSO-IV-Satelliten gemessene Intensitäten zur Berechnung von T_b und T_{ion} verwendet. Die Spektren wurden in der Mitte der Sonnenscheibe bei einer räumlichen Auflösung von 1' und einer Wellenlängen-Auflösung von 3.2 Å registriert.

Die Strahlungsfelder, die von den 3D- und 4P-Niveaus aus ionisieren, werden wesentlich durch die Lyα -Linie des Wasserstoffes geprägt, die bei $\lambda = 1215.7$ Å liegt. Die in Tab. IV-2 angegebenen Ionisations-Temperaturen $T_{ion}^{(i)}$ wurden so bestimmt, daß gilt:

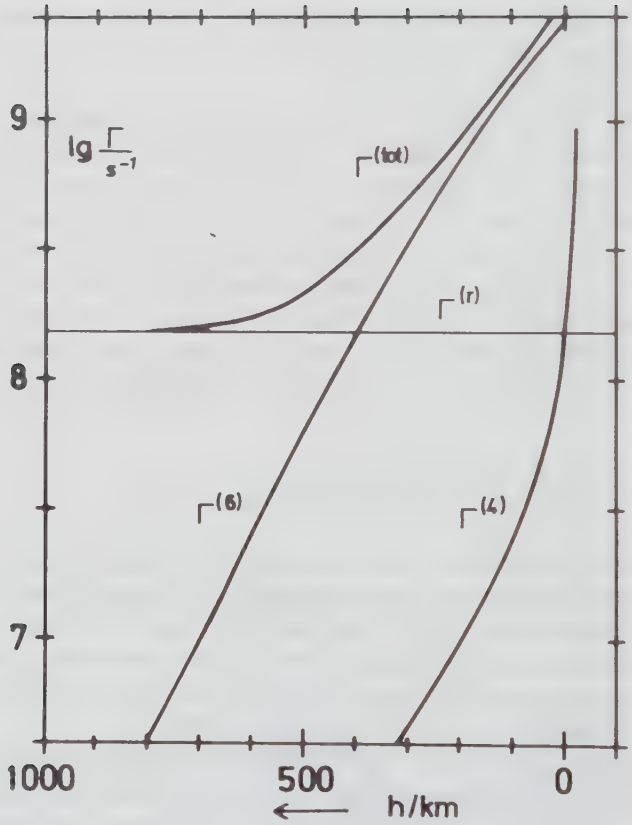


Fig. IV-2: Anteile der Dämpfungs-Mechanismen an der Gesamt-Dämpfung der Ca K -Linie. $\Gamma^{(tot)}$: Gesamt-Dämpfung, $\Gamma^{(r)}$: Strahlungs-Dämpfung, $\Gamma^{(4)}$: quadrat. Stark-Effekt, $\Gamma^{(6)}$: van der Waals-Dämpfung.

(IV-1) $$E = \int_{\nu_i}^{\infty} \alpha_\nu^{(i)} \cdot J_\nu \cdot \frac{d\nu}{h\nu} = \int_{\nu_i}^{\infty} \alpha_\nu^{(i)} \cdot B_\nu(T_{ion}^{(i)}) \cdot \frac{d\nu}{h\nu} \quad .$$

Ohne Berücksichtigung der Lyα -Linie ergibt sich $T_{ion}^{(2)} = 4850$ K. Es zeigt sich, daß bei den Übergängen 3D-C und 4P-C die Lyα -Linie zu mehr als 90 % zu E beiträgt, wenn man die beobachtete Linienintensität einsetzt. Für die Photoionisation des Ca II ist nicht die beobachtete, sondern die in der Schicht h vorhandene Intensität maßgebend. Solange in der Lyα -Linie detailliertes Strahlungs-Gleichgewicht herrscht, gilt für die über das Linien-Absorptionsprofil gemittelte Intensität $\overline{J}$:

(IV-2) $$\overline{J}(h) = S^{(Ly\alpha)}(h) \quad .$$

Für $S^{(Ly\alpha)}(h)$, der Quellfunktion von Lyα, setzten wir die Werte ein, die sich aus einer Strahlungs-Transport-Rechnung ergaben, bei der wir ein 3-Niveau-Atommodell für Wasserstoff benutzten und bei der für Lyα detailliertes Strahlungs-Gleichgewicht vorausgesetzt wurde. Den Anteil der Lyα -Linie an E (Gl. IV-1) schätzten wir ab gemäß

$$E_{Ly\alpha} \approx \alpha_{\nu_L}^{(i)} \cdot \overline{J(h)} \cdot 2\Delta\nu_D \cdot \frac{1}{h\nu_L} \quad ,$$

wobei ν_L die Frequenz der Lyα -Linie bedeutet. Für $\Delta\nu_D$ setzten wir den zur Mikro-Geschwindigkeit 11 km/s gehörenden Wert ein. Für den Übergang 3D-C ergibt sich: Bei $h \lessapprox 1200$ km überwiegt der Kontinuums-Anteil an E, entsprechend einem $T_{ion}^{(2)} = 4850$ km. Dieser Anteil ist für $h > 1200$ km konstant. Der Anteil von Lyα nimmt mit der Höhe zu und wird bei $h \approx 1950$ km gleich dem Kontinuums-Anteil. Für diese Höhe ergibt sich $T_{ion}^{(2)} = 5330$ K. Die beobachtete Lyα -Intensität wird nach dieser Rechnung bei $T_e \approx 10300$ K erreicht. Es ist jedoch nicht sicher, ob in diesen Höhen $S^{(Ly\alpha)}$ richtig berechnet wurde (Vernachlässigung von Abweichungen vom detaillierten Gleichgewicht). Weil in unseren Rechnungen mit einem höhenunabhängigen T_{ion} gerechnet wird, sobald $T_e = T_{ion}^{(i)}$ wird, setzten wir $T_{ion}^{(2)} = 5300$ K als Standardwert ein.

Für den Übergang 4P-C ergeben analoge Abschätzungen $T_{ion}^{(3)} \approx 4730$ K. Dupree u. Reeves '1971' geben als Genauigkeit für ihre Kalibration ± 20 % an. Die bei unserem Vorgehen zur Bestimmung von T_{ion}

gemachten Fehler sind sicherlich größer als die durch die Meßfehler hervorgerufenen. Es ist mit einer Unsicherheit der $T_{ion}^{(i)}$ -Werte von $\pm$ 300 K zu rechnen.

§ IV-2.4 : Stützstellen, numerisches Verhalten.

Die im Flußintegral auftretenden frequenzabhängigen Matrix-Elemente (siehe § I-2.2) wurden für 27 Werte von $y = \Delta\lambda/\Delta\lambda_D$ berechnet. 13 Stützstellen lagen im Intervall $0 \leq y \leq 3$, 6 Stützstellen in $3 < y \leq 16$, 8 Stützstellen in $16 < y \leq 1000$.

Die Quellfunktionen wurden für 39 Höhen-Stützstellen berechnet, die den Bereich 2200 km $\leq h \leq$ -70 km überdeckten.
Das Iterations-Verfahren wurde beendet, wenn für jede Linie und bei jedem Höhen-Stützpunkt der Wert der Quellfunktion gegenüber dem den vorangegangenen Iterations-Schritt sich um weniger als 2 % änderte.
Zur Konvergenz wurden mehr Iterations-Schritte benötigt als bei den Rechnungen zu Na I und Mg I. Je nach Güte der Ausgangs-Lösung wurden 8 bis 12 Schritte benötigt. Um ein "Schwingen" der Iteration zu vermeiden, mußte für die letzten drei bis vier Iterations-Schritte eine Dämpfung von 30 % eingeführt werden.

Tab. IV-1 : Solare Häufigkeit des Kalziums.

Autor	Quelle	$\varepsilon_{Ca} \cdot 10^6$
Urey (1972)	Chondriten (Typ I)	3.0
Cameron (1973)	"Sonnensystem"	3.2
Lambert u.Warner (1968)	Photosphäre, theoret. gf-Werte	2.1
Holweger (1972)	Photosphäre, experim. u. theoret. gf-Werte	2.3
Ross u. Aller (1976)	Diskussion aller publizierter Werte	2.2

Tab. IV-2 : Zur Bestimmung der Ionisations-Temperaturen.

Niveau	λ / Å	T_b / K	T_{ion} / K
4 S	1044.5 - 470	5910	5740
3 D	1218.7 - 470	5940	5770
4 P	1420.4 - 950	5085	4915

Tab. IV-3 : Standardwerte der Atomparamter für Ca II.

Ionisations-Frequenz vom Grundniveau aus: $2.87027 \cdot 10^{15}$ Hz

Zustands-Summe von Ca III: 1.0

Solare Häufigkeit N_{Ca}/N_H : $2.3 \cdot 10^{-6}$ (1)

i	Niveau	$\nu_{exc} / 10^{15}$ Hz	g_i	$\overline{Q_{ic}}/\pi a_o^2$ (T=5000K)	$\alpha_o^{(i)} / 10^{18}$ cm^2 (3)	n	$\overline{I}_{ion}^{(i)}$ / K
1	$4^2S_{1/2}$	0.000	2.0	0.13 (2)	0.2	0	5740
2	3^2D	0.410	10.	0.20 (2)	3.0	1	5300
3	$4^2P_{1/2}$	0.755	2.0	0.31 (2)	1.0	4	4730
4	$4^2P_{3/2}$	0.762	4.0	0.31 (2)	1.0	4	4730

i-j	Übergang	λ / Å	$A_{ji} / 10^6$ Hz (5)	$\overline{Q_{ij}}/\pi a_o^2$ (T=5000 K)	$W_4/\bar{\lambda} \cdot 10^6$	FVW (9)
1-2	4S-3D	—	0.	43. (7)	—	—
1-3	4S-$4P_{1/2}$	3968.5	140.	15. (6)	1. (8)	1.74
1-4	4S-$4P_{3/2}$	3933.7	142.	29. (6)	1. (8)	1.74
2-3	$3D_{3/2}$-$4P_{1/2}$	8662.1	7.86	8.3 (7)	5.7 (8)	1.74
2-4	$3D_{3/2}$-$4P_{3/2}$	8498.0	0.815	17.5 (7)	5.7 (8)	1.74
	$3D_{5/2}$-$4P_{3/2}$	8542.1	7.26	-	5.7 (8)	1.74
3-4	$4P_{1/2}$-$4P_{3/2}$	-	0.	150. (7)	-	-

Bemerkungen:

(1) Holweger (1972). Siehe auch Tab. IV-1. Unsicherheit: ± 30 %

(2) Allen (1973). "Universelle" Approximations-Formel. Shine u. Linsky (1974) benutzen 25 % kleinere Werte.

(3) Shine u. Linsky (1974), nach Rechnungen von Norcross. Rechnungen von Burges u. Seaton (1960) ergeben für 4S-C um 25 % kleinere Werte, für 4P-C um 50 % größeren Wert.

Tab. IV-3 Fortsetzung:

(4) Siehe § IV-2.

(5) Wiese et. a. (1969): Experim. Werte von Gallagher (1967). Vergleich mit anderen experim. und theoret. Werten: $\pm$ 10 % (H,K), $\pm$ 35 % (IR).

(6) Taylor u. Dunn (1973): Experim. Werte. Fehlergrenzen: $\pm$ 3 %.

(7) Saraph (1970). Rechnungen mit R-Matrizen von Burke und Moores. Bei H,K Übereinstimmung $\pm$ 7 % mit experim. Werten von Taylor u. Dunn (1973).

(8) Chapelle u. Sahal-Bréchot (1970). Übereinstimmung $\pm$ 50 % mit anderen Rechnungen und Messungen.
W_4 ist die Halbwerts-Breite des durch quadrat. Stark-Effekt verbreiterten Linien-Absorptionskoeffizienten für $N_e = 10^{12} cm^{-3}$.

(9) Korrektur-Faktor für van der Waals-Stoßverbreiterung. Durch Anpassen an Beobachtungen gewonnen.

§ IV-3 : Ergebnisse der Standard-Rechnung.

§ IV-3.1 Ionisations-Gleichgewicht.

Das Verhältnis Ca III/Ca II ist unterhalb der Übergangszone Chromosphäre - Korona kleiner als ≈ 0.15, für $h < 1000$ km sogar kleiner als 0.01. Es gilt daher in erster Näherung:

$$N_1 \approx N_{CaII} \approx N_{Ca} = \varepsilon_{Ca} \cdot N_H \ .$$

Daher hängen auch die optischen Tiefen-Skalen der Ca II -Linien nicht wesentlich vom Ionisations-Gleichgewicht ab. Das Ionisations-Gleichgewicht wird hauptäschlich durch Photoionisation vom 3D-Niveau und durch Photoekombination zum 3D-Niveau kontrolliert. Die entsprechenden Photoraten stellen jeweils einen 85%-Anteil für die Gesamtraten. Photoionisation aus dem Grundniveau und Rekombination zu den 4P-Niveaus sind die einzigen Prozesse, die für 2100 km > h > 1100 km merkliche Zusatzanteile liefern. Die Stoßprozesse spielen in diesen Schichten keine merkliche Rolle für das Ionisations-Gleichgewicht. Für $h < 900$ km ist die Abweichung des Ionisations-Gleichgewichts vom LTE < 10 %.

§ IV-3.2 : Anregungs-Gleichgewicht.

Das metastabile Niveau 3D ist durch Stoßprozesse an das Grundniveau 4S gekoppelt. Weil die Netto-Raten der konkurrierenden Strahlungsprozesse 3D-4P und 3D-C auch in der mittleren Chromosphäre klein sind gegenüber den Stoßraten zwischen 4S und 3D, gilt für $h < 1700$ km:

$$b_{4S} \approx b_{3D}$$

mit Abweichungen unter 5 %. Zwischen 1700 km < h < 1900 km ist das Niveau 3D gegenüber Niveau 4S um 5 % bis 30 % unterbesetzt. Wegen starker Unterbesetzung der 4P-Niveaus (relativ zum 3D-Niveau) treten in diesen hohen Schichten mehr Absorptions-Prozesse als Emissions-Prozesse in den Übergängen 3D-4P auf, was zu einer geringfügigen Entvölkerung des 3D-Niveaus führt.

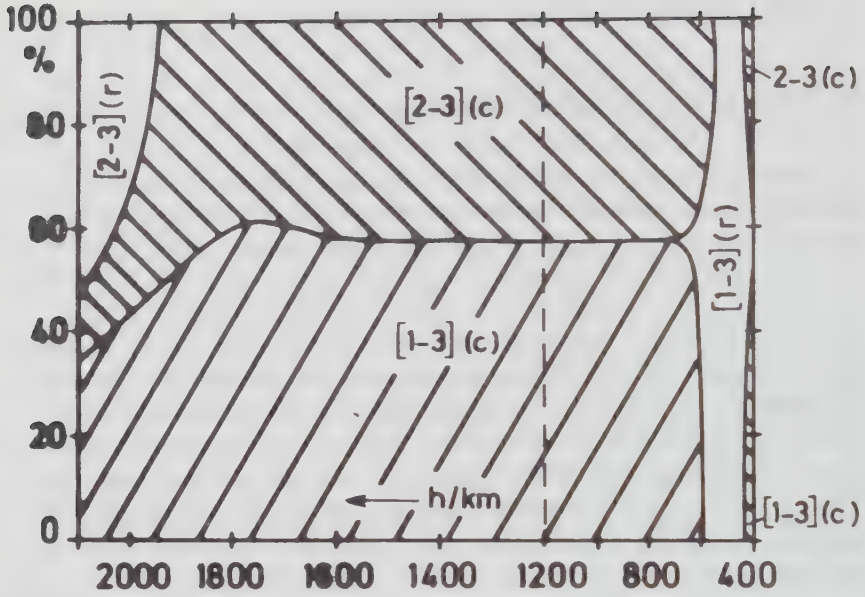


Fig. IV-3a

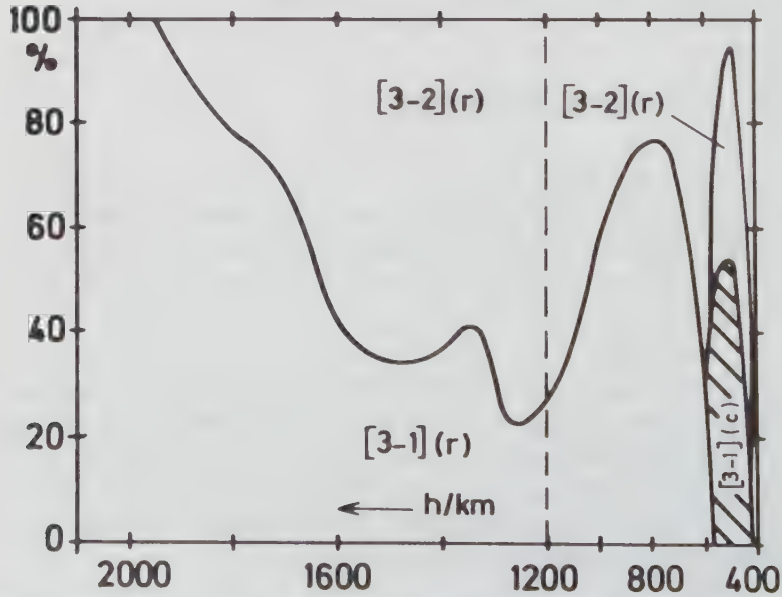


Fig. IV-3b

Kumulative Anteile der Prozesse, die Niveau 4P netto bevölkern (3a) bzw. entvölkern (3b). Die h-Skala ändert sich bei h = 1200 km.

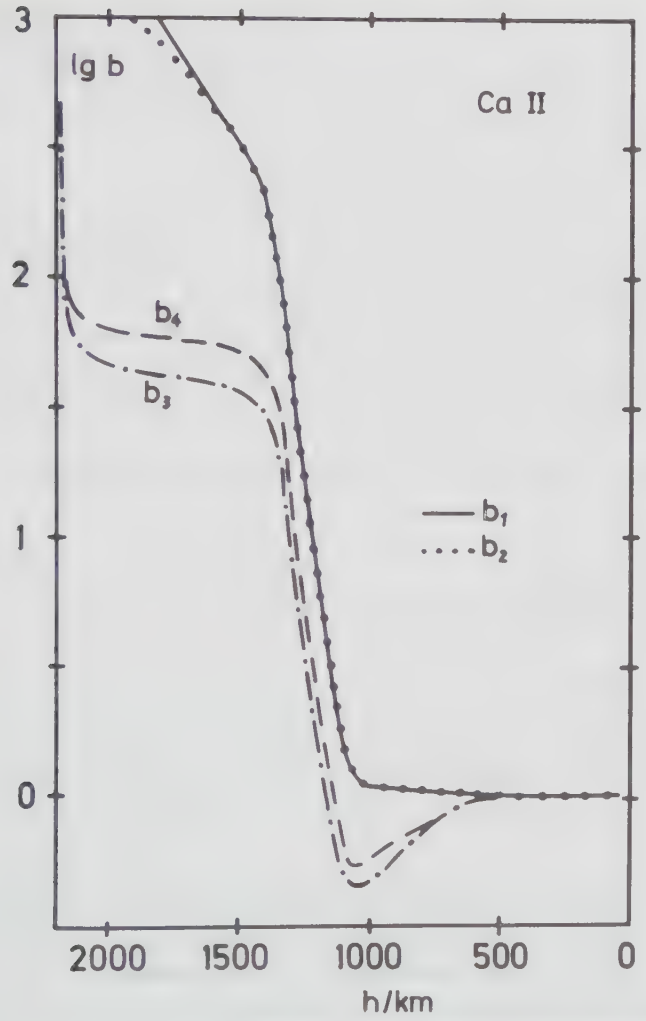


Fig. IV-4: Verlauf der Abweichungs-Koeffizienten mit der Höhe.

Die Besetzung der 4P-Niveaus ist durch Stoßanregung 4S-4P einerseits und durch Strahlungs-Verluste in den Übergängen H,K und IR andererseits festgelegt. Für h > 1900 km wirken die IR-Übergänge anregend. In Fig. IV-3 sind die Netto-Raten, die die 4P-Niveaus be- und entvölkern, kumulativ aufgetragen.

Die zwischen den beiden 4P-Niveaus erfolgenden Stößen sind zwar häufig genug, um eine starke Kopplung zwischen den beiden Feinstruktur-Niveaus zu gewährleisten, jedoch bewirken die beiden unterschiedlich starken Strahlungs-Übergänge H,K eine deutliche Abweichung von der Boltzmann-Verteilung bzgl. der relativen Besetzung der beiden 4P-Niveaus. Der gleiche Effekt tritt auch bei den oberen Niveaus der Na D -Linien auf. In § II-4.2 ist ausführlicher auf diesen Effekt eingegangen worden.
Fig. IV-4 zeigt den Verlauf der Abweichungs-Koeffizienten mit der Höhe.

§ IV-3.3 : Verhalten der Quellfunktionen.

Die Quellfunktionen von H,K und IR sind über ihre oberen Niveaus eng miteinander gekoppelt. Durch Absorption in H oder K angeregt, können die 4P-Niveaus durch spontane Emission in den IR-Linien ihre Energie abgeben. Da die IR-Linien schon in tieferen Schichten optisch dünn werden als die H,K-Linien, können auf diese Weise H,K-Photonen entweichen, wodurch die Quellfunktionen der H,K-Linien erniedrigt und die der IR-Linien erhöht werden (im Vergleich zu einem fiktiven Fall ohne Kopplung zwischen den Übergängen). Diese Überlegungen werden bestätigt, wenn man die Quell- und Senkterme der Quellfunktionen analysiert. Um die durch Kopplung zwischen H und K erzeugten scheinbaren Quellen und Senken auszuschalten, haben wir eine Rechnung mit einem 3-Niveau-Modell für das Ca II-Atom durchgeführt, bei dem die beiden 4P-Niveaus zu einem Niveau zusammengezogen wurden. Für die Übergänge 4S-4P und 3D-4P wurden die Daten der K- bzw. IR_2-Linie eingesetzt.
Es zeigte sich, daß für die indirekten Quellen und Senken ($\eta \cdot B^*$)$_{ul}$ und η_{ul} (siehe § I-4.4) in guter Näherung gilt:

Übergang 4S-4P ("1-3") :

$$(\eta B^*)_{31} \approx \left(\frac{2h\nu_{31}^3}{c^2} \cdot \frac{g_1}{g_3} \cdot \frac{1}{A_{31}} \cdot \frac{g}{g_1} \cdot \beta_{21}\right) \cdot \frac{R_{23}}{1 + R_{23}/R_{21}}$$

$$\eta_{31} \approx \frac{1}{A_{31}} \cdot \frac{R_{32}}{1 + R_{23}/R_{21}} \quad ;$$

Übergang 3D-4P ("2-3") :

$$(\eta B^*)_{32} \approx \left(\frac{2h\nu_{21}^3}{c^2} \cdot \frac{g_2}{g_3} \cdot \frac{1}{A_{32}} \cdot \frac{g_1}{g_2} \cdot \frac{1}{\beta_{21}}\right) \cdot \frac{R_{13}}{1 + R_{13}/R_{12}}$$

$$\eta_{32} \approx \frac{1}{A_{32}} \cdot \frac{R_{31}}{1 + R_{13}/R_{12}} \quad .$$

Wie man sieht, stellen die beiden Übergänge sich wechselseitig als Quellen und Senken dar.

In Tab. IV-4 werden für einige Atmosphären-Schichten die direkten Quellen und Senken mit den indirekten verglichen. Bei der H,K-Linie ist die direkte Quelle C_{13}/A_{31} (Stoßanregung) stets größer als die indirekte Quelle $(\eta \cdot B^*)_{31}$. Die direkte Senke C_{31}/A_{31} ist dagegen kleiner als die indirekte Senke η_{31}. Man beachte, daß für $h > 1800$ km η_{31} negativ ist. Ursache hierfür ist der in § IV-3.2 erwähnte "Pump-Effekt" in der IR-Linie, der auch für die relative Unterbesetzung des 3D-Niveaus verantwortlich ist. Bei der IR-Linie ist die indirekte Quelle etwas größer als die direkte. Für $h \gtrsim 1000$ km ist die direkte Senke wesentlich kleiner als die indirekte.

Die Existenz der starken indirekten Senke in der H,K-Linie macht es erforderlich, bei der Berechnung dieser Quellfunktion den IR-Übergang zu berücksichtigen. Hierauf wies bereits Dumont (1967a) hin. Die starke indirekte Quelle und Senke in der IR-Linien-Quellfunktion bewirkt die Kopplung dieser Quellfunktion an die von H,K, d. h. $(S/B)_{IR} \approx (S/B)_{H,K}$. Wegen der starken direkten Quellen in den beiden Übergängen, die durch Stoßanregung erzeugt werden, ist das System H,K,IR stoßkontrolliert.

Außer durch die Quellen und Senken wird das Verhalten der Quellfunktionen durch die Entweich- und Thermalisierungs-Wahrscheinlichkeiten P_{esc}, P_{des} bestimmt. In Fig. IV-5 ist das Verhältnis P_{esc}/P_{des} als Funktion der Höhe für die Linien H und IR_2 dargestellt. Obwohl H wesentlich stärker ist als IR_2, ist P_{esc}/P_{des}

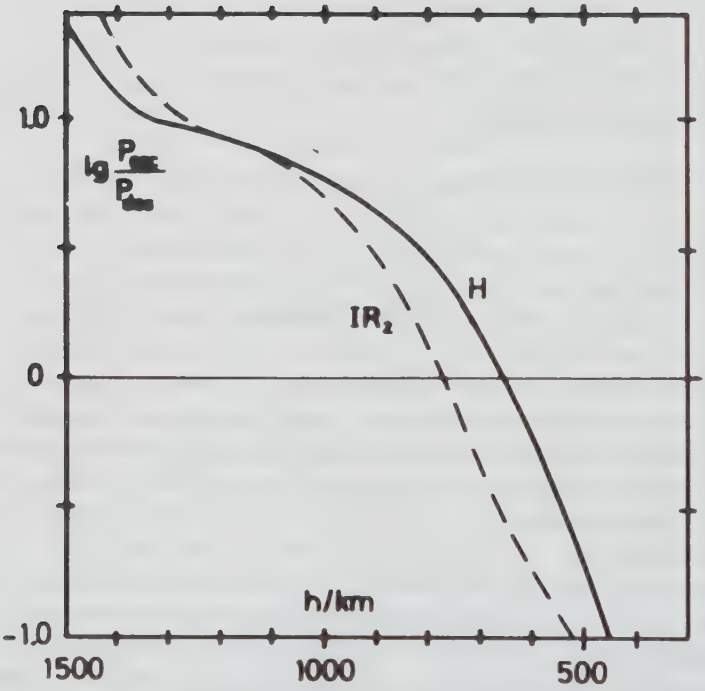


Fig. IV-5: Entweich- und Zerstörungs-Wahrscheinlichkeit.

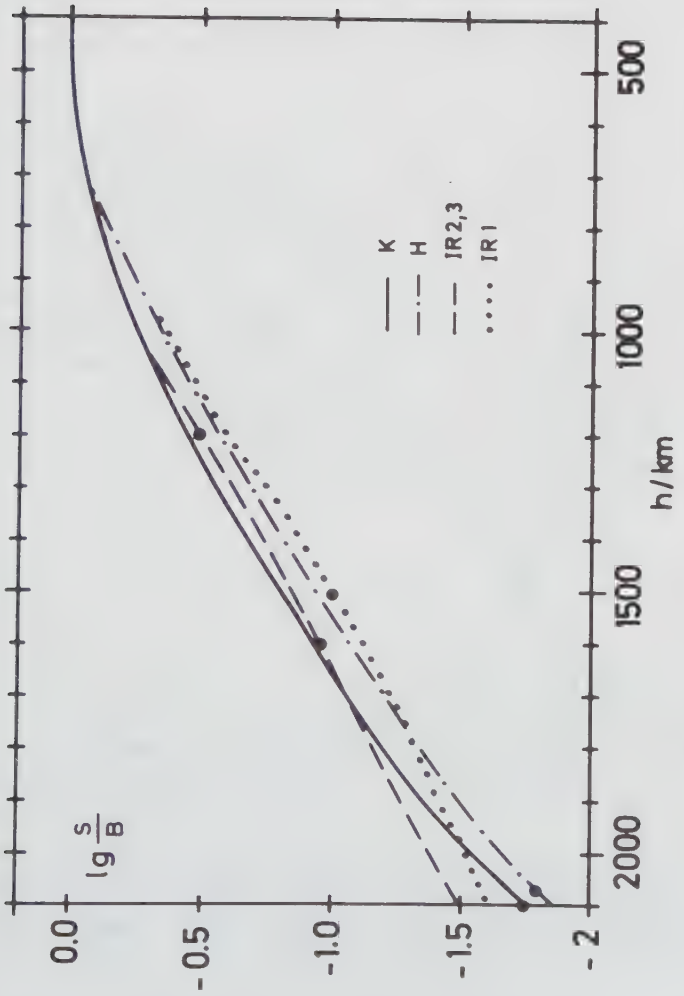


Fig. IV-6: Verlauf der Quellfunktionen. Die dicken Punkte markieren $\tau_0 = 1$.

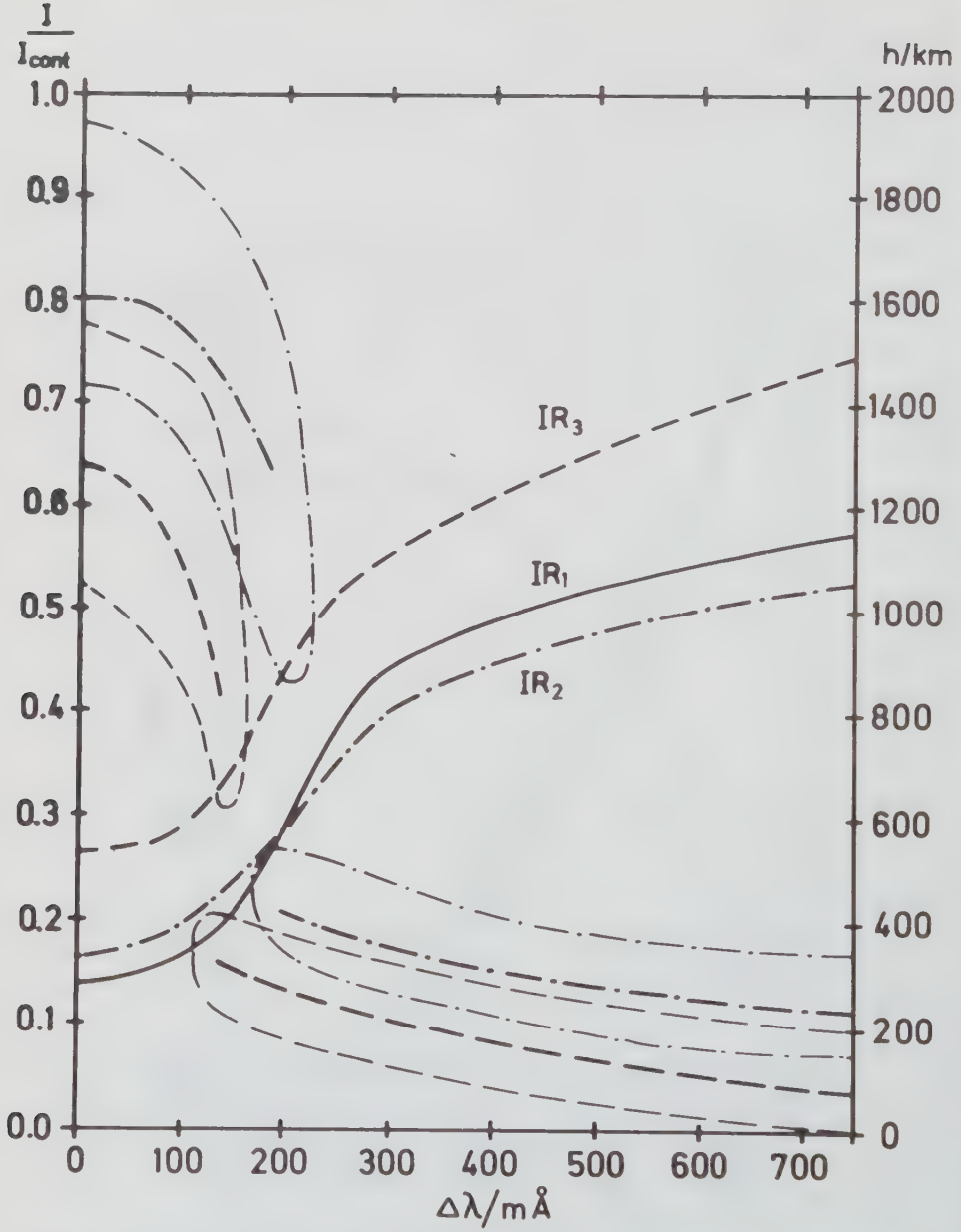


Fig. IV-7: Linienprofile und Entstehungs-Bereiche des IR-Tripletts. Bei den Entstehungs-Bereichen geben die dick gezeichneten Kurven die Maxima der Beitrags-Kurven an, die dünner gezeichneten Kurven stellen die "Grenzen" des Beitrags-Gebietes an (nur IR_2, IR_3).

für $h < 1000$ km bei H größer, weil das Verhältnis $\varepsilon_{ij} = C_{ji}/A_{ji}$ bei H um Faktor ≈ 25 größer ist gegenüber IR_2.
Aus dem Verlauf (P_{esc}/P_{des}) (h) ist zu schließen, daß das System H, K, IR bei $h \approx 500$ km vom LTE abkoppelt ($S \neq B$), aber noch bis $h \approx$ 1300 km teilweise auf die Temperatur-Schichtung reagieren wird.
In Fig. IV-6 sind die Quellfunktionen für die vier gerechneten Übergänge dargestellt. Die Quellfunktionen koppeln gemeinsam bei $h \approx 600$ km von der Planckfunktion ab. Bei $h \approx 1700$ km koppeln die IR-Linien von den H,K-Linien ab.

Tab. IV-4 : Quellen und Senken im 3-Niveau-Ca II-Modell.

h/km	$\frac{C_{13}}{A_{31}}$	$(\eta B^*)_{31}$	$\frac{C_{31}}{A_{31}}$	η_{31}	$\frac{C_{23}}{A_{32}}$	$(\eta B^*)_{32}$	$\frac{C_{32}}{A_{32}}$	η_{32}
2110	1.07- 8 *	6.35- 9	1.76-4	-1.71-2	1.58-7	1.90-7	1.89-3	5.27-1
1800	1.33- 8	8.09- 9	2.88-4	1.88-3	2.29-7	2.79-7	3.16-3	1.02-1
1600	1.50- 8	9.26- 9	3.84-4	3.54-3	2.84-7	3.49-7	4.27-3	4.34-2
1350	1.21- 8	7.67- 9	4.44-4	2.11-3	2.81-7	3.50-7	5.06-3	2.88-2
1050	6.42-10	4.45-10	1.12-4	2.13-4	3.57-8	4.60-8	1.37-3	3.99-3
750	2.60-10	1.88-10	1.51-4	1.36-4	2.82-8	3.67-8	1.93-3	3.14-3
500	1.15- 9	8.35-10	1.00-3	7.30-4	1.56-7	2.03-7	1.29-2	1.61-2
350	1.11- 8	7.88- 9	4.00-3	2.86-3	9.25-7	1.20-6	5.05-2	6.57-2

* Lies $1.07 \cdot 10^{-8}$

§ IV-3.4 : Linienprofile und Entstehungshöhen.

Fig. IV-7 zeigt die IR-Linien, wie sie sich aus der Standardrechnung für $\cos\vartheta = 1$ ergeben. Dazu sind die Entstehungsbereiche eingezeichnet. Bei den "Grenzen" der Entstehungsbereiche ist die Beitragsfunktion auf 1/3 ihres Maximalwerts abgesunken. IR_1 und IR_2 haben annähernd ein gemeinsames Entstehungsgebiet, IR_3 entsteht deutlich tiefer, die Entstehungsgebiete überlappen sich aber.
Um h = 550 km existiert ein $\approx$150 km breites Gebiet, das zu den Linienprofilen nicht beiträgt. Hier liegt das Temperatur-Minimum. Das Verhältnis N_2/N_H hat dort ebenfalls ein Minimum. Hinzu kommt der in § II-3.4 diskutierte Effekt, der durch das kleiner werden

von $\Delta\lambda_D$ hervorgerufen wird. Beide Effekte zusammen bewirken, daß die fragliche Schicht bei $\Delta\lambda \approx 200$ mÅ optisch dünn ist. Die IR-Profile können daher über die Temperatur-Schichtung im Minimumgebiet nichts aussagen.

§ IV-3.5 : Einfluß der unsicheren Parameter.

a) Stoßquerschnitte:

Obwohl die benutzten Werte für die Anregungs-Stoßquerschnitte recht zuverlässig zu sein scheinen, haben wir eine Testrechnung mit einem anderen Satz von Werten für Q_{ij} durchgeführt (Rechnung "1"). Tab. IV-5 zeigt, welche Änderungen sich gegenüber einer Rechnung mit den Standardwerten (Rechnung "2") ergeben. Zu beachten ist, daß bei der Testrechnung das Verhältnis Q_{24}/Q_{23} = 3.8 statt ≈2 ist. Ein Ziel dieser Rechnung war es, zu untersuchen, wie stark das unterschiedliche Verhalten der Quellfunktionen H, IR_1 gegenüber K, $IR_{2,3}$ von dem Verhältnis Q_{24}/Q_{23} abhängt. Durch die generelle Erhöhung der Stoßquerschnitte sind die Quellfunktionen im Fall "1" stärker an die Planckfunktion gekoppelt. Die Kopplung zwischen System K, $IR_{2,3}$ und H, IR_1 ist nicht stark genug, daß sich die Wirkung einer Erhöhung von Q_{ij} in dem einen System sich auch im anderen System voll bemerkbar macht. Daher erhöht sich in unserem Rechenbeispiel die Zentralintensität I_o von IR_1 nur um ≈20 %, während von $IR_{2,3}$ sie sich um ≈40 % erhöht. Das Verhältnis von I_o zwischen IR_2 und IR_3, das in unserer späteren Diskussion wichtig sein wird, ändert sich nur um 6 %. Die im Beispiel behandelte Variation der Q_{ij}-Werte ist wahrscheinlich wesentlich größer als die zu erwartenden Fehler in den Standardwerten (± 5 % bei H,K; ± 15 % bei IR).

b) Ionisations-Temperaturen:

Die Ionisations-Temperaturen für 3D-C und 4P-C werden durch die Lyα -Linie beeinflußt (siehe § IV-2.3), ein Effekt, der sich nur unsicher abschätzen ließ. Wir haben daher einige Testrechnungen mit verschiedenen Werten für $T_{ion}^{(i)}$ durchgeführt.

Tab. IV-5: Einfluß der Stoßquerschnitte auf die Ergebnisse.
Angegeben ist zu jeder Größe des Verhältnisses Rechnung 1 zu Rechnung 2.

Benutzte Stoßquerschnitte (effektive Werte für T=5000 K.)

Übergang	1-2	1-3	1-4	2-3	2-4
$Q_{ij}(1)/Q_{ij}(2)$	0.83	1.44	1.43	1.32	2.40

h/km	N_2	$S(IR_1)$	$S(IR_2)$	$\Delta\lambda$/mÅ	$I_0(\mu = 1.0)$ IR1	IR2	IR3
2100	0.923	1.21	1.37	0	1.22	1.45	1.36
1600	0.968	1.20	1.43	108	1.19	1.42	1.24
1300	0.997	1.19	1.42	162	1.13	1.32	1.11
1000	0.994	1.16	1.28	216	1.06	1.16	1.03
700	1.000	1.03	1.05	432	1.01	1.01	1.01
560	1.000	0.99	0.99				

Eine Erniedrigung von $T_{ion}^{(1)}$ um 940 K und von $T_{ion}^{(3,4)}$ um 330 K bei gleichbleibendem $T_{ion}^{(2)}$ ergab keine merkliche Änderungen in den Linienprofilen, weil die entsprechenden Niveaus das Ionisations-Gleichgewicht nicht wesentlich beeinflussen. Tab. IV-6 zeigt die Änderungen, die sich ergeben, wenn $T_{ion}^{(2)}$ um 600 K erniedrigt bzw. um 470 K erhöht wird. Beim ersten Fall wird der Einfluß von Lyα vernachlässigt, im zweiten Fall ist die beobachtete Lyα -Intensität bei der Berechnung von $T_{ion}^{(2)}$ eingesetzt worden.

$T_{ion}^{(2)}$ kontrolliert das Ionisations-Gleichgewicht. Eine Erniedrigung gegenüber dem Standardwert wirkt sich nicht wesentlich auf die Ergebnisse aus, weil bei $T_{ion}^{(2)} \lesssim 5300$ K $\approx$90 % der Ca-Atome als Ca II vorliegen, so daß die Zahl der Ca II -Atome nicht mehr wesentlich erhöht werden kann. Dagegen bewirkt eine Erhöhung von $T_{ion}^{(2)}$ eine deutlich verstärkte Ionisation des Ca II (N_{CaIII}/N_{CaII} 0.4 bei unserem Beispiel), was die τ-Skalen der Linien entsprechend beeinflußt. Wegen $dS/d\tau_0 > 0$ müßte die erhöhte Ionisation zu einer Erhöhung der Zentralintensitäten führen. Da aber die Quellfunktionen nunmehr in tieferen, kühleren Schichten abkoppeln, erniedrigt sich S(h) bei festem h. So kommt es insgesamt zu einer Erniedrigung der Zentralintensitäten bei Erhöhung der Ionisation. Die Verhältnisse der Zentralintensitäten ändern sich nur wenig bei einer Erhöhung von $T_{ion}^{(2)}$ um 470 k.

Tab. IV-6: Einfluß von $T_{ion}^{(2)}$ auf die Ergebnisse.
Angegeben sind zu jeder Größe die prozentualen Differenzen bzgl. dem Fall $T_{ion}^{(2)}$ = 5300 K (Standardwert).

a) $T_{ion}^{(2)}$ = 4700 K

h/km	R_{2c}	N_2	$\tau_o^{(24)}$	$S^{(IR2)}$
1900	-93.	11.	12.	4.4
1700	-93.	8.3	10.	4.7
1425	-94.	5.0	7.0	4.1
1200	-95.	7.9	6.5	3.4
750	0.0	0.0	1.7	0.6

$\frac{\Delta\lambda}{mÅ}$	I_o (μ=1.0) IR_1	IR_2	IR_3
0.	2.4	1.2	2.6
54.	2.0	1.7	2.2
108.	1.7	1.5	1.7
189.	0.4	1.5	0.2
324.	0.0	-0.2	0.0

b) $T_{ion}^{(2)}$ = 5770 K

h/km	R_{2c}	N_2	$\tau_o^{(24)}$	$S^{(IR_2)}$
1900	560.	-34.	-40.	-18.
1700	560.	-31.	-37.	-20.
1450	565.	-32.	-29.	-19.
1200	560.	-32.	-28.	-16.
750	0.	0.	- 3.0	- 2.6

$\frac{\Delta\lambda}{mÅ}$	I_o (μ=1.0) IR_1	IR_2	IR_3
0.	-9.2	-7.2	-10.
54.	-8.8	-7.6	-9.8
108.	-8.7	-7.7	-6.6
189.	-2.5	-3.4	-0.7
324.	+0.2	+0.2	+0.2

§ IV-4 : Das Verhalten des Infrarot-Tripletts bzgl. Variation der Modell-Atmosphären.

§ IV-4.1 : Einfluß der nicht-thermischen Geschwindigkeitsfelder.

Den Einfluß der Makro-Turbulenz auf die Linienprofile zeigt Fig. IV-8. Bis auf V_{mac} = 1.0 km/s sind die sich ergebenden Profil-Änderungen klein gegenüber den Änderungen, die z. B. Variationen der Temperatur-Schichtung hervorrufen (§ IV-4.2). Man beachte, daß sich die Intensität bei $\Delta\lambda \approx 210$ mÅ ($IR_{1,2}$) bzw. $\Delta\lambda \approx 185$ mÅ (IR_3) nicht ändert.
Die Mikro-Turbulenz beeinflußt die Form der Linienkerne in der üblichen Weise über die τ_λ-Skalen. Es treten aber noch zusätzliche Effekte auf, die durch den Einfluß von ξ auf die Quellfunktionen und auf die Druck-Schichtung (Turbulenz-Druck) zustande kommen. Der zuletzt genannte Effekt wird weiter unten diskutiert.

Der Verlauf der Dopplerbreite mit der Höhe im Entstehungsgebiet der Linienkerne beeinflußt die Entweich-Rate von Photonen und damit den Streu-Term in der Quellfunktion. Ein mit der Höhe anwachsender Gradient in $\Delta\lambda_D$ wirkt dem frühzeitigen Entweichen von Photonen entgegen. Bei einem höhenunabhängigen $\Delta\lambda_D$ nimmt die Entweich-Wahrscheinlichkeit mit $\Delta\lambda_D$ zu. Sei $\Delta\lambda_1$ die Wellenlänge, bei der $\tau_{\Delta\lambda_1} = 1$ ist. Dann nimmt zwar $\Delta\lambda_1$ mit $\Delta\lambda_D$ zu, aber $y_1 = \Delta\lambda_1/\Delta\lambda_D$ nimmt ab, weil $\Delta\lambda_1$ langsamer als proportional zu $\Delta\lambda_D$ wächst. Andererseits ist die Entweich-Wahrscheinlichkeit $P_{esc} \backsim \frac{1}{y_1} e^{-y_1^2}$ und ist daher um so kleiner, je kleiner y_1 ist.

Die beiden eben diskutierten Effekte sind in den Beispielen von Fig. IV-9 deutlich zu sehen. Bei diesen Rechnungen wurde nur $\xi(h)$ verändert. Bei X18C, X18B ist die Kopplung zwischen der Quellfunktion und der Planckfunktion um $h \approx 800$ km wegen des ξ-Gradienten etwas stärker als bei X24, X22B. Andererseits ist S(h) um so größer, je kleiner $\Delta\lambda_D$ bei $h \gtrapprox 1300$ km ist.

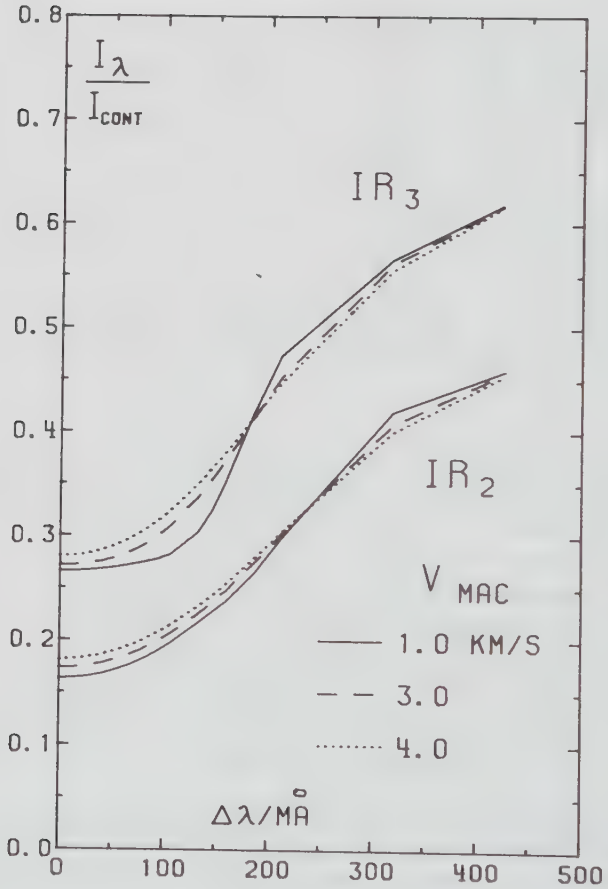


Fig. IV-8: Einfluß der Makroturbulenz auf die Profile von Ca II IR_2, IR_3 .

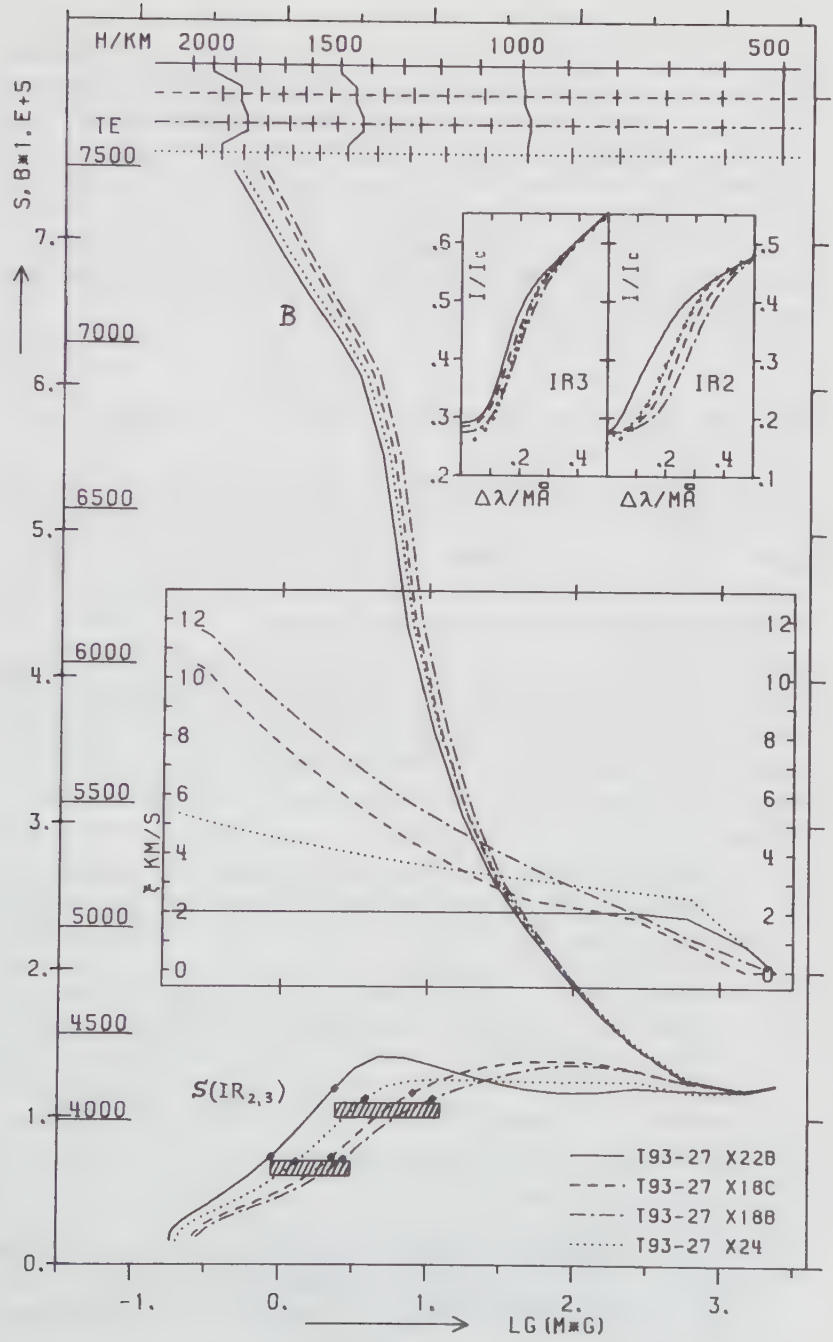


Fig. IV-9: Einfluß der Mikroturbulenz auf die Quellfunktion $S(IR_2)$ und auf die Profile von IR_2, IR_3.

Man beachte, daß $S(\tau_o)$ sich nicht wesentlich ändert. Das hat zur Folge, daß die Zentral-Intensitäten nicht stark von $\}(h)$ abhängen, solange $\}$ nicht die Druck-Schichtung verändert. Weil die Quellfunktionen bei $h > 1200$ km mit wachsendem $\}$ abnehmen, ändern sich die Breiten der Linienflanken von IR_1, IR_2 stärker mit $\}$ als es der Fall wäre, wenn die Quellfunktionen nicht von $\}$ abhängen würden. Bei IR_3 wirkt das Verhalten der Quellfunktion eher dem Verbreiterungs-Effekt entgegen.

§ IV-4.2 : Einfluß der Temperatur- und Druck-Schichtung.

Die Linien-Flügel der IR-Linien entstehen unterhalb h = 450 km. Rechnungen mit einigen in § III-4.2 diskutierten photosphärischen Temperatur-Schichtungen ergaben fast identische Flügel. Die Flügel der IR-Linien sind daher keine guten Indikatoren für den photosphärischen Temperatur-Verlauf.

Dagegen reagieren die Linien-Kerne, die bei $h \gtrsim 750$ km entstehen, deutlich auf den Verlauf der chromosphärischen Temperatur. Wir haben die IR-Linien für eine größere Anzahl von chromosphärischen Temperatur-Modellen berechnet. Dabei ergaben sich folgende Regeln zum Verhalten der IR-Quellfunktionen (wobei nach Voraussetzung $S^{(IR3)} = S^{(IR2)}$):

(1) Die Quellfunktionen beginnen ≈100 km bis 150 km oberhalb des Temperatur-Minimums deutlich von der Planckfunktion abzuweichen. Es gilt $S^{(IR)}(h) < B(h)$.

(2) Die Quellfunktion $S^{(IR1)}$ koppelt von $S^{(IR2)}$ etwas oberhalb der Höhe ab, bei der die gemeinsame Abkopplung von der Planckfunktion stattfindet. Es gilt $S^{(IR1)}(h) < S^{(IR2)}(h)$. Für $h \gtrsim 1400$ km laufen $S^{(IR1)}$ und $S^{(IR2)}$ annähernd parallel zueinander, die Differenz $S^{(IR2)}(h) - S^{(IR1)}(h)$ hängt für $h \gtrsim 1400$ km nur unwesentlich von der chromosphärischen Temperatur-Schichtung ab.

(3) Die Quellfunktionen steigen oberhalb des Temperatur-Minimums mit der Höhe an, wenn der chromosphärische Temperatur-Anstieg steil genug einsetzt. Der Anstieg ist um so steiler,

je steiler die Planck-Funktion zwischen h ≈ 600 km und h ≈ 1200 km ansteigt. Nach Durchlaufen eines Maximums fallen die Quellfunktionen monoton mit der Höhe ab. Die Lage und die Höhe des Maximums hängen vom Temperatur-Verlauf zwischen 700 km ≲ h ≲ 1300 km ab.

(4) Der Abfall von S nach Erreichen des Maximums hängt bis h ≈ 1400 km noch etwas von der Temperatur-Schichtung zwischen 1000 km ≲ h ≲ 1400 km ab. Ab h ≳ 1500 km hat die Temperatur keinen Einfluß mehr auf den Verlauf von S(h).

(5) Für h ≳ 1400 km verlaufen die zu verschiedenen Temperatur-Schichtungen gehörenden Quellfunktionen fast parallel zueinander. S(h = 1600 km) ist korreliert mit dem Verlauf von S(h) für h ≲ 1300 km. Diese Korrelation ist nicht eindeutig. Verläufe von S(h), die sich bei h ≲ 1300 km unterscheiden, können u. U. identisch werden bei h ≳ 1600 km.

(6) Die τ_o-Skalen hängen nicht sehr stark von der Temperatur-Schichtung ab. τ_o = 1 wird bei den folgenden Höhen erreicht: IR_1: 1550 km, IR_2: 1620 km, IR_3: 1350 km. Diese Höhen variieren je nach Temperatur-Modell um ± 50 km. Die Werte der Quellfunktionen bei den genannten Höhen sind daher eng mit den Zentralintensitäten der IR-Linien korreliert.

In Fig. IV-10 werden diese Regeln mit Beispielen belegt. In allen Abbildungen sind zum Vergleich die Ergebnisse für die Temperatur-Schichtung T93-25 eingezeichnet. Für die nicht-thermischen Geschwindigkeits-Felder wurden bei allen in Fig. IV-10 gezeigten Beispielen eingesetzt: V_{mac} = 2 km/s, Mikroturbulenz-Modell: X24. Abszisse in Fig. IV-10 ist p = lg(P), wobei P der Gesamt-Druck (einschließlich Turbulenz-Druck) ist. P ist mit der oft als Höhen-Variable benutzten Masse M in einer Säule mit 1 cm^2 Grundfläche verknüpft über

$$P = G \cdot M = 2.74 \cdot 10^4 \cdot M \; ; \; p = \lg(M) + 4.438.$$

Die dicken Punkte auf den Quellfunktionen markieren die Entstehungshöhen der Linienzentren ($S=I_o^{(calc)}$). Gute Übereinstimmung mit beobachteten Zentralintensitäten wird erreicht, wenn die Marken nahe den schraffierten Flächen liegen. Bei den Linienprofilen sind die stark gepunkteten Profile Messungen von Shine u. Linsky (1972), wobei die Symmetriezentren der Kerne auf die Soll-Wellenlängen der Linien geschoben wurden.

Fig. IV-10a zeigt ein typisches Beispiel für das Verhalten der Quellfunktionen untereinander und relativ zur Planckfunktion.

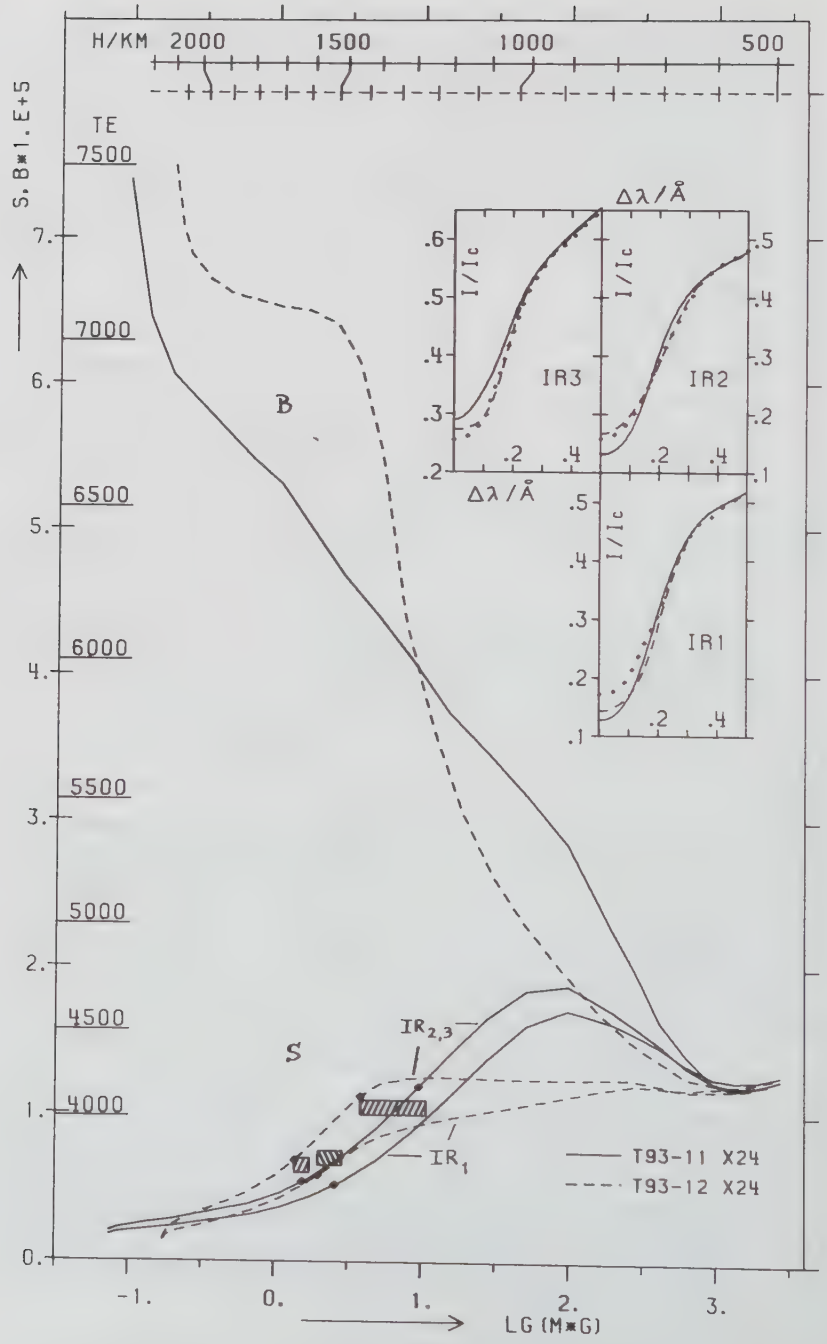


Fig. IV-10a Beschreibung siehe Text.

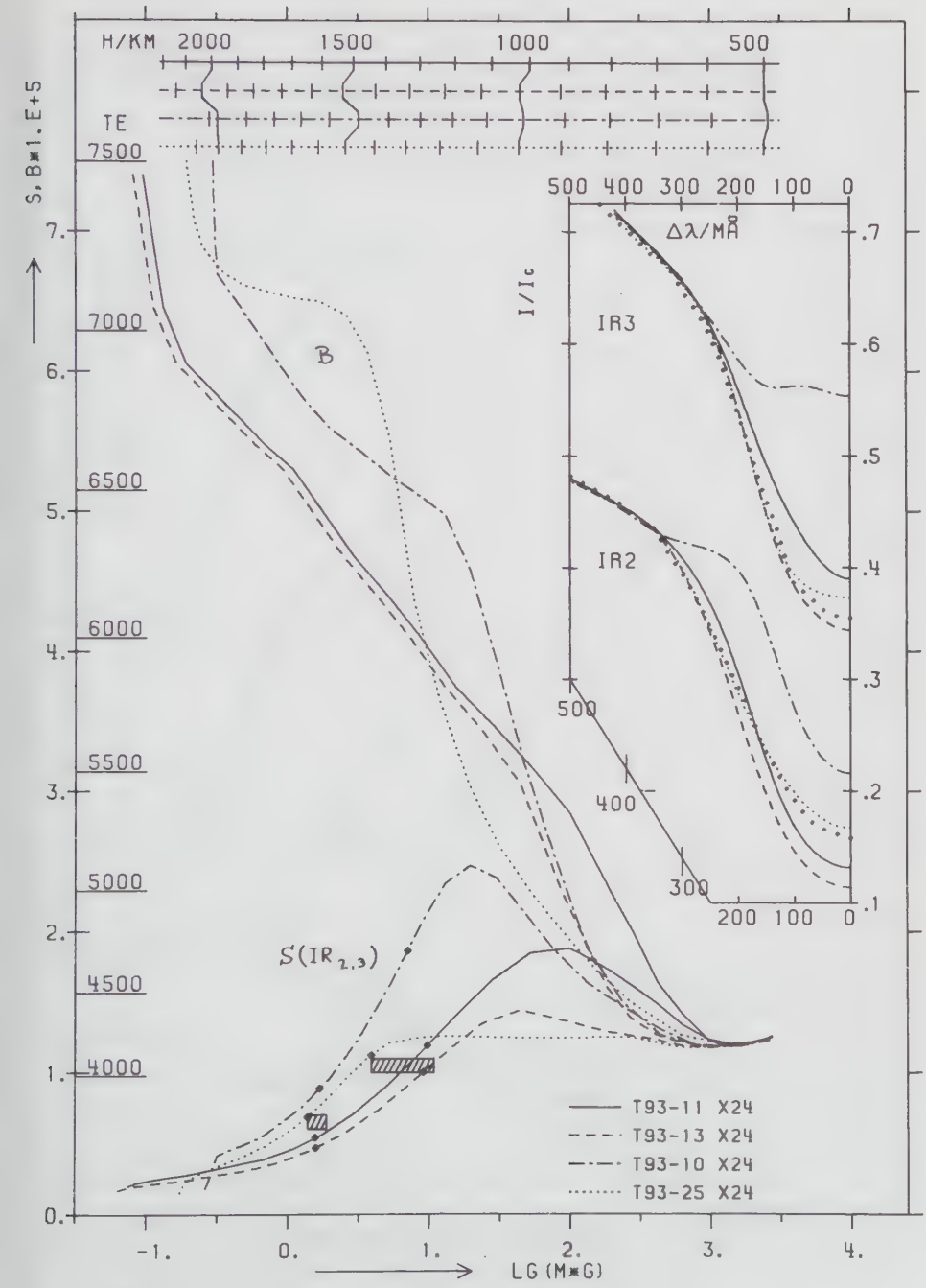

H/KM 2000 1500 1000 500
TE
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
S, B*1. E+5
7.
6.
5.
4.
3.
2.
1.
0.
B
S(IR2,3)
500 400 300 200 100 0
Δλ/MÅ
I/Ic
IR3
IR2
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
500
400
300
200 100 0
T93-11 X24
T93-13 X24
T93-10 X24
T93-25 X24
-1. 0. 1. 2. 3. 4.
LG (M*G)

Fig. IV-10b

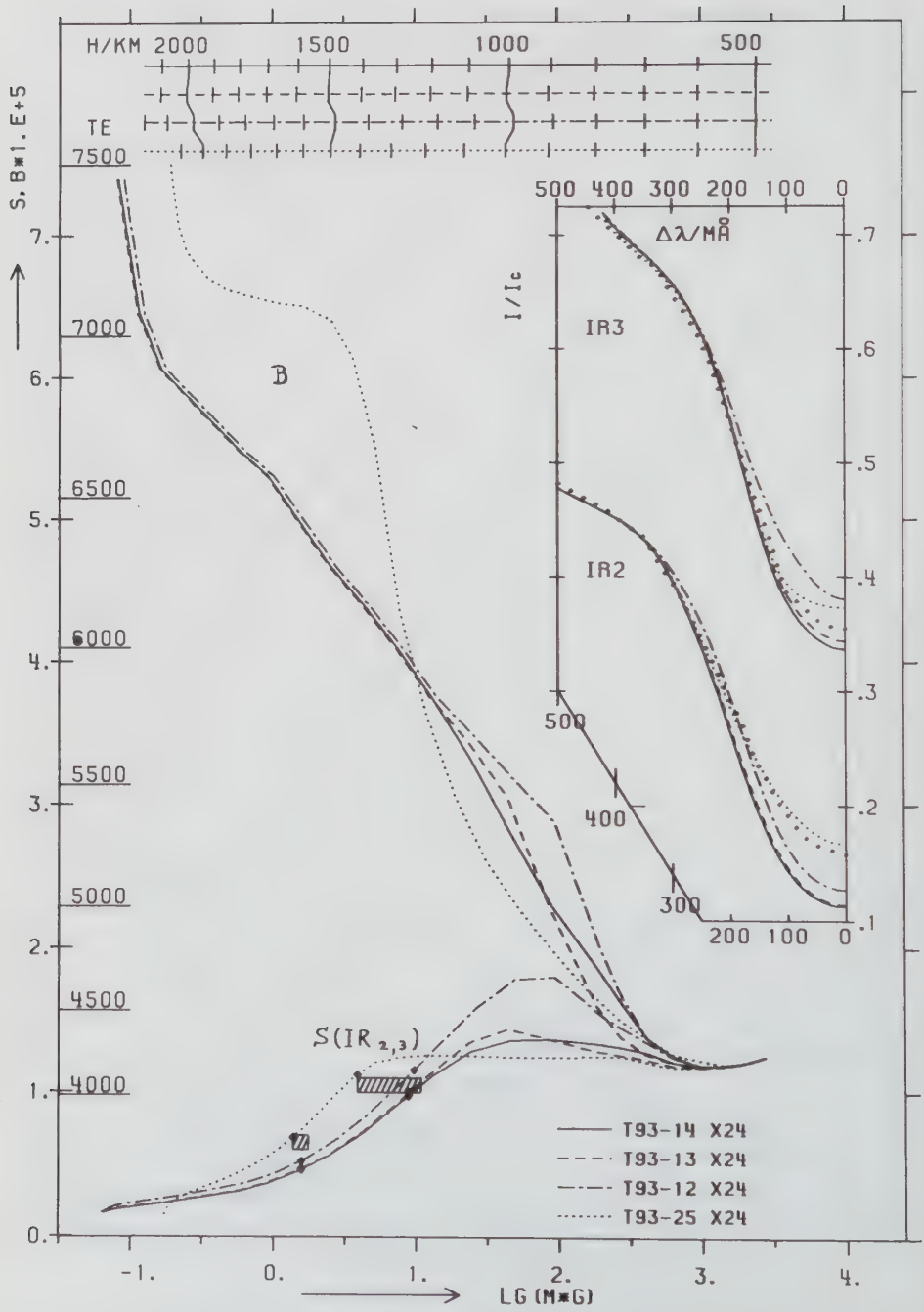

H/KM 2000
1500
1000
500
TE
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
S.B*1.E+5
7.
6.
5.
4.
3.
2.
1.
0.
B
500 400 300 200 100 0
Δλ/MÅ
I/Ic
IR3
IR2
500
400
300
200 100 0
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
S(IR2,3)
T93-14 X24
T93-13 X24
T93-12 X24
T93-25 X24
-1.
0.
1.
2.
3.
4.
LG(M*G)

Fig. IV-10c

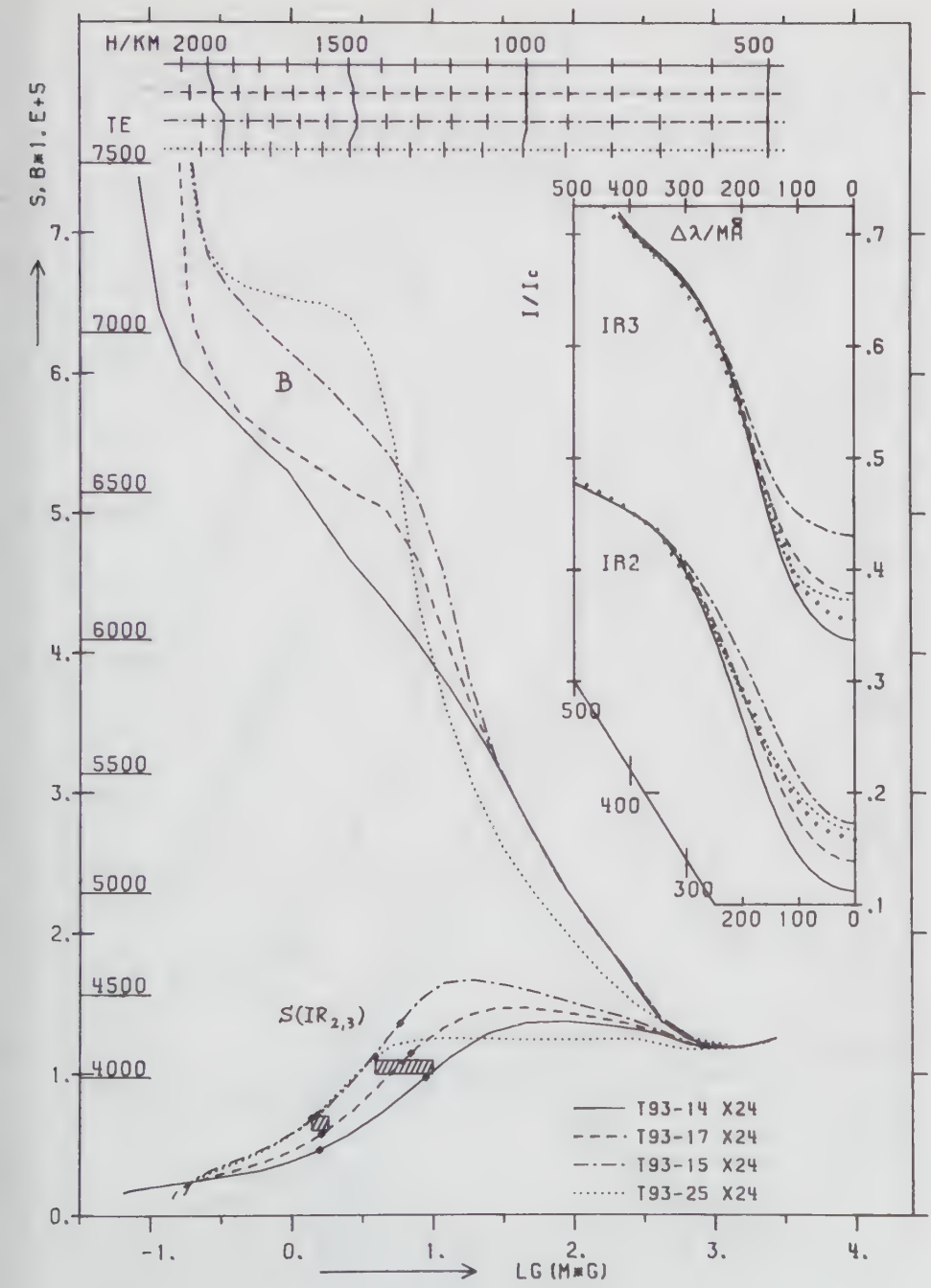

H/KM 2000
1500
1000
500
TE
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
S, B×1. E+5
7.
6.
5.
4.
3.
2.
1.
0.
B
500 400 300 200 100 0
Δλ/mÅ
I/Ic
IR3
IR2
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
500
400
300
200 100 0
S(IR2,3)
T93-14 X24
T93-17 X24
T93-15 X24
T93-25 X24
-1.
0.
1.
2.
3.
4.
LG (M×G)

Fig. IV-10d

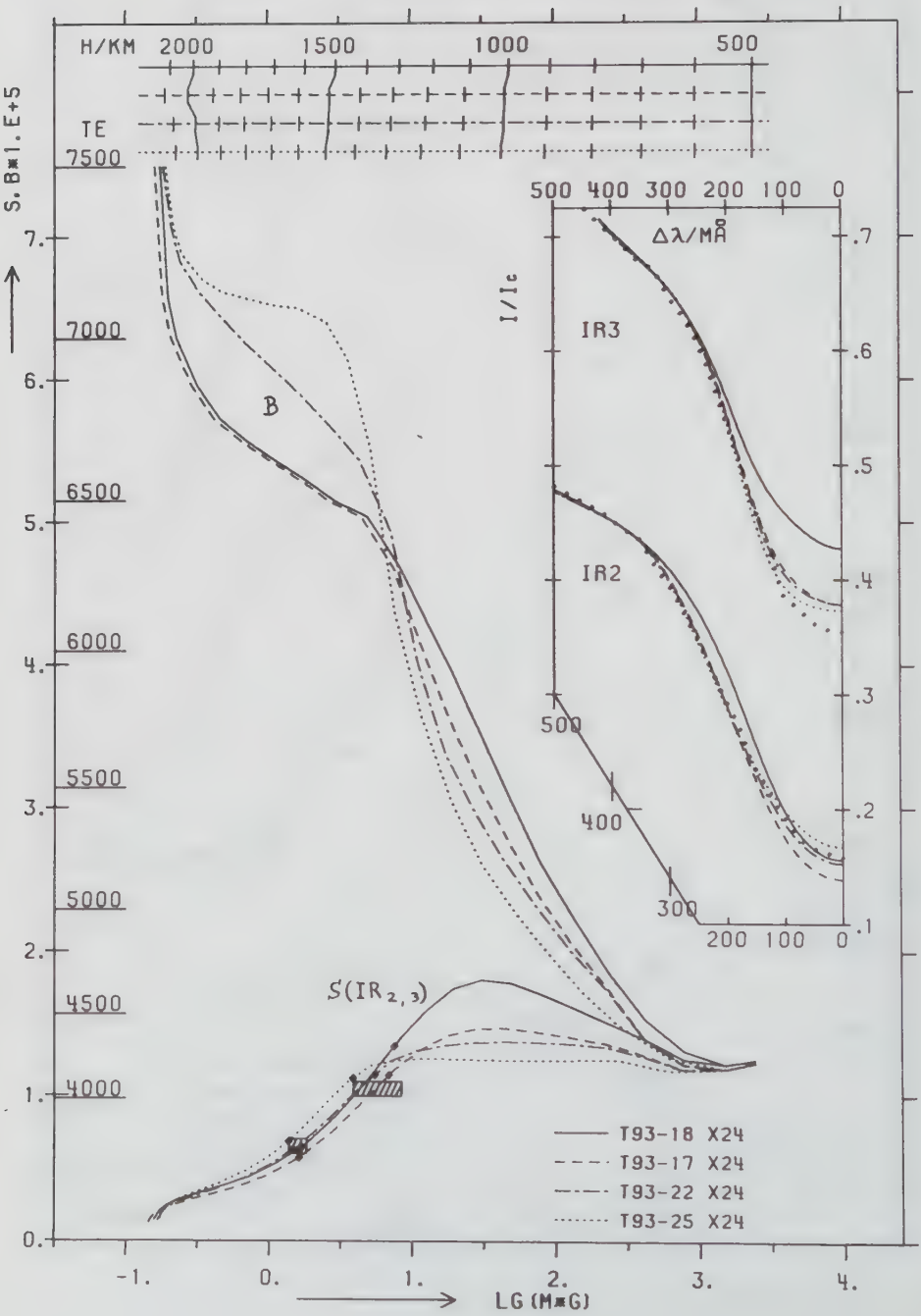

H/KM 2000 1500 1000 500
TE
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
S.B*1.E+5
7.
6.
5.
4.
3.
2.
1.
0.
B
500 400 300 200 100 0
Δλ/MÅ
I/Ic
IR3
IR2
500
400
300
200 100 0
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
S(IR2,3)
T93-18 X24
T93-17 X24
T93-22 X24
T93-25 X24
-1.
0.
1.
2.
3.
4.
LG(M*G)

Fig. IV-10e

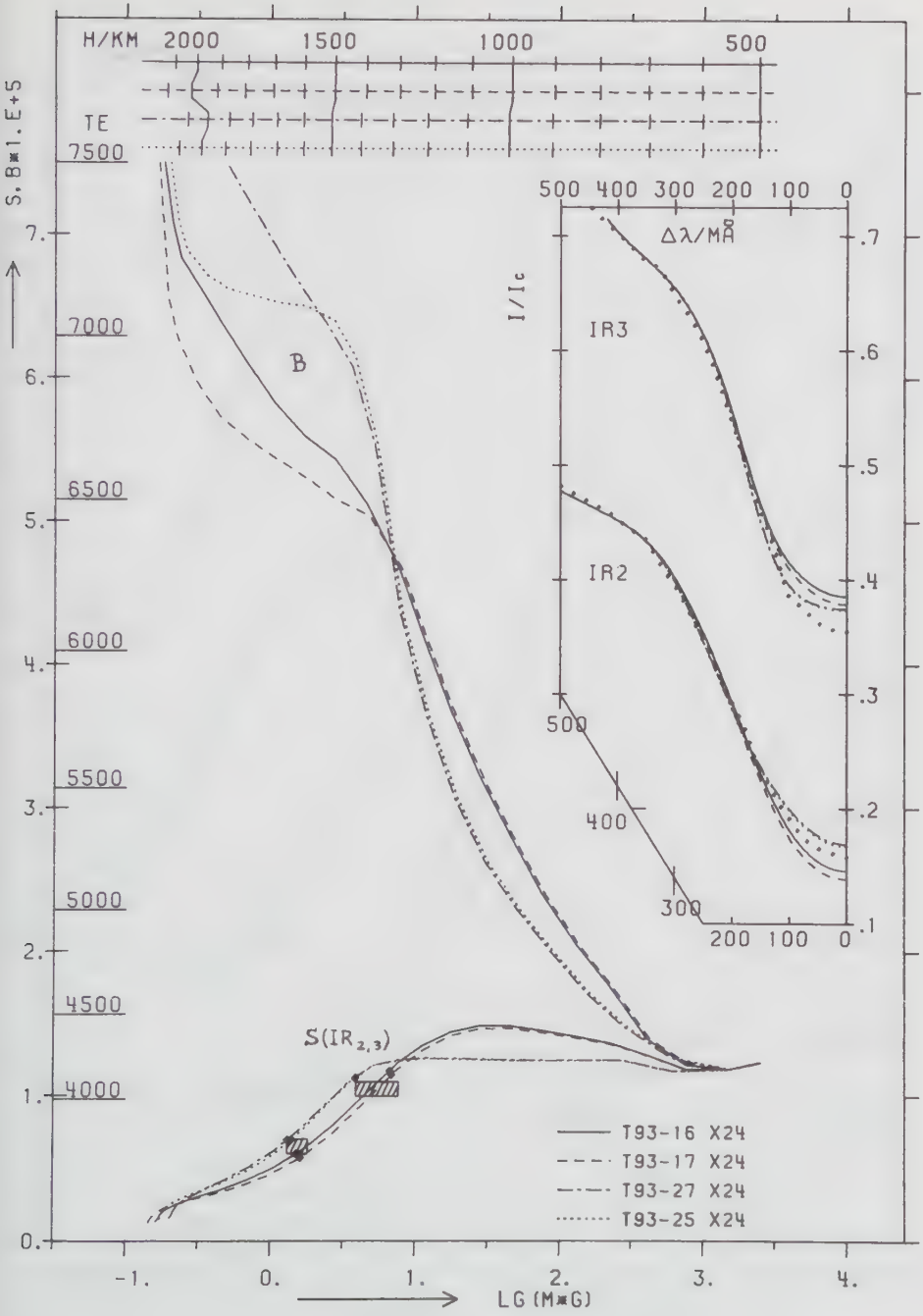

H/KM 2000 1500 1000 500
TE
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
S.B*1.E+5
7.
6.
5.
4.
3.
2.
1.
0.
B
500 400 300 200 100 0
Δλ/MÅ
I/Ic
IR3
IR2
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
500
400
300
200 100 0
S(IR2,3)
T93-16 X24
T93-17 X24
T93-27 X24
T93-25 X24
-1. 0. 1. 2. 3. 4.
LG(M*G)

Fig. IV-10f

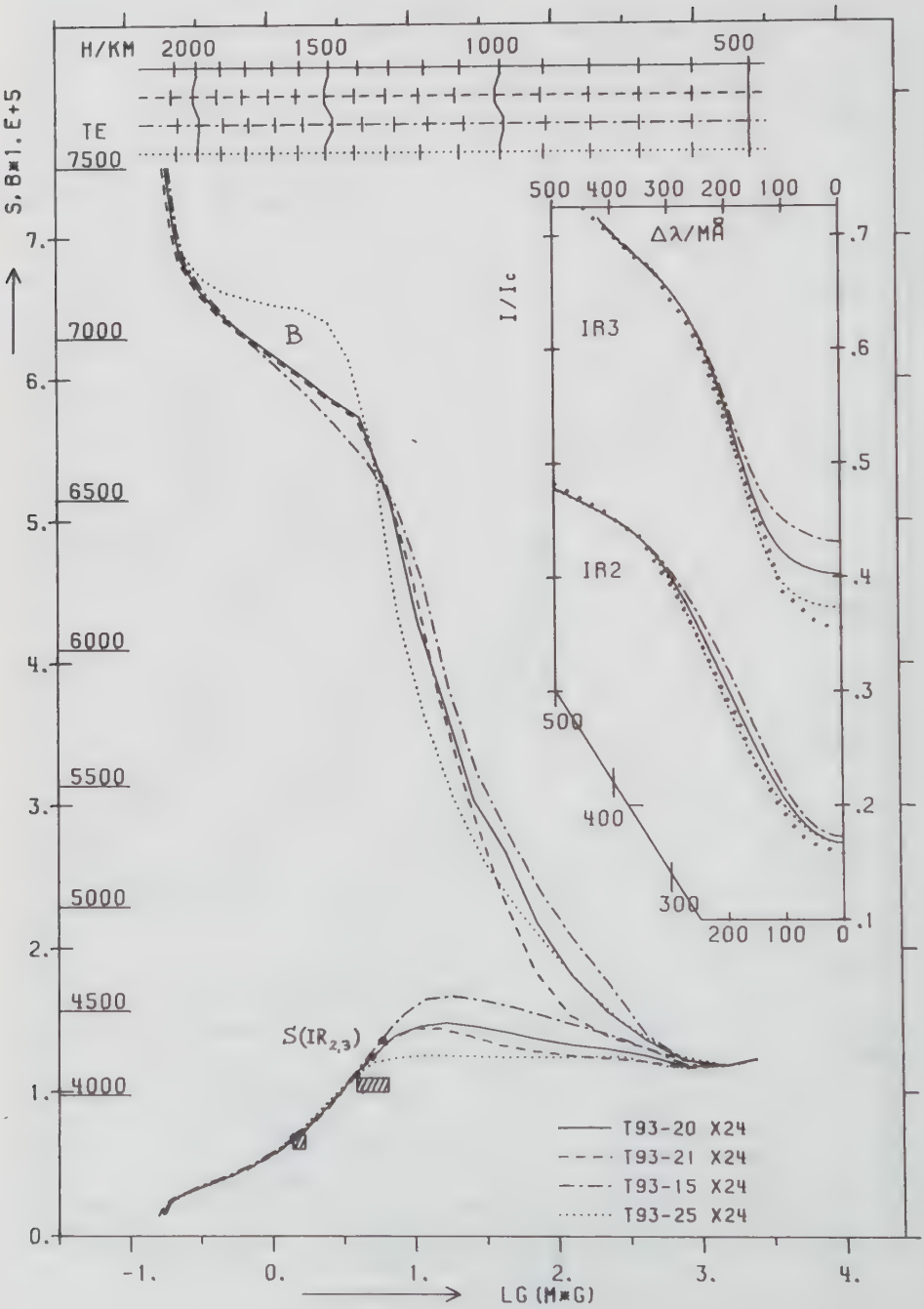

H/KM 2000 1500 1000 500
TE
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
S, B*1. E+5
7.
6.
5.
4.
3.
2.
1.
0.
B
500 400 300 200 100 0
Δλ/MÅ
I/Ic
IR3
IR2
500
400
300
200 100 0
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
S(IR2,3)
T93-20 X24
T93-21 X24
T93-15 X24
T93-25 X24
-1. 0. 1. 2. 3. 4.
LG (M*G)

Fig. IV-10g

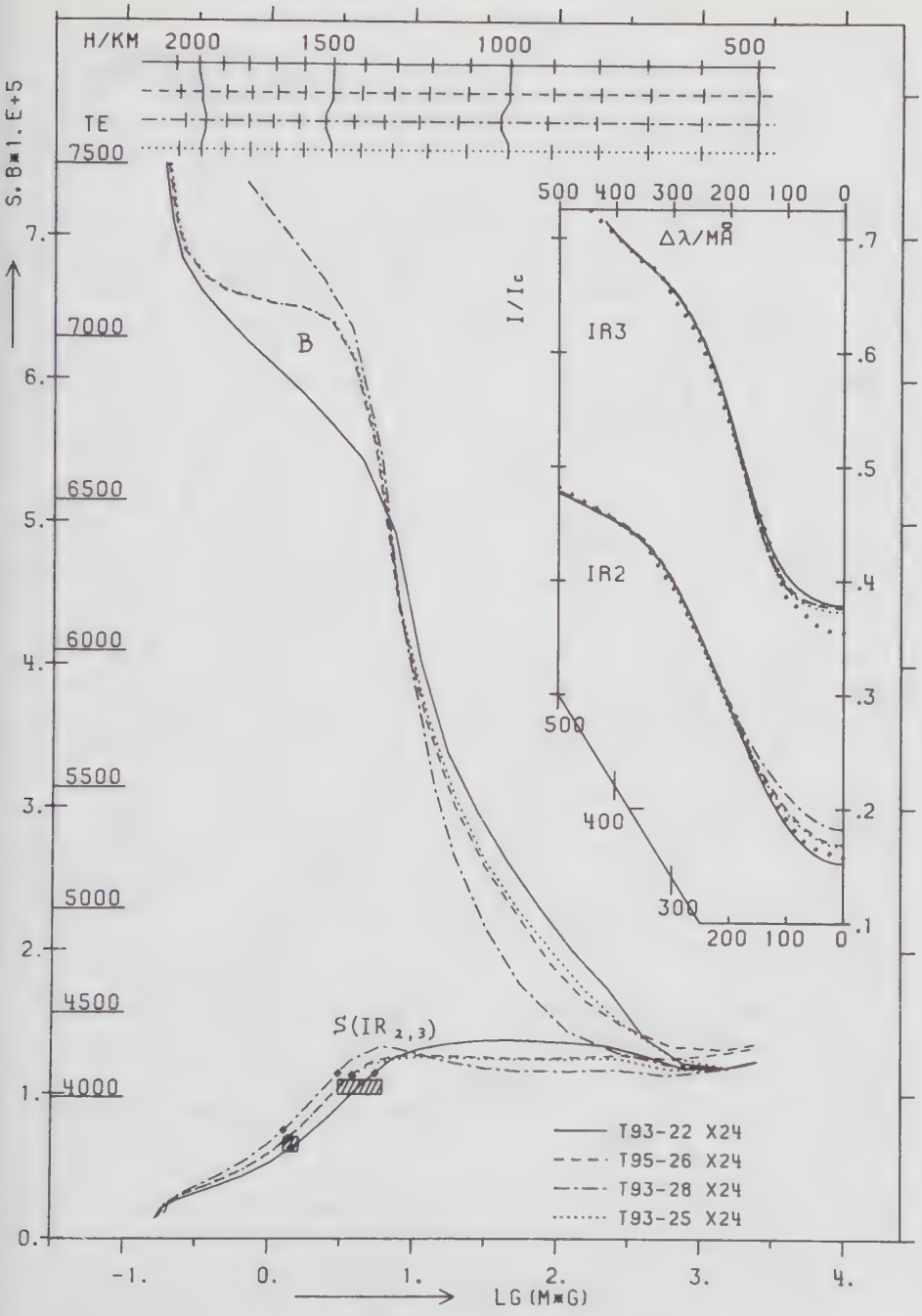

H/KM 2000 1500 1000 500
TE
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
S.B*1.E+5
7.
6.
5.
4.
3.
2.
1.
0.
B
500 400 300 200 100 0
Δλ/MÅ
I/Ic
IR3
IR2
.7
.6
.5
.4
.3
.2
.1
500
400
300
200 100 0
S(IR 2,3)
T93-22 X24
T95-26 X24
T93-28 X24
T93-25 X24
-1.
0.
1.
2.
3.
4.
LG(M*G)

Fig. IV-10h

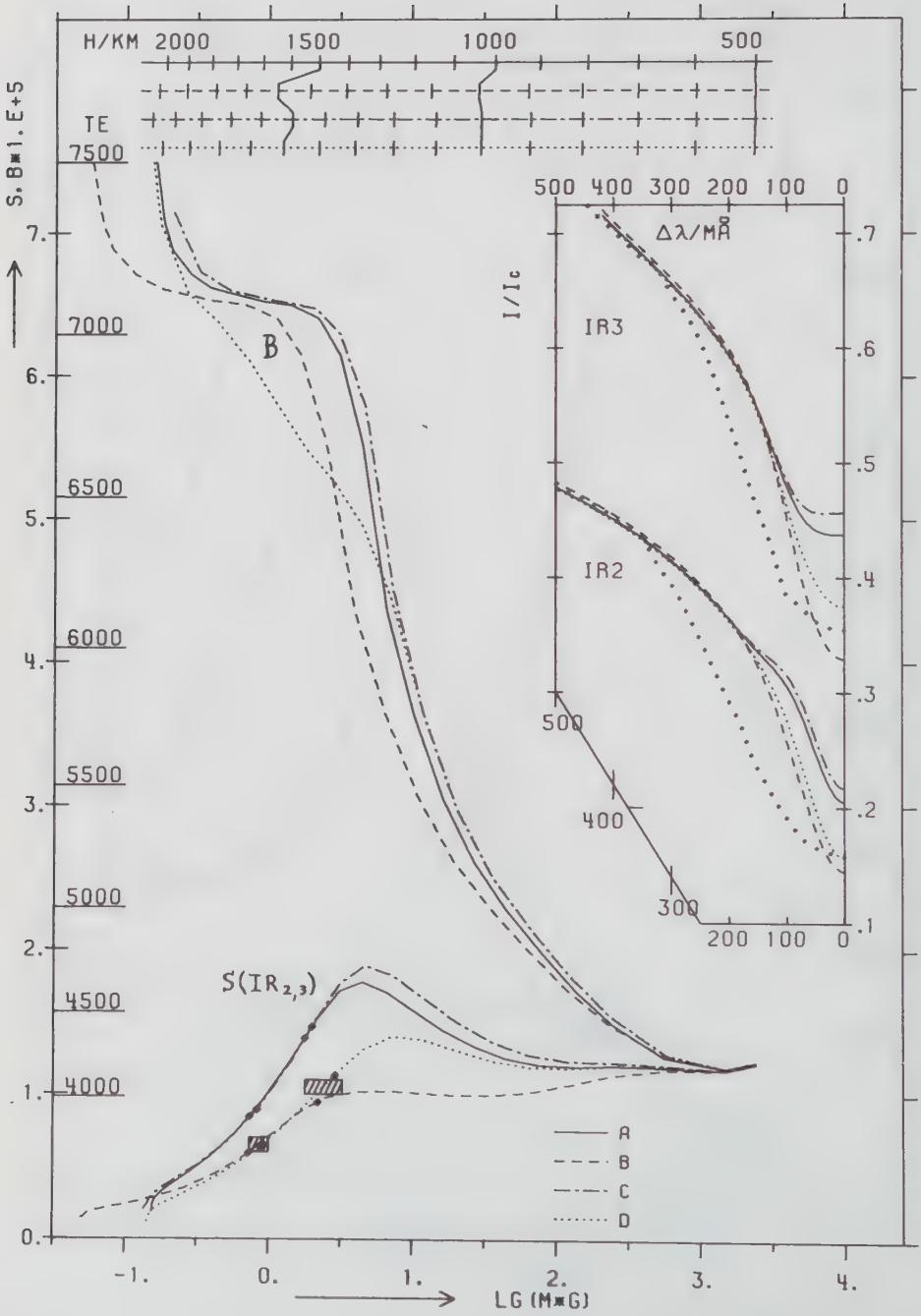


Fig. IV-11: Siehe Text.

Die Abhängigkeit der Quellfunktion $S^{(IR2)}$ von dem Temperatur-Verlauf zwischen dem Temperatur-Minimum ($p \approx 3.2$, $h \approx 550$ km) und $p \approx 1.3$ ($h \approx 1200$ km) erkennt man durch Vergleich der Fälle T93-11/-13 (Fig. IV-10b), T93-12/-14/-13 (Fig. IV-10c) und T93-18/-17 (Fig. IV-10e). Das Maximum von $S^{(IR2)}$ ist um so ausgeprägter, je tiefer und je steiler der chromosphärische Temperatur-Anstieg einsetzt. Bei gleichem Temperatur-Verlauf für $p \lesssim 1.5$ ist der Wert für $S^{(IR2)}$ im Entstehungs-Gebiet der IR_2-Linie ($p \approx 0.2$) um so größer, je größer der Maximalwert von $S^{(IR2)}$ ist. Lage und Höhe des Maximums von $S^{(IR2)}$ werden vom Temperatur-Verlauf bei $p \lesssim 1.0$ kontrolliert: Vergleich T93-11/-13 (Fig. IV-10b), T93-15/-17/-14 (Fig. IV-10d). Insbesondere spielt hierbei der Temperatur-Verlauf zwischen $1.8 \gtrsim p \gtrsim 1.2$ eine entscheidene Rolle, wie z. B. der Vergleich T93-10/-11 (Fig. IV-10b) zeigt. Obwohl der chromosphärische Temperatur-Anstieg bei T93-11 in tieferen Schichten beginnt, ergibt sich für T93-10 ein höheres Maximum der Quellfunktion $S^{(IR2)}$ auf Grund des steileren Temperatur-Gradienten um $p = 1.5$.

Der Vergleich T93-13/-14 (Fig. IV-10c) zeigt, daß unter Umständen verschiedene Temperatur-Verläufe zu fast identischen Verläufen von $S^{(IR2)}$ im Entstehungs-Gebiet der Linienkerne von IR_2, IR_3 führen können. Fig. IV-10g zeigt weitere Beispiele hierfür.

Der Verlauf von $S^{(IR2)}$ zwischen $0 \lesssim p \lesssim 1.0$, dem Entstehungsgebiet des Zentrums von IR_3 und des Kerns von IR_2 wird durch den Temperatur-Verlauf zwischen $0.5 \lesssim p \lesssim 1.0$ merklich, für $p < 0.5$ fast nicht mehr beeinflußt. Vergleiche T93-17/-22 und T93-22/-25 Fig. IV-10e) bzw. T93-16/-17 und T93-25/-27 (Fig. IV-10f).

Die chromosphärische Mikroturbulenz-Schichtung beeinflußt über den Turbulenz-Druck die Dichte-Schichtung in der Chromosphäre. Für $\xi = 4.0$ km/s und $T_e = 6000$ K ergibt sich für das Verhältnis Turbulenz-Druck P_t zu Gas-Druck P_g :

$$\frac{P_t}{P_g} = \frac{\frac{m_H \cdot (1+4Y)}{2} \cdot \xi^2}{k T_e} \approx 0.2 \quad .$$

Bei größeren Änderungen von $\xi(h)$ ergeben zusätzlich zu den in § IV-4.1 besprochenen Effekten noch weitere Effekte, die durch Veränderung der T(P) - Relation und durch Änderungen im Verhältnis N_e/N_H hervorgerufen werden. Fig. IV-11 zeigt Ergebnisse von Rechnungen, bei denen in der Chromosphäre $\xi = 0$ gesetzt wurde. Fall A ist mit dem Standard-Modell für T(h), $N_H(h)$, $N_e(h)$ gerechnet worden, also trotz $\xi = 0$ mit einem Turbulenz-Druck entsprechend X24. Wegen der nun größeren Opazität im Linienzentrum ergibt sich im Vergleich zur Standard-Rechnung (siehe Fig. IV-10) ein ausgeprägtes Maximum von $S^{(IR2)}$. Entsprechend weisen IR_2, IR_3 nicht nur schmalere Kerne, sondern auch höhere Zentralintensitäten auf. Beim Fall B ist zum Standard-Verlauf von T(h) die Druck-Schichtung konsistent zu $\xi = 0$ gerechnet worden. Wegen des Fehlens von Turbulenz-Druck wird beim Fall B ein vorgegebener Druck in tieferen Schichten erreicht als im Fall A. Bei der gleichen geometrischen Höhe sind die Teilchendichten im Fall B kleiner als im Fall A. Bei h = 1500 km ist N_H im Fall B um Faktor 2 kleiner als im Fall A, entsprechend ist N_e um $\approx \sqrt{2}$ kleiner. Im Fall B koppelt die Quellfunktion daher stärker von der Planckfunktion ab als im Fall A, die Linienzentren sind stärker eingesenkt.

Im Fall C ist die Temperatur-Schichtung T(h) so gewählt worden, daß die T(p)-Relation dem Fall A ähnelt. Bei gleichem p, T muß im Fall C die Teilchendichte um

$$f = 1 + (P_t/P_g)_A \approx 1.2$$

größer sein gegenüber Fall A. Dieser relativ kleine Unterschied hat keinen großen Einfluß auf die Quellfunktion, die daher für die Fälle A, C fast gleich ist.
Im Fall D ist in den höheren Schichten der Temperatur-Verlauf des Falls C so abgeändert worden, daß die Werte von $S^{(IR2)}$ in den Entstehungsgebieten der Linienzentren von IR_2, IR_3 den entsprechenden Ergebnissen der Standard-Rechnung mit Modell X24 nahe kommen, so daß sich für die Zentralintensitäten ähnliche Werte wie für den Standardfall ergeben. Man beachte, daß in den in Fig. IV-11 gezeigten Fällen wegen des schmalen Dopplerkerns die Linienflügel, die unterhalb des Temperatur-Minimums entstehen, bis $\Delta\lambda_o \approx 120$ mÅ (IR_3) bzw. $\Delta\lambda_o \approx 170$ mÅ (IR_3) reichen, und daher die Linienkerne nur für $\Delta\lambda < \Delta\lambda_o$ auf die verschiedenen chromosphärischen T(p)-Verläufe reagieren. Dagegen ergibt sich beim Standard-Modell X24 $\Delta\lambda_o \approx$ 220 mÅ (IR_3) bzw. $\Delta\lambda_o \approx$ 270 mÅ (IR2).

§ IV-V : Vergleich mit Beobachtungen.

§ IV-5.1 : Infrarot-Triplett.

Shine u. Linsky (1972) haben für zwei Positionen nahe der Mitte der Sonnenscheibe die Profile der IR-Linien lichtelektrisch registriert. Der Eintritts-Spalt des double-pass-Spektrographen überdeckte einen Bereich von 20" X 0.5" der Sonnenscheibe. Die eine Position entsprach einem durchschnittlichen Gebiet der ruhigen Atmosphäre, beurteilt nach dem Aussehen der H,K-Linien. Bei der anderen Position waren die IR-Linienkerne tiefer als durchschnittlich eingesenkt. Wir werden die von uns gerechneten Profile mit Profilen vergleichen, die durch Mitteln über beide Positionen entstanden sind. Shine u. Linsky verglichen ihre Profile mit Messungen von Linsky et al. (1970) und von de Jager u. Neven (1966). Alle Profile weichen für $\Delta\lambda \gtrapprox 250$ mÅ um weniger als 1 % der Kontinuums-Intensität voneinander ab. Während die Messungen von Linsky et al. (1970) für die zentrumnahen Teile der Profile gut mit den von Shine u. Linsky (1972) gemessenen ("durchschnittl. Atmosph.") übereinstimmen, sind die von de Jager u. Neven (1966) gemessenen Zentral-Intensitäten deutlich höher. In Tab. IV-7 sind die gemessenen Zentralintensitäten zusammengestellt. Wir haben die von Shine u. Linsky (1972) registrierten Profile mit denen des Liège-Infrarot-Atlanten (Delbouille u. Roland, 1963) verglichen (siehe Fig. IV-12). Der Eintritts-Spalt des Spektrographen, der bei der Registrierung dieses Atlanten benutzt wurde, war $\approx 1/4$ Sonnenscheiben-Durchmesser lang. Wie man sieht, sind die Linienkerne des Liège-Atlanten im Vergleich zu den Profilen von Shine u. Linsky stark aufgefüllt. Die Übereinstimmung bzgl. der Flügel ist befriedigend. Während bei Shine u. Linsky die Meßpositionen in Innenräumen von Supergranulen-Zellen lagen, überdeckte der Eintritts-Spalt bei der Registrierung des Liège-Atlanten viele Supergranulen. Die großen Zentralintensitäten beim Liège-Atlas sind zumindest zum Teil durch das Kalzium-Netzwerk verursacht.

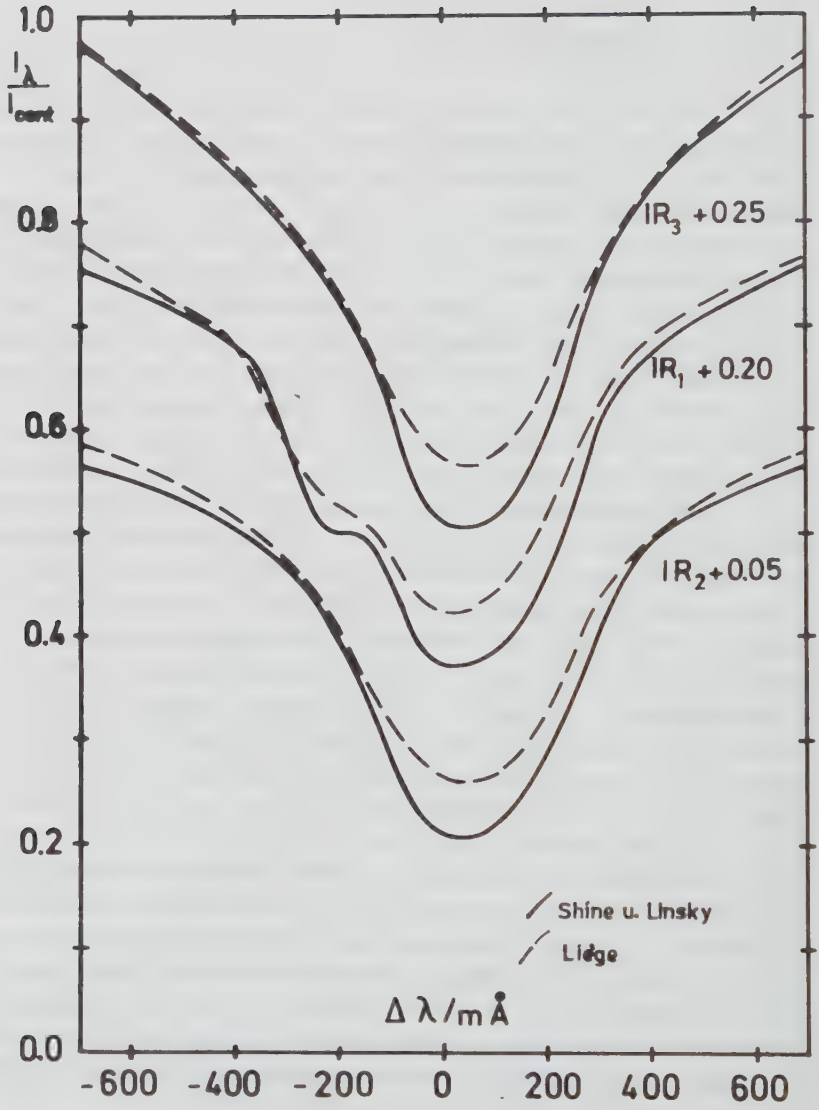


Fig. IV-12: Beobachtete Profile des CaII-Tripletts. Die Profile sind um die angegebenen Werte in Ordinaten-Richtung verschoben.

Die Symmetrie-Zentren der Linienkerne fallen nicht mit denen der Linienflügel zusammen. Dieser Effekt ist am stärksten bei IR_3 ausgeprägt, wo der Linienkern relativ zu den Flügeln um ≈50 mÅ rotverschoben ist. Zum besseren Vergleich mit den gerechneten Profilen haben wir bei den gemessenen Profilen die Linienkerne so in Dispersions-Richtung verschoben, daß ihre Symmetrie-Zentren mit denen der Flügel zusammenfallen.

Tab. IV-7 : Gemessene Zentralintensitäten der IR-Linien. (in Einheiten der Kontinuums-Intensität)

Ref.	$\lambda 8662\ (IR_1)$	$\lambda 8542\ (IR_2)$	$\lambda 8498\ (IR_3)$	q_{12}	q_{32}
(1)	0.154	0.142	0.240	1.08	1.69
(2)	0.190	0.170	0.263	1.12	1.55
(3)	0.186	0.180	0.264	1.03	1.47
(4)	0.223	0.208	0.313	1.07	1.50

Ref.: (1) Shine u. Linsky (1972) "durchschn. Atmosph."
(2) Shine u. Linsky (1972) "niedrige IR-Zentralintens."
(3) Linsky et al. (1970) korrigiert von Shine u. Linsky (1972)
(4) Liège-Infrarot-Atlas

Definition von q_{ij} : $q_{ij} = I_o(IR_i)/IR_j)$.

Bei allen von uns gerechneten Fällen ist die Zentralintensität von IR_1 kleiner als die von IR_2. Für das Verhältnis $q_{12} = I_o(IR_1)/I_o(IR_2)$ ergeben die Rechnungen Werte zwischen 0.85 und 0.98. $q_{12} < 1$ ergibt sich, weil die Quellfunktion $S^{(IR1)}$ unterhalb von $S^{(IR2)}$ verläuft (siehe Fig. IV-10a). Zwar wird $\tau_o \neq 1$ bei IR_1 erst in tieferen Schichten erreicht als bei IR_2, trotzdem ist $S^{(IR1)}(\tau_o=1) < S^{(IR2)}(\tau_o=1)$. Nur wenn die Quellfunktionen um h≈1500 km sehr steil mit h abfallen, wird $S^{(IR1)}(\tau_o=1) \approx S^{(IR2)}(\tau_o=1)$ und $q_{12} \approx 1$. Dagegen zeigen alle in Tab. IV-7 angeführten Beobachtungen $q_{12} > 1$. Weil die Entstehungsgebiete der Zentren von IR_1, IR_2 sich stark überlappen, und

weil zu steile Gradienten in S(h) die Zentralintensität von IR_3 zu stark erhöht, kann diese Diskrepanz zwischen Rechnung und Beobachtung nicht durch geeignete Wahl der Atmosphären-Parameter beseitigt werden. $q_{12} > 1$ deutet auf eine stärkere Kopplung der Quellfunktionen von IR_1 und IR_2 hin, als es sich bei unseren Rechnungen ergibt. Wäre $S^{(IR1)} \equiv S^{(IR2)}$, würde sich $q_{12} \approx 1.2$ ergeben. Die Kopplung der beiden Quellfunktionen kann durch Erhöhung der Stoßraten zwischen den Feinstruktur-Niveaus $^3P_{1/2}$, $^3P_{3/2}$ verstärkt werden. Der Wert für den entsprechenden Stoßquerschnitt ist sehr unsicher. Bei einer Testrechnung mit einem gegenüber dem Standard-Wert um Faktor 3 höheren Wert für diesen Stoßquerschnitt verringerte die Diskrepanz etwas ($q_{12} = 0.95$ statt $q_{12} = 0.87$). Um die Diskrepanz zu beseitigen, müßte der Stoßquerschnitt noch wesentlich größer sein.

Die Linien IR_2, IR_3 haben eine gemeinsame Quellfunktion, weil sie ein gemeinsames oberes Niveau haben und weil ihre unteren Niveaus praktisch nur durch Stöße mit dem Grundniveau gekoppelt sind. Das relative Verhalten dieser beiden Linien hängt von den Stoßraten zwischen den beiden 3P-Niveaus nicht merklich ab. Deshalb und weil die Entstehungshöhen von IR_2, IR_3 sich deutlich unterscheiden, sind diese beiden Linien zur Festlegung des chromosphärischen Temperatur-Modells besonders gut geeignet.

Ein gewisses Problem ist die Trennung der durch die Geschwindigkeitsfelder und der durch die Temperatur-Schichtung hervorgerufenen Einflüsse auf die Linienprofile. Der Einfluß auf die Temperatur-Schichtung ist am größten in den zentrumnahen Teilen der Linienkerne ($\Delta\lambda \lesssim 150$ mÅ), am kleinsten im Übergangsgebiet Kern-Flügel. Umgekehrt beeinflußt die Mikroturbulenz hauptsächlich die Breite der Linienflanke und die Lage des Übergangs Kern-Flügel. Zu gegebener Mikroturbulenz-Schichtung ist die chromosphärische Temperatur-Schichtung ($1000 \text{ km} \lesssim h \lesssim 1500 \text{ km}$) bereits durch die Forderung weitgehend festgelegt, daß die Zentralintensitäten von IR_2, IR_3 mit den gemessenen Werten übereinstimmen sollen.

Folgendes Vorgehen ist daher naheliegend:

(1) Vorgabe eines plausibel erscheinenden Werts für V_{mac}.
(2) Vorgabe einer Mikroturbulenz-Schichtung. Typischer Wert für ξ aus beobachteten Linienbreiten.
(3) Konstruktion einer Temperatur-Schichtung so, daß die Zentralintensitäten von IR_3, IR_2 mit Messungen übereinstimmen.
(4) Wenn Linien-Flanke noch nicht gut dargestellt wird und Änderungen von V_{mac} keine Verbesserungen bringen: Neues $\xi(h)$ aus Differenzen Rechnung-Beobachtung (Linienflanke) konstruieren.
(5) Schritte (3), (4) wiederholen.

Die Breite der IR-Linienkerne sowie die Form der Profile um $\Delta\lambda \approx$ 250 mÅ erfordern eine Mikroturbulenz

$$\xi = (3.5 \pm 0.5) \text{ km/s}$$

im Bereich des Entstehungsgebiets der Linienflanken. Die Breiten aller drei IR-Linien lassen sich gut mit einer ab $h \gtrsim 800$ km höhenunabhängigen Mikroturbulenz darstellen.

Um die zentrumnahen Teile des IR_3-Linienkerns mit der Beobachtung in Einklang zu bringen, darf bei der Quellfunktion von IR_2 ein etwaiges Maximum nicht bei $p < 1.5$ liegen und es darf den Wert $S_{max} \approx 1.5$ nicht überschreiten. Andernfalls wird IR_3 zu stark aufgefüllt. Beispiele, bei denen diese Bedingungen erfüllt sind; T93-13,-14 (Fig. IV-10c), T93-17,-22 (Fig. IV-10e) und der "Standard-Fall" T93-25. Die Modelle T93-17,-14 (Fig. IV-10d) stellen zwei Grenzfälle dar.

Die IR_3-Linie kann also durch mehrere Temperatur-Modelle dargestellt werden. Insbesondere kann ein flacher Temperatur-Anstieg zwischen $3 > p > 1.5$ durch einen entsprechend steileren Gradienten zwischen $1.5 > p > 0.5$ kompensiert werden, wie die Beispiele T93-17/-25 (Fig.IV-10f) oder T95-26/-28 (Fig. 10h) zeigen.

Auch die Linie IR_2 kann durch mehrere Temperatur-Verläufe dargestellt werden, wie Fig. IV-10a und -10g zeigen. Ein zwischen $2.5 > p > 1.5$ steiler Temperatur-Gradient kann durch einen flacheren

Gradienten bei $p < 1$ kompensiert werden (Fig. IV-10e) und umgekehrt.

Fig. IV-10g zeigt, daß die IR_2-Linie relativ unempfindlich ist bzgl. des Temperatur-Verlaufs für $p \gtrapprox 1.5$. Bei Modell T93-15 ergibt sich ein etwas zu schmaler Linienkern, was durch geringfügige Erhöhung der chromosphärischen Mikroturbulenz ausgeglichen werden könnte. Fig. IV-10d zeigt zwei Grenzfälle für die Darstellung der IR_2-Linie (Modell T93-15,-17).

Ein Temperatur-Modell, daß die Linien IR_2 und IR_3 mit den Beobachtungen in Übereinstimmung bringt, muß zu einem Verlauf der Quellfunktion führen, der die folgenden Bedingungen erfüllt:

(a) bei $p \approx 1.5$ darf kein zu hohes Maximum in $S^{(IR2)}(p)$ auftreten ($S_{max} < 1.5$);

(b) für $p \lesssim 1$ darf $S(p)$ nicht zu rasch mit der Höhe abfallen.

Es sind daher Temperatur-Modelle erforderlich, die zwischen $2.5 > p > 1.7$ einen flachen Temperatur-Verlauf und für $p \lessapprox 1$ einen hinreichend steilen Temperatur-Gradienten aufweisen. Nur so kann erreicht werden, daß die Quellfunktion bei $\tau_o^{(IR2)} = 1$ einen der Zentralintensität von IR_2 entsprechenden Wert ($\approx 6.4 \cdot 10^{-5}$ erg/cm^2) annimmt, ohne daß die Quellfunktion im Entstehungsgebiet des Zentrums von IR_3 zu groß wird. Insbesondere sollte man darauf achten, daß das Verhältnis q_{32} zwischen den Zentralintensitäten von IR_3 zu IR_2 mit gemessenen Werten möglichst gut übereinstimmt, weil dieses Verhältnis weniger stark von Ort zu Ort auf der Sonne variiert als die Intensitäten der einzelnen Linien. Daher muß man z. B. Modell T93-17, das beide Linien noch einigermaßen darstellt, wegen $q_{32} \approx 2.01$ verwerfen (Sollwert: $q_{32} \approx 1.6$).
In Fig. IV-13 sind einige Temperatur-Modelle zusammengestellt, die beide Linien, IR_2 und IR_3, gut darstellen. Alle gezeigten Fälle wurden mit dem Mikroturbulenz-Modell X24 und mit Makroturbulenz $V_{mac} = 2.0$ km/s gerechnet.

Die Makroturbulenz beeinflußt die Linienprofile nicht wesentlich. Wir haben V_{mac} zwischen 1.0 km/s bis 4.0 km/s variiert (siehe Fig. IV-8). Für $V_{mac} = 1.0$ km/s ergibt sich bei der IR_3-Linie ein zu "topfförmiges" Profil. Mit $V_{mac} = (3.0 \pm 1.0)$ km/s werden die Linienkerne befriedigend dargestellt.

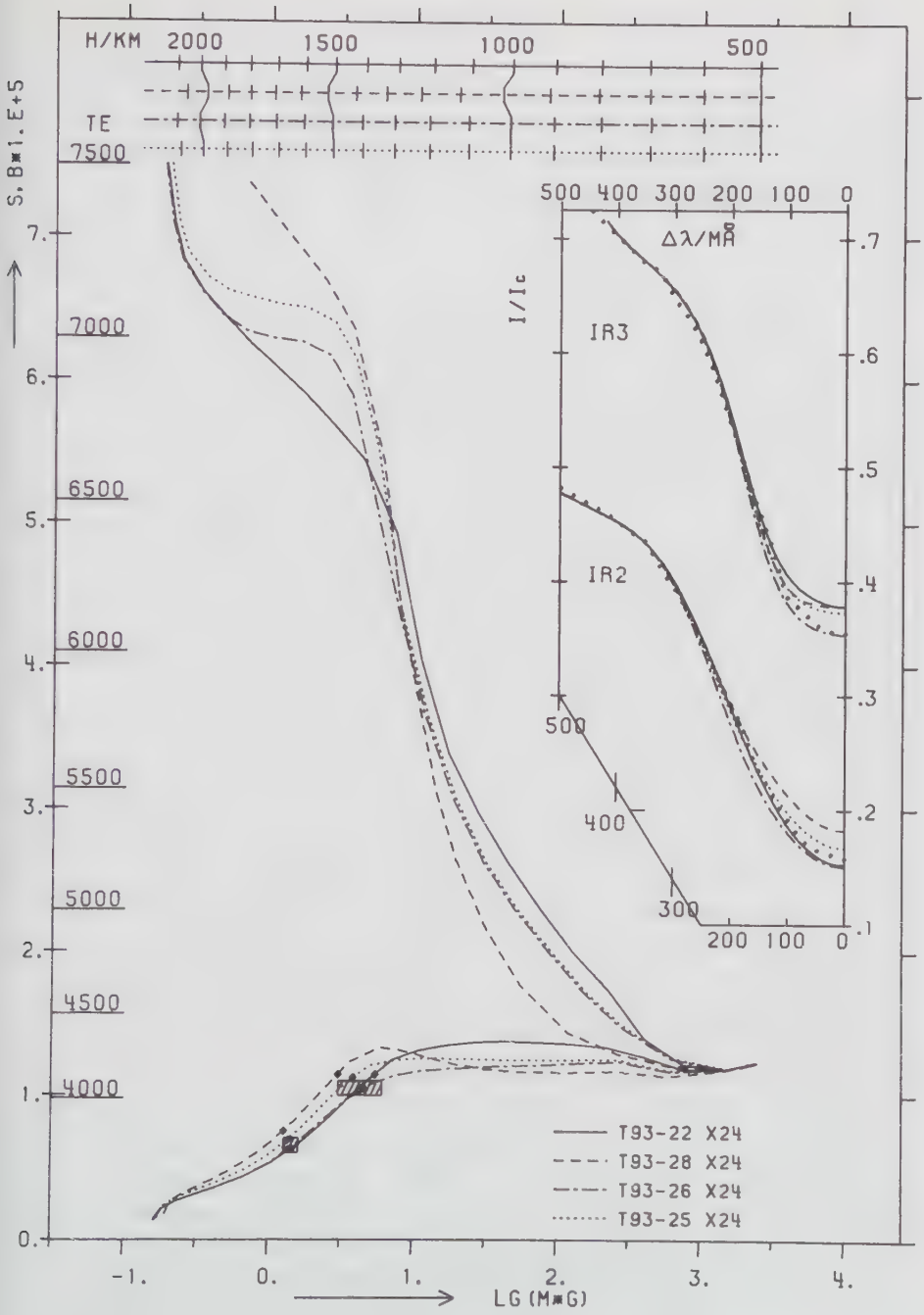


Fig. IV-13: Temperatur-Modelle, die IR_2 , IR_3 befriedigend darstellen.

Aus Fig. IV-10f geht hervor, daß die Temperatur-Schichtung ab $p \lessapprox 0$ ($h \gtrapprox 1700$ km) die IR-Linien kaum noch beeinflußt. Für diese höheren Schichten kann daher aus der Analyse der IR-Linien keine Aussage über den Temperatur-Verlauf gewonnen werden.

§ IV-5.2 : Die Resonanzlinien H, K .

Bei unseren Rechnungen wurde stets angenommen, daß die Photonen-Streuung in den Spektrallinien vollständig inkohärent ist. Diese Annahme ("CRD") ist im Falle der H,K-Linien nicht gerechtfertigt (siehe § IV-1.3). Rechnungen von Shine et al. (1975) zeigen, daß für $0.1\ \text{Å} \lessapprox \Delta\lambda \lessapprox 1.5\ \text{Å}$ erhebliche Fehler auftreten, wenn man mit CRD rechnet. In der unmittelbaren Umgebung der Linienzentren von H,K ergeben sich dagegen keine merklichen Unterschiede zwischen CRD-Rechnungen und korrekten Rechnungen. In Fig. IV-14 haben wir die zentrum-nahen Teile der H,K-Profile für einige Temperatur- und Mikroturbulenz-Modelle dargestellt und mit den Messungen von Shine u. Linsky (1972) verglichen. Die H,K-Linien wurden von Shine u. Linsky an den selben Positionen auf der Sonnenscheibe registriert wie die IR-Linien ("durchschnittl. Atmosph.", siehe § IV-5.1).
Man sieht, daß H_2, K_2 deutlich auf die verschiedenen Mikroturbulenz-Modelle reagieren, während H_3, K_3 nicht merklich von der Mikroturbulenz abhängen. Der ab $h \approx 1600$ km gegenüber Modell T93-25 heißere Temperatur-Verlauf T93-27 hebt die H_3- und K_3-Intensitäten um ≈ 15 % an. Die mit (93-27 gerechneten Zentralintensitäten H_3, K_3 stimmen gut mit den gemessenen Werten überein. Dagegen sind die gerechneten H_2- und K_2-Intensitäten um Faktor ≈ 1.6 zu hoch. Während die H_1-, K_1-Intensitäten wiederum gut mit den Beobachtungen übereinstimmen, sind die gerechneten Linienflügel für $\Delta\lambda \lessapprox 1.0$ Å um ≈ 15 % zu tief eingesenkt.

Shine et al. (1975) verglichen gerechnete Intensitäten, die mit bzw. ohne Annahme von CRD gewonnen wurden. Bei ihrem Beispiel ergaben sich für K_2 und K_1 um 25 % bzw. 65 % zu hohe Intensitäten, wenn mit der CRD-Näherung gerechnet wurde. Ein Teil der in Fig. IV-14 zu sehenden Diskrepanzen in den H_2-, K_2-Intensitäten ist daher auf die bei unseren Rechnungen gemachte CRD-Annahme zurückzuführen.

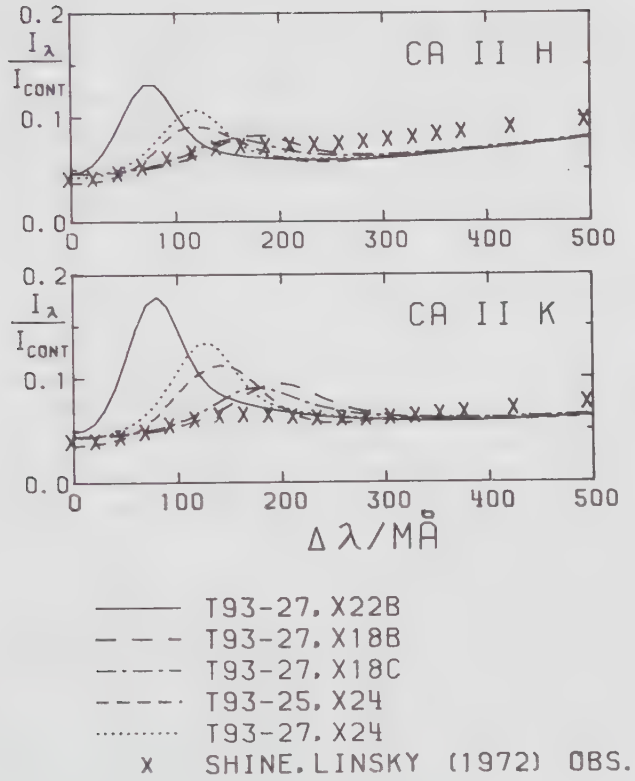


Fig. V-14: Beobachtete und berechnete Profile von Ca II H,K ($\cos\vartheta$ = 1.0) .

Es ist bekannt, daß H_2, K_2 empfindlich auf die Form der Geschwindigkeits-Felder im Entstehungsgebiet dieser Linienteile reagieren (siehe z. B. Cram, 1976). Für eine genauere Interpretation von H_2, K_2 ist der bei unseren Rechnungen gemachte Ansatz "Mikroturbulenz" - "Makroturbulenz" sicherlich nicht adäquat.

Den Rechnungen von Shine et al. (1975) zufolge müßten die von uns gerechneten Intensitäten H_1, K_1 deutlich größer als die gemessenen sein. Das ist nicht der Fall. Offenbar ist der von uns gewählte Wert für das Temperatur-Minimum (T_{min} = 4200 K) zu niedrig.

§ IV-5.3 : Zusammenfassung.

(1) Die Kerne der IR-Linien, vor allem deren Zentralintensitäten, eignen sich gut zur Festlegung des chromosphärischen Temperatur-Verlaufs zwischen 1200 km $\lesssim$ h $\lesssim$ 1500 km. Insbesondere ist das Verhältnis der Zentralintensitäten von IR_3 zu IR_2 ein geeignetes Kriterium, weil beide Linien eine gemeinsame Quellfunktion besitzen.

(2) Der Temperatur-Verlauf zwischen dem Temperatur-Minimum (h $\approx$ 550 km, p $\approx$ 3.0) bis h $\lesssim$ 1200 km ist nicht eindeutig festlegbar. Jedoch darf der Temperatur-Anstieg unmittelbar oberhalb des Temperatur-Minimums nicht zu steil ansteigen:

$$T_e = (5200 \pm 200)\ K \text{ bei } p = 1.5\ (\hat{=} h \approx 1200\ km).$$

Je flacher der Temperatur-Anstieg zwischen 1.5 $\lesssim$ p $\lesssim$ 2.5, um so steiler muß der Temperatur-Gradient zwischen 0.5 $\lesssim$ p $\lesssim$ 1.5 sein. Bei p = 0.5 ($\hat{=}$ h $\approx$ 1500 km) muß T = (7000 $\pm$ 200) K erreicht werden.

(3) Die Zentralintensitäten von H,K deuten darauf hin, daß die Temperatur oberhalb h = 1600 km weiter ansteigt bis zur Basis der Übergangs-Zone Chromosphäre-Korona (T $\approx$ 8300 K bei p $\approx$ -0.8, Noyes u. Kalkofen, 1970).

(4) Für H_1, K_1, die im Temperatur-Minimum entstehen, haben wir mit T_{min} = 4200 K gute Übereinstimmung mit den beobachteten Intensitäten erhalten. Die Minimums-Temperatur muß aber höher sein, weil unsere Rechnungen, bei denen vollständige Inkohärenz vorausgesetzt wird, zu kleinere H_1-, K_1-Intensitäten ergeben.

(5) Die Breiten der Linienkerne erfordern eine Mikroturbulenz

$$\xi = (3.5 \pm 0.5) \text{ km/s}$$

im Entstehungsgebiet der Linienflanken von IR_3 und IR_2 ($2.0 > p > 0.5$, $\triangleq 1500 \text{ km} > h > 900 \text{ km}$).

(6) Die Neigung der IR-Linienflanken können mit Makroturbulenz-Geschwindigkeiten zwischen 1.5 km/s bis 4 km/s an die gemessenen Profile angepaßt werden. Der optimale Wert höngt von der Wahl des Temperatur-Verlaufs ab.

Kapitel V: Zusammenfassung und Diskussion der Ergebnisse

§ V-1: Vergleich der aus den verschiedenen Liniensystemen gewonnenen Ergebnisse.

In den Kapiteln II bis IV haben wir die Linien bzw. Liniengruppen

Na I D , Mg I λ 4571 , Mg I b , Ca II IR

auf ihre Eignung zur Analyse der oberen Sonnenatmosphäre untersucht:

Die Linien Ca II H,K sowie die Balmerlinien H_α , H_β konnten nicht berücksichtigt werden, vor allem weil die bei unseren Rechnungen gemachten Annahmen eine korrekte Behandlung dieser Linien nicht zulassen (siehe § IV-5.2 bzgl. Ca II H,K , § V-2 bzgl. H_α , H_β). Die Informationen, die oben genannte Linien über den physikalischen Zustand der Sonnenatmosphäre liefern, ergänzen sich zum Teil, in anderen Fällen können sie zur gegenseitigen Kontrolle benutzt werden.

Die Linienentstehung wird durch eine Vielzahl von Effekten beeinflußt. Sobald die Quellfunktion einer Linie von der Planckfunktion abkoppelt, hängt ihr Wert bei einer gegebenen Höhe nicht mehr allein von den lokalen physikalischen Bedingungen ab, sondern er ist auch durch den physikalischen Zustand eines unter Umständen recht großen Raumvolumens bestimmt. Die Unsicherheiten in den Werten einiger Atomkonstanten können in einigen Fällen die gewonnenen Ergebnisse merklich beeinflussen, obgleich unsere Untersuchungen zeigen, daß sie die Ergebnisse nicht qualitativ verfälschen können. Die Aussagekraft einer Analyse, die sich nur auf eine Spektrallinie bzw. auf ein Multiplett stützt, ist aus diesen Gründen im allgemeinen nicht ausreichend, eindeutige Rückschlüsse auf den physikalischen Zustand der Sonnenatmosphäre zu liefern.

Die Zentralintensität der Mg I-Interkombinations-Linie λ 4571 eignet sich gut zur Bestimmung der Temperatur-Schichtung unmittelbar unterhalb des Temperatur-Minimums, weil die Quellfunktion dieser Linie mit der lokalen Planckfunktion identisch ist. Sie wird durch Geschwindigkeitsfelder nicht stark beeinflußt, so daß zu ihrer Berechnung grobe Schätzwerte hierfür ausreichend sind. Andererseits liefern die Flanken der Na D-Linien Informationen über die Geschwindigkeitsfelder in der oberen Photosphäre, ohne daß der Temperatur-Verlauf in diesen Schichten genau bekannt sein muß. Zur Kontrolle der aus den Linien λ 4571 und Na D ge-

wonnenen Informationen können die Linien des Mg I-Tripletts herangezogen werden. Die zentrumnahen Teile sowie die Flanken der Mg b-Linien hängen deutlich von dem Temperatur-Verlauf in den Schichten ab, in denen die Zentral-Teile von λ 4571 entstehen. Die Einsenkung der Flügel hängt von der nur ungenau bekannten Dämpfungs-Konstanten ab, die Flanken der Mg b-Linien werden außer durch die Temperatur auch durch die nicht-thermischen Geschwindigkeitsfelder beeinflußt. Deshalb können die Mg b -Linien allein keine eindeutigen Informationen über die obere Photosphäre liefern. Mit diesen Linien können aber der aus λ 4571 bestimmte Temperatur-Verlauf und das aus den Na D -Linien abgeleitete Modell für die Mikroturbulenz getestet werden.

Aus der Zentralintensität von λ 4571 für $\mu = \cos\vartheta = 1.0$ ergibt sich eine Temperatur T_e = (4550 $\pm$ 50) K bei h = 400 km. Die Mitte-Rand-Variation des Linienzentrums deutet für h > 400 km auf einen relativ steilen Temperatur-Abfall zum Temperatur-Minimum hin. Aus derZentralintensität für μ = 0.3 ergibt sich T_e = (4350 $\pm$ 50) K bei h = 450 km. Das Temperatur-Minimum sollte demnach bei h > 450 km liegen mit T_{min} < 4400 K. Eine untere Grenze für T_{min} kann dagegen nicht festgelegt werden.

Die Breiten der Na D -Linienkerne können durch thermische Doppler-Verbreiterung allein erklärt werden. Folglich haben etwaige nicht-thermische Geschwindigkeitsfelder, soweit sie zur Linien-Verbreiterung beitragen können, Amplituden $\lesssim$ 0.5 km/s im Gebiet 200 km $\lesssim$ h $\lesssim$ 400 km. Bei den Na D -Linien kann die Neigung der Flanken mit einer Makroturbulenz V_{mac} = (2.0 $\pm$ 0.5) km/s erklärt werden. Die Mg b-Linien bestätigen die Ergebnisse bzgl. des Temperatur-Verlaufs und des Modells der Mikrorubulenz im vollen Umfang. Für die Form der Kerne der Mg b -Linien erwies sich eine Makroturbulenz V_{mac} = (3.0 $\pm$ 0.5) km/s als optimal. Zusammen mit dem aus den Na D - Linien gewonnenen Wert kann man auf

$$V_{mac} = (2.5 \pm 0.5)\ \text{km/s},\quad 200\ \text{km} \lesssim h \lesssim 400\ \text{km}$$

schließen.

Für die mittleren photosphärischen Schichten (h $\lesssim$ 200 km) ergibt die Analyse der Linie Mg I λ 4571 eine mit der Tiefe anwachsende, anisotrope Mikroturbulenz ($\zeta_{vert} \approx$ 0.75 km/s , $\zeta_{horiz} \approx$ 2.0 km/s bei h = 50 km). Für die Makroturbulenz ergibt sich in diesem Schichten

$$V_{mac} \approx 1.0\ \text{km/s} \quad .$$

Die gefundenen Werte für die nicht-thermischen Geschwindigkeiten hängen von der Wahl des Temperatur-Modells der oberen Photosphäre ab. Auch ist die Oszillatorenstärke von λ4571 nicht genau genug bekannt, um genauere Aussagen machen zu können.

Der Linien-Satz λ4571, Na D, Mg b erweist sich als ein geeignetes Hilfsmittel zum Studium der oberen Photosphäre. Wünschenswert sind genauere Werte für die Oszillatorenstärke von λ4571 und für die Stoßquerschnitte in den Übergängen Na D, Mg b.

Über die physikalischen Verhältnisse in der unteren Chromosphäre liefern die Zentren von Na D und Mg b nur eine indirekte, mehrdeutige Auskunft: Die Bedingungen oberhalb des Temperatur-Minimums müssen so sein, daß die Zentralintensitäten von Na D und Mg b hinreichend angehoben werden. Prinzipiell können eine Reihe von Effekten die gewünschte Anhebung bewirken:

(1) ein steiler chromosphärischer Temperatur-Gradient, beginnend bei $h \approx 500$ km bis 600 km;

(2) eine Erniedrigung der Opazität in den Linienkernen;

(3) eine Erhöhung der Stoßrate des betrachteten Übergangs;

(4) ein hinreichend steiler Gradient $d\,\Delta\lambda_D/dh$ der Dopplerbreite im Entstehungsgebiet der zentralen Teile der Linienkerne.

(1), (3), (4) koppeln die Quellfunktionen stärker an die Planckfunktion an.

zu (1):
Ein Anstieg der Temperatur zur Chromosphäre hin, der in so tiefen Schichten einsetzt und der steil genug ist, um die Zentralintensitäten von Na D und Mg b hinreichend stark zu erhöhen, würde zu falschen Zentralintensitäten bei den Ca II IR -Linien führen und die Emissionen im Kern von Ca II H, K zu sehr verstärken.

zu (2):
Dieser Effekt kann z.B. durch eine Erniedrigung der Materiedichte relativ zur hydrostatischen Schichtung in der unteren Chromosphäre hervorgerufen werden. Auch eine wesentlich höhere Phtoionisations-Rate, als bei unseren Rechnungen angenommen wurde, kann die Absorption im Linienkern erniedrigen. Es ist aber zu beachten, daß nach den von uns gemachten Erfahrungen die Quellfunktionen auf Veränderungen der τ_o-Skalen so reagieren, daß die $S(\tau_o)$-Relationen möglichst erhalten bleiben. Da-

durch werden die an sich zu erwartenden Auswirkungen, von Veränderungen in den τ_o-Skalen verringert. Auch wurden für die Intensitäten der ionisierenden Strahlungs-Felder bereits relativ große Werte eingesetzt.

zu (3):
Die Stoßraten können durch Erhöhung der Werte für den Stoßquerschnitt und/oder durch Erhöhung der Elektronendichte verstärkt werden. Testrechnungen mit um Faktor 3 erhöhtem Stoßquerschnitt ergaben keine ausreichende Anhebung der Zentralintensitäten der Na D -Linien. Für Mg b wurde von vornherein mit einem Wert für den Stoßquerschnitt gerechnet, der eher zu hoch als zu niedrig sein dürfte. Auch ist es etwas unwahrscheinlich, daß sowohl bei Na D als auch bei Mg b der benutzte Wert für den Stoßquerschnitt wesentlich zu klein ist. Die Erhöhung der Elektronendichte, wie sie z.B. von Altrock u. Canfield (1974) zur Erklärung der Linienzentren von Mg b_2 vorgeschlagen wurde, ist nicht von vornherein auszuschließen, wobei allerdings die Frage offen bleibt, durch welchen Prozeß die hohe Elektronendichte hervorgerufen werden kann.

zu (4):
Versucht man die Spektrallinien durch möglichst wenige ad-hoc-Annahmen darzustellen, bietet sich an, die Effekte auszunutzen, die nicht-thermische Geschwindigkeits-Felder auf die Linien-Quellfunktion ausüben.
Im Rahmen der von uns gemachten Näherung "Mikroturbulenz-Makroturbulenz" ergibt sich eineAnhebung der Quellfunktion, wenn im Entstehungs-Gebiet des Linienkerns ($h \gtrapprox 500$ km) die Dopplerbreite rasch mit der Höhe zunimmt, verursacht durch einen steilen Gradienten der Mikroturbulenz. Daß die Mikroturbulenz mit der Höhe anwachsen muß, kann man aus einem Vergleich der Breiten der Linienkerne von Na D und Ca IR ableiten. Während die Kerne der D-Linien einer thermischen Dopplerverbreiterung von $T_e \approx 4500$ K entsprechen, sind für die IR-Linien des Ca II Mikro-Geschwindigkeiten von ≈ 4 km/s erforderlich, um deren Breiten zu erklären. Bei einer Temperatur von $\lesssim 7000$ K muß der Hauptanteil der Linien-Verbreiterung durch nicht-thermische Geschwindigkeits-Felder erzeugt werden ($\xi \approx 3.5$ km/s für $h \gtrapprox 900$ km). Die Frage ist jedoch, wie die Mikroturbulenz zwischen h = 500 km und h = 900 km ansteigt. Um die Zentralintensitäten der Na D - und Mg b -Linien zu erklären, muß ξ von $\lesssim 0.5$ km/s bei h = 500 km auf ≈ 3 km/s bei h = 650 km ansteigen.

Shine (1975) hat Linienprofile berechnet, wobei er nicht-thermische Geschwindigkeits-Felder mit mittleren Skalenlängen (im Vergleich zu Skalenlängen, die man beim Konzept Mikro-Makro-Turbulenz vor Augen hat)

konsistent in den Strahlungstransport-Formalismus eingeführt. Die so berechnete Zentralintensitäten sind deutlich größer als es Rechnungen ergeben, bei denen die Skalenlängen der Geschwindigkeits-Felder der Mikroturbulenz-Näherung entsprechen. Es ist daher durchaus möglich, daß weder eine anomal hohe Elektronendichte, noch ein steiler Gradient $d\xi/dh$ zur Erklärung der Zentralintensitäten von Na D und Mg b erforderlich ist.

Die Frage, ob eine hohe Elektronendichte oder ein starker Anstieg der Mikroturbulenz die Ursache ist für die relativ großen Zentralintensitäten von Na D, Mg b, müßte an Hand von Kriterien beantwortet werden, die entweder nur von der Mikroturbulenz oder nur von der Elektronendichte in den Schichten um $h \approx 600$ km abhängen. Die einzigen Linien im optischen Bereich, deren Dopplerkerne in dieser Höhe entstehen, sind Ca II H, K. Für die Balmer-Linien H_α , H_β , die ebenfalls auf Grund ihrer Stärke in Frage kämen, ist das hier interessierende Höhenintervall optisch dünn. Die Intensitäten von H_2 , K_2 , die unmittelbar oberhalb des Temperatur-Minimums entstehen, hängen jedoch sowohl von den nicht-thermischen Geschwindigkeits-Feldern als auch vom Temperatur-Verlauf und von der Elektronendichte im fraglichen Gebiet ab. Es ist schwierig, die einzelnen Effekte zu trennen.

Die inneren Teile der Flügel von H, K können im Prinzip auch zur Überprüfung der konstruierten Temperatur-Schichtung der oberen Photosphäre benutzt werden, wenn die Phtonen-Streuung in den Flügeln korrekt behandelt wird. Entsprechende Untersuchungen, z.B. die von Ayres u. Linsky (1975) deuten auf eine um ≈ 100 K höhere Temperatur bei h = 400 km hin, als es dem Model1 T93-27 entspricht. Es ist jedoch fraglich, ob die im Falle der H, K-Flügel notwendige absolute Photmetrie genau genug ist für eine genaue Temperatur-Bestimmung.

Die Kerne der infraroten Ca II - Linie entstehen deutlich oberhalb des Temperatur-Minimums. Insbesondere das Verhältnis der Zentralintensitäten von $\lambda 8498$ zu $\lambda 8542$ eignet sich gut zur Festlegung des Temperatur-Verlaufs in der Chromosphäre (1200 km $\lesssim$ h $\lesssim$ 1500 km). Das relative Verhalten beider Linien hängt nicht von der Stärke der Kopplung zwischen dem System H, $\lambda 8662$ und dem System K, λ 8498, λ 8542 ab. Die Kopplung dieser beiden Systeme ist offensichtlich stärker als es unsere Rechnungen ergeben. Aus den Breiten der Kerne der IR-Linien kann man auf eine Mikroturbulenz von $\approx$ 3.5 km/s für die untere Chromosphäre schließen. Eine Höhen-Abhängigkeit von ξ läßt sich nicht feststellen. Die im Zu-

sammenhang mit den Zentralintensitäten von Na D, Mg b wichtige Frage nach dem Verlauf der Mikroturbulenz zwischen 500 km $\lessapprox$ h $\lessapprox$ 800 km kann an Hand der Ca II IR -Linien nicht beantwortet werden, weil deren Linienkerne nicht tief genug entstehen. Falls in der Chromosphäre eine deutlich höhere Elektronendichte existieren sollte als von uns angesetzt wurde, wäre auch die Kopplung der Ca II -Quellfunktionen an die Planckfunktion stärker. Um unter diesen Umständen die beobachteten Zentralintensitäten zu erklären, wäre die Annahme eines entsprechend kühleren Temperatur-Verlaufes in der unteren Chromosphäre erforderlich. Daher sind weitere Kriterien zum Test des Temperatur-Verlaufs wünschenswert.

Es liegt nahe, die stärksten Balmerlinien, H_α und H_β , zur Analyse der mittleren Chromosphäre mit heranzuziehen. Auf die Schwierigkeiten, die sich bei der Analyse dieser Linien ergeben, wird im nächsten Paragraphen eingegangen.

Ein weiterer Test für die Brauchbarkeit der chromophärischen Temperatur-Bestimmung mit Hilfe der Ca II -Linien ist ein Vergleich von gemessenen und berechneten Kontinuums-Intensitäten im fernen Infrarot und im mm-Bereich. Hierauf wird in § V-3 eingegangen.

§ V-2: Die Balmer-Linien H_α , H_β .

Der Wasserstoff liefert in der Chromosphäre ab h $\gtrsim$ 800 km den Hauptanteil der freien Elektronen. Daher ist die genaue Kenntnis des Ionisations-Gleichgewichts des Wasserstoffs für die Berechnung der Elektronendichte in der Chromosphäre erforderlich. Die Berechnung des Ionisations- und Anregungs-Gleichgewichts, das bereits ab h $\gtrsim$ 300 km vom LTE abweicht, wurde in § I-4 beschrieben. Das Ionisations-Gleichgewicht wird bereits durch ein Atommodell mit 3 Niveaus hinreichend genau beschrieben. Dagegen ist zur Berechnung der Linien H_α , H_β zumindest ein 4-Niveau-Atommodell erforderlich. Wir konnten nicht untersuchen, ob zur korrekten Berechnung der Quellfunktionen die Hinzunahme weiterer Niveaus erforderlich ist, weil bereits bei einem 5-Niveau-Modell numerische Instabilitäten auftraten. Das Hinzufügen des vierten Niveaus hatte auf die Quellfunktion und vor allem auf die τ-Skalen von H_α einen merklichen Effekt. Rekombination in das Niveau 4 mit anschließendem H_β -Strahlungs-Übergang zum Niveau 2 , dem unteren Niveau von H_α und H_β , verstärkt die Besetzung dieses Niveaus ($\approx$ Faktor 2 bei h = 1600 km), wodurch sich die Absorption in H_α erhöht. Zusätzliche Niveaus werden diesen Effekt verstärken.

Die Quellfunktion von H_α ist nach unseren Rechnungen hauptsächlich durch die indirekten Quellen $(\eta \cdot B^*)_{32}$ und indirekten Senken η_{32} kontrolliert, wobei Photo-Ionisation und -Rekombination die Hauptrolle spielen. Zur Definition von η und B^* siehe § I-4.4 . Zu ähnlichen Ergebnissen sind auch Gebbie u. Steinitz (1973) gekommen. Zumindest in den höheren Schichten (h $\gtrsim$ 1300 km) werden aber auch die direkten, durch Stöße erzeugten Quellen $(\varepsilon \cdot B)_{32}$ wichtig. In Tab. V-1 werden für einige Atmosphären-Schichten die Quellen und Senken von H_α verglichen. Die in dieser Tabelle angegebenen Werte beziehen sich auf ein 3-Niveau-Atommodell.

Ob die H_α -Quellfunktion stoßkontrolliert oder photoelektrisch kontrolliert ist, hängt unter anderem von der Größe des Stoßquerschnitts Q_{23} ab. Für diesen Querschnitt liegen keine zuverlässigen Messungen vor. Wir haben Q_{23} nach einer Approximations-Formel von Johnson (1972) berechnet, die an quantenmechanische Rechnungen angepaßt wurde. Die einzelnen, von Johnson berücksichtigten theoretischen Querschnitte stimmen bis auf Faktoren $\approx$ 2 miteinander überein. Für T = 5000 K liefert die Johnson-Formel $Q_{23} = 25 \cdot \pi a_o^2$. Sollte Q_{23} in Wirklichkeit deutlich größer sein ($\gtrsim$ 150 $\cdot \pi a_o^2$), so sind die direkten Stoß-Terme in

der Quellfunktion von H_α größer als die indirekten, photoelektrischen Terme und H_α wäre eine stoßkontrollierte Linie. Solange die Quellfunktion photoelektrisch kontrolliert ist, kann sie nicht direkt auf den Temperatur-Verlauf reagieren. Weil Wasserstoff ein kleines Atomgewicht hat, ist die Breite des Linien-Absorptionskoeffizienten auch bei Anwesenheit nichtthermischer Geschwindigkeits-Felder mit $v < 10$ km/s hauptsächlich durch den thermischen Doppler-Effekt bestimmt. Daher können größere Temperatur-Variationen über die Breite des Linien-Absorptionskoeffizienten den Streu-Term

$$\overline{J} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_\nu \cdot J_\nu \cdot d\nu$$

der Quellfunktion beeinflussen. Auch beeinflußt die Temperatur die Besetzung des Niveaus 3, solange Ly_α effektiv dick ist, und kann somit die τ_o-Skala über die Zentralintensitäten von H_α und H_β verändern. Bei den von uns untersuchten chromosphärischen Temperatur-Schichtungen (siehe § IV-4.2) variierte die Zentralintensität I_o von H_α zwischen 0.13 und 0.085 (in Einheiten des Kontinuums), wobei I_o mit der Temperatur oberhalb $h \gtrapprox 1300$ km anti-korreliert ist.

Eine Eigentümlichkeit der Balmer-Linien, die deren Interpretation sehr erschwert, ist die Höhenabhängigkeit ihrer τ_λ-Skalen. Die Besetzung des unteren Niveaus der Balmer-Linien hängt wegen der hohen Anregungsenergie von 10 eV stark von der Temperatur ab. Bei H_α wird $\tau_o = 1$ bei $h \approx 1900$ km erreicht. Bei $h = 1300$ km (dort ist $T_e = 6000$ K im "Standard-Modell") wird $\tau_o = 10$ erreicht. $\tau_o = 13$ wird aber erst bei $h = 350$ km ($T_e = 4700$ K) erreicht, das heißt, die Atmosphäre ist zwischen 400 km $\lessapprox h \lessapprox$ 1300 km im Linienzentrum von H_α praktisch transparent. Das hat zur Folge, daß Photonen aus photospährischen Schichten im Kern der H_α-Linie leicht bis in das Gebiet gelangen können, in dem das Linienzentrum von H_α entsteht. Dort können sie dann die Quellfunktion beeinflussen. Die Entstehung des Linienkerns von H_α hat also einen stark nicht-lokalen Charakter. Schon ab $\Delta\lambda = 300$ mÅ tragen Schichten mit $h < 400$ km zur austretenden Linienintensität direkt bei. In Fig. V-1 wird für H_α und H_β zusammen mit den gerechneten Linienprofilen der Verlauf der Beitragskurve mit der Höhe für einige $\Delta\lambda$-Werte dargestellt.

Relativ kleine Variationen in den τ_λ-Skalen können die Linienprofile der Balmerlinien erheblich beeinflussen. Geschwindigkeits-Felder, die bei den Ca IR -Linien allenfalls zu einer Doppler-Verschiebung der

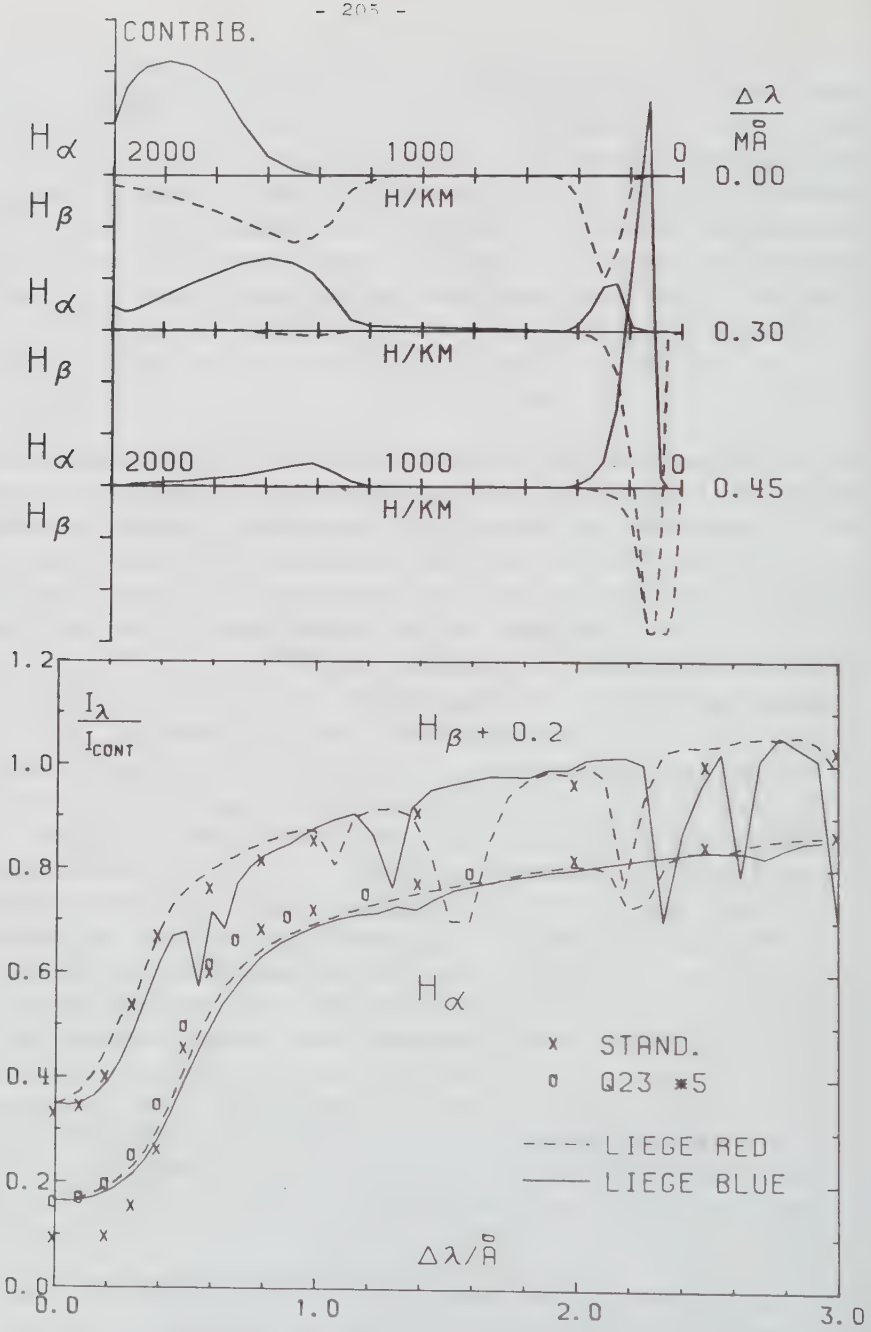


Fig. V-1: Beitragskurven (oben) und Linienprofile für H_α , H_β . Die Profile für H_β sind um +0.2 in Ordinatenrichtung verschoben.

Tab V-1: Quellen und Senken für H_α.

h/km	$\varepsilon_{32}\ B(T_e)$	$(\eta \cdot B^*)_{32}$	ε_{32}	η_{32}
1900	5.38-8	6.86-8	6.79-4	2.26-3
1600	7.16-8	6.87-8	1.05-3	1.39-3
1200	1.54-8	6.95-8	4.81-4	2.20-3
750	2.96-9	7.03-8	2.92-4	2.16-3
400	5.63-8	5.21-8	4.88-3	2.62-3
128	1.07-6	1.05-7	4.64-2	4.68-3

Es gilt:

$$\varepsilon_{32} = \frac{C_{32}}{A_{32}} \quad ,$$

$$\eta_{32} \approx \frac{1}{A_{32}} \cdot \frac{A_{3c} \cdot A_{c2}}{A_{c2} + A_{c3}}$$

$$(\eta \cdot B^*)_{32} \approx \frac{2h\nu_{32}^3}{c^2} \cdot \frac{1}{A_{32}} \cdot \frac{g_2}{g_3} \cdot \frac{A_{2c} \cdot A_{c3}}{A_{c2} + A_{c3}} \quad .$$

Kerne führen (wie sie auch beobachtet wird), können das Profil von H_α stark verändern. So wird auch die sehr starke horizontale Fluktuation des beobachteten H_α -Profils und das für H_α so charakteristische Aussehen von Filtergrammen erklärlich (siehe hierzu auch die Diskussion von Gebbie u. Steinitz, 1973).

In Fig. V-1 werden mit unserem "Standard-Modell" (T93-27, X24) gerechnete Profile von H_α und H_β mit den Profilen aus dem Liège-Atlas (Delbouille et al., 1973) verglichen. Es handelt sich bei den gemessenen Profilen um Mitteilungen über viele Supergranulen hinweg. Angesichts der starken räumlichen Fluktuationen, die H_α und H_β zeigen, ist der Vergleich dieser räumlich gemittelten Profile mit Profilen, die mit einem 1-dimensionalen, planparallelen Atmosphären-Modell gerechnet worden sind, nicht sehr sinnvoll, zumal wir bei der Rechnung die nichtthermischen Geschwindigkeits-Felder nur sehr pauschal berücksichtigen. Es ist daher von vornherein keine gute Übereinstimmung zu erwarten. Bei allen untersuchten Temperatur-Schichtungen ergaben die Rechnungen zu kleine Zentralintensitäten für H_α . Nur wenn der Stoßquerschnitt Q_{23} um Faktoren 3 bis 5 über dem nominalen Wert erhöt wurde, ergaben sich Zentralintensitäten $> 0.15\ I_{cont}$, jedoch wurde gleichzeitig der Linienkern zu schmal. Allerdings ist es vor allem die Breite der H_α -Linie, die starken Fluktuationen unterworfen ist. Eine zusätzliche, merkliche Verbreiterung erhält man, wenn man die Feinstruktur-Aufspaltung von H_α berücksichtigt (Zelenka, 1976). Dieser Verbreiterungs-Mechanismus wurde in unseren Rechnungen vernachlässigt. Für H_β ergibt unsere Rechnung eine erstaunlich gute Übereinstimmung, die aber wohl mehr zufälliger Natur sein dürfte.

Das Ergebnis dieses Paragraphen ist, daß H_α , H_β zur Analyse der Chromosphäre nicht sehr geeignet sind, teils wegen der Unsicherheiten bzgl. des Werts von Q_{23}, vor allem aber wegen der Komplexheit der Linien-Entstehung in diesen besonderen Fällen mit stark nicht-lokalem Charakter.

§ V-3: Das Kontinuum im fernen Infrarot und im Radiobereich.

Den chromosphärischen Temperatur-Verlauf haben wir ausschließlich an Hand der Linien Ca IR_3, IR_2 festgelegt. Weil diese Linien nicht nur vom chromosphärischen Temperatur-Verlauf sondern auch von der Dichte-Schichtung und von den chromosphärischen Geschwindigkeits-Feldern abhängen, ist ein möglichst hiervon unabhängiger Test des konstuierten Temperatur-Modells von großem Interesse. Hierfür bieten sich die Kontinua im fernen Infrarot und im mm-Bereich an.

Die Opazität und Emissivität für $\lambda \gtrapprox 1.6\,\mu$ wird praktisch nur durch frei-frei-Übergänge von Elektronen an neutralen Wasserstoff-Atomen und an Protonen erzeugt (in den Schichten, die zur Entstehung der Kontinuums-Intensität $I^{cont}(\lambda)$ beitragen). Weil die freien Elektronen eine Maxwell-Geschwindigkeits-Verteilung zur Temperatur T_e haben, ist die Kontinuums-Quellfunktion identisch mit der lokalen Planckfunktion $B(T_e)$. Für die austretende Kontinuums-Intensität gilt daher (Sonnenscheiben-Mitte):

$$I^{cont}_{(\lambda)} = \int_{-\infty}^{0} B[T_e(h)] \cdot e^{-\tau_\lambda(h)} \cdot \varkappa_\lambda(h) \cdot (-dh)$$

$$\tau_\lambda(h) = \int_{-\infty}^{h} \varkappa_\lambda(h') \cdot (-dh')$$

$$\varkappa_\lambda(h) = \tilde{\varkappa}_\lambda^{(ff,H)} \cdot N_e(h) \cdot N_{H^+}(h) + \varkappa_\lambda^{(ff,H^-)} \cdot N_e(h) \cdot N_{H^0}(h)$$

$$\varkappa_\lambda^{(ff,H)} = \frac{8\pi^{7/2}}{3\sqrt{6}} \cdot \frac{e^6 \cdot g_{III}(\lambda, T_e)}{hc^4 m^{3/2} k^{7/2}} \cdot \lambda^3 \cdot (1-\beta) \cdot T_e^{-\frac{1}{2}} \quad .$$

Für den Gaunt-Faktor g_{III} haben wir Werte eingesetzt, dievon Karzas u. Latter (1961) berechnet wurden. Den H^--frei-frei-Absorptionskoeffizienten $\varkappa_\lambda^{(ff,H^-)}$ berechneten wir nach der von Vernazza et al. (1976) angegebenen Approximations-Formel, die sich auf Rechnungen von Stilley u. Callaway (1970) beziehen.

Beobachtungen:

Für $\lambda \gtrapprox 1$ mm kann die Strahlung der Sonne vom Erdboden aus mit Radioteleskopen beobachtet werden. Schwierigkeiten bereitet die genaue Kali-

bration der Intensitäts-Messungen sowie die von der Erdatmosphäre erzeugten Störungen. Diese Schwierigkeiten können zum Teil umgangen werden, wenn mit der selben Apparatur auch die vom Erdmond kommende Wärme-Strahlung als Eichquelle gemessen wird. Voraussetzung ist die Kenntnis der Strahlungs-Temperatur des Mondes. Linsky (1973) hat eine Anzahl von publizierten mm-Messungen mit Hilfe der Mond-Strahlung rekalibriert. Zum Vergleich mit den von uns berechneten Strahlungs-Temperaturen haben wir für $\lambda \geq 0.6$ mm nur die von Linsky kalibrierten Werte benutzt, dazu die von Gezari et al. (1973) gemessenen Werte, die von den Autoren analog zu Linsky kalibriert wurden.

Für den Bereich $600\,\mu \geq \lambda \geq 10\,\mu$, der zuverlässig nur durch Beobachtungen in großer Höhe über dem Erdboden vermessen werden kann, haben wir Strahlungs-Temperaturen herangezogen, die von Vernazza et al. (1976, Tab. 12) zusammengestellt wurden, wobei wir nur Werte berücksichtigten, die seit 1970 publiziert wurden.

In Fig. V-2 sind beobachtete und gerechnete Strahlungs-Temperaturen als Funktion der Wellenlänge dargestellt. Gerechnet wurde der Wellenlängen-Verlauf der Strahlungs-Temperatur für unser "Standard"-Modell T93-27, für T93-25, das gegenüber T93-27 zwischen 1500 km $\leq$ h $\leq$ 2100 km etwas heißer ist (siehe Fig. IV-10 f) und für das vorläufige Chromosphären-Modell von Vernazza et al. (1973). Der Temperatur-Verlauf von Vernazza et al. ist in Fig. V-4 dargestellt. Für h $\geq$ 2100 km haben wir bei allen Modellen die von Noyes u. Kalkofen (1970) aus dem Lyman-Kontinuum hergeleitete Temperatur-Schichtung benutzt.

Die Entstehungshöhen der Kontinuums-Strahlung nehmen monoton mit der Wellenlänge zu. Aus Tab. V-3 sind für einige Wellenlängen der Verlauf der optischen Tiefe mit der Höhe zu ersehen. Im Höhenbereich zwischen Temperatur-Minimum und Übergangszone Chromosphäre-Korona entsteht das Kontinuum zwischen $200\,\mu \lessapprox \lambda \lessapprox 5000\,\mu$. Aus Fig. V-2 ist zu ersehen, daß sowohl das Modell von Vernazza et al. (1973) als auch Modell T93-27 mit den beobachteten Strahlungs-Temperaturen im Einklang sind. Zum einen streuen die Meßwerte erheblich, zum anderen liefern beide Modelle sich nicht sehr stark unterscheidende Kontinuums-Intensitäten, obwohl sie sich in der Temperatur-Schichtung deutlich unterscheiden. Zur Kontinuums-Strahlung bei einer vorgegebenen Wellenlänge trägt ein relativ großer Schichtbereich bei (siehe Tab. V-3). Wegen dieser "Mittelung" über größere Höhenintervalle treten Unterschiede in den Temperatur-Schichtungen im Verlauf $I^{cont}(\lambda)$ nur abgeschwächt in Erscheinung.

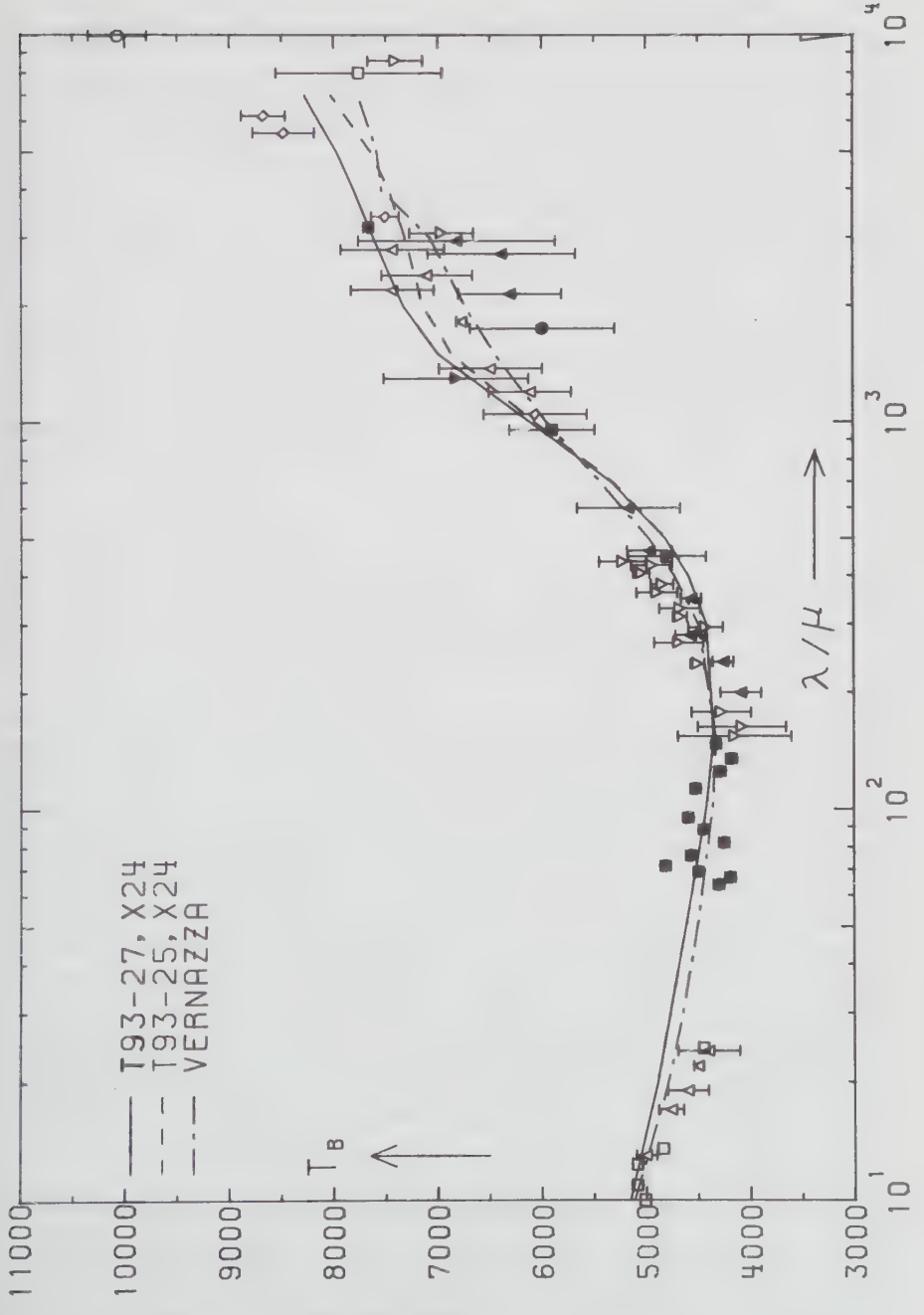


Fig. V-2 : Beobachtete und gerechnete Strahlungs-Temperaturen.

Im "Mittel" über die gesamte Chromosphäre sind Modell T93-27 und das Modell von Vernazza et al. annähernd gleich heiß. Die Kontinua im mm-Bereich können daher über den chromosphärischen Temperatur-Verlauf nur in groben Zügen Auskunft erteilen.

§ V-4: Das "optimale" Atmosphären-Modell.

In diesem Paragraphen werden die Daten zusammengestellt, die das Atmosphären-Modell beschreiben, wie es sich ausder Analyse der von uns ausgewählten Spektrallinien ergeben hat. Es ist dies das Modell (T93-27, X24), das bei der Diskussion des Verhaltens der Kalzium- und Balmerlinien als "Standard-Modell" bezeichnet wurde. Für $h < 1500$ km ist es identisch mit (T93-25, X24), das als "Standard-Modell" bei der Diskussion der Linien Mg b und Na D benutzt wurde. T93-25 ist zwischen 2000 km $\geq h \geq$ 1500 km fast isotherm mit $T_e = 7100$ K und ist für 2100 km $> h >$ 1600 km um maximal 400 K kühler als T93-27. Beide Modelle stellen die Ca IR -Linien gleichermaßen gut dar, lediglich die Zentralintensitäten von Ca H, K werden von T93-27 etwas besser dargestellt.

§ V-4.1: Randbedingungen.

Die von uns untersuchten Spektrallinien liefern Informationen über den Schichtbereich 100 km $\lessapprox h \lessapprox$ 1600 km, bei Berücksichtigung von Ca H, K erreicht man noch Schichten bis $h \lessapprox$ 2150 km.

Aus der Intensität des Lyman-Kontinuums in der Nähe der Absorptionskante folgt, daß die Temperatur $T_e = 8300$ K bei einem Gasdruck ≈ 0.15 dyn/cm^2 erreicht wird und daß dort ein steiler Temperatur-Anstieg zur Korona hin einsetzt (Noyes u. Kalkofen, 1970). Dieser Temperatur-"Sprung" verursacht einen starken Abfall der Gasdichte bei annähernd konstantem Gasdruck, der bewirkt, daß die Schichten mit $T_e \gtrapprox 8300$ K nicht mehr zur Entstehung von Ca H, K beitragen können. Wir haben bei der Berechnung der Dichte-Schichtung für $T_e > 8000$ K $T(h) = T_{NK}(h+h_o)$ angesetzt, wobei $T_{NK}(h)$ der von Noyes u. Kalkofen (1970) angegebene Temperatur-Verlauf für die Übergangs-Schicht Chromosphäre-Korona bedeutet (mit deren "h_v"-Skala). h_o wurde so gewählt, daß die Rechnung den von Noyes u. Kalkofen gemessenen Wert für die Intensität an der Kante des Lyman-Kontinuums ergab:

$$I_1 = 1.2 \cdot 10^{-11} \text{ erg} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Hz}^{-1} \cdot \text{ster}^{-1} .$$

Wir begüngten uns mit einer Übereinstimmung von $\pm$ 50 %.

Für die tieferen photosphärischen Schichten ($h <$ 100 km), die uns nur insoweit interessieren, als sie die Referenz-Kontinuums-Intensitäten für die Linienprofile erzeugen, haben wir den von Altrock u. Cannon

(1972) modifizierten $T_e(\tau_{5000})$-Verlauf des HSRA-Modells verwendet. Die Berechnung der Dichte-Schichtung und der geometrischen Höhenskala für diese Schichten erfolgte nach dem von Mihalas (1967) beschriebenen Verfahren. Die auf diese Weise berechnete Dichte bei h = 100 km diente als Anfangswert zur Berechnung der Dichte-Schichtung nach dem in § I-3 beschriebenen Verfahren.

§ V-4.2: Das Modell.

In Tab. V-2 sind die Modell-spezifischen Daten zusammengestellt, Tab. V-3 gibt den Höhen-Verlauf der τ_λ-Skalen für einige Wellenlängen im fernen Infrarot und im Radio-Bereich an, Tab. V-4 enthält für einige der von uns untersuchten Linien den Verlauf von Besetzungsdichten und der τ_o-Skalen der Linienzentren. Der Abweichungskoeffizient b_1 des Grundniveaus, der ebenfalls in Tab. V-4 angegeben ist, gibt in guter Näherung zugleich die Abweichung des Ionisations-Gleichgewichts vom LTE wieder.

MODELL (T97-27,X24)

Tab. V-2: Modell-Daten.

h km	T_e	ξ_V km/s	ξ_H km/s	N_H cm^{-3}	N_e cm^{-3}	P_{gas} $dyn \cdot cm^{-2}$	ρ $g \cdot cm^{-3}$	$\frac{d\ lnT}{d\ lnP}$	$\frac{P_t}{P}$	τ_{5000}	lg P
21[illegible].	8200.	5.2	5.2	1.0[illegible]+11	7.00+10	1.31-01	2.21-13	-6.56-01	1.62-01	1.33-07	-.85
2150.	8000.	5.2	5.2	1.11+11	7.68+10	1.33-01	2.38-13	-3.24-01	1.67-01	1.93-07	-.83
2110.	7810.	5.2	5.2	1.21+11	7.84+10	1.22-01	2.30-13	-1.48-01	1.70-01	3.62-07	-.58
2070.	7730.	5.1	5.1	1.27+11	7.96+10	.51-01	2.27-13	-7.05-02	1.72-01	5.47-07	-.53
1950.	7600.	5.0	5.0	2.15+11	8.23+10	3.27-01	4.60-13	-5.63-02	1.74-01	9.84-07	-.42
1900.	7490.	4.9	4.9	3.07+11	8.53+10	4.37-01	6.58-13	-4.49-02	1.75-01	1.48-06	-.29
1800.	7380.	4.6	4.7	4.76+11	1.00+11	5.30-01	1.02-12	-4.11-02	1.74-01	2.16-06	-.13
1700.	7260.	4.4	4.4	7.57+11	1.25+11	5.33-01	1.61-12	-4.05-02	1.71-01	2.95-06	.04
1600.	7140.	4.3	4.3	1.22+12	1.43+11	5.42+00	1.60-12	-3.87-02	1.66-01	3.87-06	.22
1500.	7020.	4.1	4.1	1.98+12	1.64+11	5.23+00	4.27-12	-4.10-02	1.60-01	4.95-06	.41
1400.	6910.	3.9	3.9	2.93+12	1.77+11	5.16+00	6.29-12	-7.14-02	1.54-01	5.88-06	.56
1350.	6870.	3.8	3.8	4.47+12	1.82+11	4.56+00	8.58-12	-1.58-01	1.52-01	6.86-06	.72
1275.	6130.	3.7	3.7	7.35+12	2.53+11	6.74+00	1.58-11	-1.77-01	1.57-01	7.66-06	.89
1200.	5765.	3.5	3.5	1.21+13	3.07+11	1.04+01	2.60-11	-1.30-01	1.56-01	8.29-06	1.08
1125.	5455.	3.4	3.4	2.04+13	3.78+11	1.65+01	4.37-11	-1.08-01	1.53-01	8.92-06	1.28
1050.	5200.	3.3	3.3	3.50+13	4.72+11	2.69+01	7.50-11	-8.65-02	1.48-01	9.67-06	1.49
975.	5000.	3.1	3.1	6.11+13	5.27+11	4.51+01	1.31-10	-7.37-02	1.41-01	1.08-05	1.71
900.	4810.	3.0	3.0	1.09+14	7.07+11	7.75+01	2.34-10	-7.24-02	1.34-01	1.26-05	1.94
825.	4615.	2.8	2.8	2.00+14	9.25+11	1.36+02	4.29-10	-6.81-02	1.27-01	1.59-05	2.19
750.	4440.	2.7	2.7	3.77+14	1.30+12	2.47+02	8.07-10	-5.72-02	1.19-01	2.37-05	2.44
675.	4255.	2.5	2.5	6.89+14	1.79+12	4.65+02	1.93-09	-3.22-02	1.08-01	6.00-05	2.80
600.	4130.	.9	.9	2.42+15	1.62+11	1.50+03	5.18-09	-4.04-03	1.38-02	2.53-04	3.18
500.	4230.	.0	.0	3.89+15	2.30+11	2.43+03	3.32-09	4.19-02	0.00	5.78-04	3.39
450.	4380.	.0	.0	6.00+15	4.83+11	3.36+03	1.28-08	8.26-02	0.00	1.32-03	3.59
400.	4560.	.0	.0	8.35+15	7.48+11	5.03+03	1.92-08	8.84-02	0.00	2.90-03	3.78
350.	4710.	.0	.0	1.53+16	1.17+12	9.25+03	2.85-08	6.55-02	0.00	6.20-03	3.97
300.	4820.	.0	.0	1.37+16	1.77+12	1.40+04	4.23-08	5.87-02	0.00	1.31-02	4.15
250.	4940.	.0	1.0	2.58+16	2.63+12	2.08+04	6.12-08	5.99-02	1.10-02	2.69-02	4.32
199.	5073.	.1	1.0	4.40+16	4.19+12	3.30+04	9.43-08	8.91-02	2.75-02	6.28-02	4.53
154.	5440.	.5	1.0	7.68+16	9.41+12	6.15+04	1.64-07	1.27-01	3.49-02	2.00-01	4.80
71.	5653.	.6	1.0	9.25+16	1.43+13	7.72+04	1.98-07	1.75-01	3.76-02	3.17-01	4.90
55.	5765.	.7	2.0	1.01+17	1.60+13	8.57+04	2.15-07	2.03-01	3.89-02	3.99-01	4.95
40.	5930.	.8	2.0	1.09+17	2.32+13	9.45+04	2.33-07	2.43-01	4.00-02	5.02-01	4.99
25.	6035.	.9	2.1	1.16+17	3.11+13	1.03+05	2.48-07	2.89-01	4.09-02	6.31-01	5.03
12.	6200.	.3	2.1	1.23+17	4.33+13	1.13+05	2.64-07	3.46-01	4.16-02	7.95-01	5.07
0.	6390.	1.0	2.1	1.29+17	6.28+13	1.22+05	2.77-07	3.88-01	4.19-02	1.00+00	5.10

Tab. V-3: τ-Skalen im langwelligen Kontinuum.

h km	T_e	$\frac{\lambda}{\mu}$ = 20.	τ_λ(h) 50.	150.	300.	500.	1000.	2000.	3000.	5000.	lg P
2235.	3180.	2.00-07	1.63-06	1.53-05	7.40-05	2.35-04	1.08-03	4.66-03	1.15-02	3.55-02	-.83
2220.	8530.	4.14-07	3.20-06	7.44-05	1.48-04	4.71-04	2.20-03	9.34-03	2.31-02	7.17-02	-.82
2130.	3230.	9.40-07	7.70-06	3.53-05	3.42-04	1.10-03	5.17-03	2.18-02	5.42-02	1.68-01	-.77
2155.	3000.	1.70-06	1.47-05	1.67-04	6.82-04	2.10-03	9.91-03	4.16-02	1.04-01	3.23-01	-.72
2110.	7810.	3.23-06	2.87-05	7.05-04	1.28-03	3.79-03	1.80-02	7.52-02	1.83-01	5.85-01	-.66
2000.	7020.	8.28-06	6.95-05	7.89-04	3.01-03	9.71-03	4.61-02	1.93-01	4.81-01	1.50+00	-.52
1955.	7556.	1.20-05	1.12-04	1.05-03	4.00-03	1.29-02	6.14-02	2.56-01	6.40-01	2.00+00	-.45
1900.	7490.	1.53-05	1.27-04	1.46-03	5.54-03	1.79-02	8.51-02	3.55-01	8.86-01	2.77+00	-.36
1800.	7330.	2.57-05	2.12-04	2.45-03	9.27-03	2.99-02	1.42-01	5.93-01	1.48+00	4.63+00	-.20
1700.	7260.	4.12-05	3.32-04	3.83-03	1.44-02	4.66-02	2.22-01	9.23-01	2.30+00	7.20+00	-.03
1600.	7140.	6.54-05	4.36-04	5.71-03	2.15-02	6.94-02	3.30-01	1.41+00	3.42+00	1.07+01	.15
1500.	7020.	1.04-04	7.24-04	9.31-03	3.13-02	1.01-01	4.78-01	2.09+00	4.95+00	1.55+01	.35
1400.	6951.	1.68-04	9.98-04	1.34-02	3.74-02	1.20-01	5.70-01	2.51+00	5.90+00	1.84+01	.45
1400.	6860.	1.56-04	1.03-03	1.18-02	4.43-02	1.42-01	6.75-01	3.00+00	6.97+00	2.17+01	.55
1300.	6670.	1.86-04	1.21-03	1.37-02	5.15-02	1.65-01	7.32-01	3.48+00	8.07+00	2.51+01	.66
1300.	6311.	2.08-04	1.34-03	1.51-02	5.70-02	1.82-01	8.60-01	3.84+00	8.86+00	2.76+01	.77
1200.	5985.	2.22-04	1.42-03	1.60-02	6.03-02	1.93-01	9.07-01	4.05+00	9.33+00	2.90+01	.89
1200.	5765.	2.34-04	1.49-03	1.68-02	6.30-02	2.01-01	9.43-01	4.21+00	9.68+00	3.00+01	1.02
1100.	5455.	2.50-04	1.58-03	1.77-02	6.67-02	2.12-01	9.89-01	4.40+00	1.01+01	3.13+01	1.22
1050.	5200.	2.67-04	1.69-03	1.87-02	7.05-02	2.23-01	1.04+00	4.60+00	1.05+01	3.26+01	1.43
975.	5000.	2.89-04	1.83-03	2.00-02	7.56-02	2.37-01	1.09+00	4.84+00	1.11+01	3.41+01	1.65
910.	4810.	3.14-04	2.05-03	2.19-02	8.24-02	2.58-01	1.18+00	5.19+00	1.19+01	3.63+01	1.89
875.	4615.	3.35-04	2.47-03	2.53-02	9.71-02	2.97-01	1.33+00	5.80+00	1.33+01	4.02+01	2.14
780.	4440.	5.21-04	3.47-03	3.29-02	1.27-01	3.81-01	1.67+00	7.15+00	1.63+01	4.86+01	2.39
690.	4250.	1.15-03	7.22-03	6.35-02	2.70-01	7.76-01	3.25+00	1.35+01	3.05+01	8.81+01	2.75
550.	4150.	4.37-03	2.85-02	2.60-01	1.03+00	2.80+00	1.17+01	4.74+01	1.07+02	3.10+02	3.18
500.	4230.	1.86-02	9.08-02	7.35-01	2.68+00	6.83+00	2.66+01	1.07+02	2.41+02	6.73+02	3.39
470.	4380.	2.65-02	1.30-01	1.02+00	3.73+00	9.59+00	3.80+01	1.52+02	3.76+02	1.00+03	3.59
400.	4560.	8.31-02	3.93-01	3.04+00	1.11+01	2.83+01	1.13+02	4.29+02	1.06+03	2.84+03	3.78
350.	4710.	1.82-01	8.35-01	6.39+00	2.32+01	5.93+01	2.36+02	8.93+02	2.20+03	5.87+03	3.97
300.	4820.	3.59-01	2.24+00	1.81+01	6.04+01	1.53+02	6.08+02	2.30+03	5.66+03	1.50+04	4.15
270.	4940.	9.10-01	5.81+00	4.58+01	1.52+02	3.85+02	1.53+03	5.78+03	1.42+04	3.76+04	4.32
200.	5042.	1.77+00	1.20+01	9.30+01	3.08+02	7.78+02	3.09+03	1.16+04	2.86+04	7.57+04	4.48
100.	5224.	3.79+00	2.56+01	2.02+02	6.68+02	1.68+03	6.66+03	2.49+04	6.12+04	1.61+05	4.66
100.	5423.	7.00+00	4.80+01	3.87+02	1.27+03	3.19+03	1.26+04	4.71+04	1.15+05	3.02+05	4.81
50.	5781.	1.30+01	1.12+02	9.01+02	2.94+03	7.37+03	2.90+04	1.08+05	2.64+05	6.92+05	4.96
0.	6239.	4.30+01	2.93+02	2.30+03	7.48+03	1.87+04	7.38+04	2.75+05	6.71+05	1.75+06	5.10

MODELL (T33-27,X24)

Tab. V-4a: Besetzungs-Dichten, τ-Skalen (Wasserstoff).

h / km	T_e	N_H^+ / N_H	N_H^+ / N_e	b_1	N_1 / N_H	b_2	N_2 / N_H	$\tau_{y=1}^{(1-c)}$	$\tau_o^{(H\alpha)}$	$\tau_o^{(H_\beta)}$	lg P
2160.	9250.	6.71-01	9.33-01	7.23+02	3.31-01	1.33+02	6.93-07	2.32-01	8.74-02	1.20-02	-.67
2105.	8200.	5.88-01	9.93-01	1.03+02	4.36-01	6.05+01	5.50-07	5.85-01	1.29-01	1.77-02	-.65
2150.	8000.	5.41-01	9.82-01	7.60+01	4.04-01	5.13+01	5.38-07	1.05+00	1.72-01	2.37-02	-.63
2110.	7810.	4.97-01	9.81-01	5.42+01	3.12-01	4.36+01	5.30-07	2.55+00	3.02-01	4.16-02	-.58
2070.	7730.	4.56-01	9.72-01	7.00+01	5.56-01	4.06+01	5.18-07	4.46+00	4.53-01	6.24-02	-.53
1985.	7600.	3.67-01	9.56-01	7.43+01	6.49-01	3.60+01	4.88-07	1.04+01	8.43-01	1.17-01	-.42
1900.	7490.	2.89-01	9.52-01	7.12+01	7.24-01	3.22+01	4.11-07	1.93+01	1.34+00	1.87-01	-.29
1800.	7380.	2.17-01	9.51-01	6.79+01	7.93-01	2.86+01	3.53-07	3.84+01	2.11+00	2.98-01	-.13
1700.	7260.	1.58-01	9.54-01	6.43+01	8.49-01	2.50+01	2.91-07	6.38+01	3.13+00	4.50-01	.04
1600.	7140.	1.13-01	9.57-01	6.10+01	8.92-01	2.17+01	2.33-07	1.23+02	4.48+00	6.54-01	.22
1500.	7020.	7.91-02	9.62-01	1.81+01	9.24-01	1.83+01	1.82-07	2.13+02	6.23+00	9.21-01	.41
1400.	6910.	5.82-02	9.64-01	1.59+01	9.44-01	1.64+01	1.42-07	3.20+02	7.87+00	1.17+00	.56
1300.	6870.	5.49-02	9.84-01	1.23+01	9.66-01	1.27+01	7.37-08	4.85+02	9.56+00	1.43+00	.72
1275.	6130.	1.23-02	9.55-01	6.67+00	9.88-01	7.01+00	1.71-08	7.52+02	1.05+01	1.57+00	.89
1200.	5765.	5.08-03	9.33-01	4.27+00	9.95-01	4.42+00	5.04-09	1.20+03	1.09+01	1.63+00	1.08
1125.	5465.	2.12-03	9.05-01	2.74+00	9.98-01	2.86+00	1.57-09	1.95+03	1.11+01	1.65+00	1.28
1050.	5200.	9.05-04	8.51-01	1.84+00	9.99-01	1.92+00	5.43-10	3.23+03	1.13+01	1.67+00	1.49
975.	5000.	4.03-04	7.51-01	1.32+00	1.00+00	1.37+00	2.18-10	5.44+03	1.13+01	1.68+00	1.71
900.	4810.	1.63-04	5.70-01	1.34-01	1.00+00	3.72-01	3.56-11	9.35+03	1.14+01	1.69+00	1.94
825.	4615.	5.27-05	3.25-01	6.87-01	1.00+00	6.63-01	3.02-11	1.64+04	1.14+01	1.69+00	2.19
750.	4440.	1.36-05	1.17-01	4.41-01	1.00+00	4.57-01	1.10-11	2.96+04	1.15+01	1.70+00	2.44
675.	4255.	2.18-06	2.36-02	2.90-01	1.00+00	2.99-01	3.42-12	6.73+04	1.15+01	1.70+00	2.80
550.	4190.	6.36-07	3.47-03	2.43-01	1.00+00	2.54-01	2.20-12	1.64+05	1.15+01	1.71+00	3.18
500.	4230.	5.41-07	7.75-03	2.75-01	1.00+00	2.80-01	2.87-12	2.62+05	1.15+01	1.71+00	3.39
450.	4360.	7.73-07	1.03-02	3.76-01	1.00+00	3.82-01	6.58-12	4.16+05	1.16+01	1.72+00	3.59
400.	4560.	1.59-06	1.91-02	5.82-01	1.00+00	5.89-01	2.16-11	6.49+05	1.20+01	1.77+00	3.78
350.	4710.	2.43-06	2.76-02	7.71-01	1.00+00	7.73-01	4.93-11	9.96+05	1.34+01	1.97+00	3.97
300.	4820.	3.07-06	3.42-02	9.37-01	1.00+00	9.04-01	8.72-11	1.51+06	1.74+01	2.53+00	4.15
250.	4940.	4.19-06	4.55-02	1.02+00	1.00+00	1.02+00	1.58-10	2.27+06	2.79+01	3.93+00	4.32
199.	5073.	6.22-06	6.54-02	1.03+00	1.00+00	1.04+00	2.95-10	3.64+06	6.19+01	8.44+00	4.53
138.	5320.	1.67-05	1.52-01	1.01+00	1.00+00	1.01+00	8.70-10	5.74+06	1.86+02	2.43+01	4.73
103.	5428.	2.48-05	2.07-01	1.01+00	1.00+00	1.01+00	1.35-09	6.83+06	3.13+02	4.03+01	4.80
79.	5571.	4.10-05	2.33-01	1.00+00	1.00+00	1.00+00	2.37-09	8.11+06	5.51+02	6.95+01	4.88
53.	5781.	8.12-05	4.52-01	1.00+00	1.00+00	1.00+00	5.13-09	9.66+06	1.12+03	1.35+02	4.95
27.	5982.	1.40-04	5.85-01	9.87-01	1.00+00	9.96-01	1.02-08	1.14+07	2.40+03	2.77+02	5.03
4.	6258.	2.77-04	7.34-01	9.95-01	1.00+00	9.94-01	2.45-08	1.33+07	5.04+03	5.42+02	5.09

MODELL (T93-27,X34)

Tab. V-4b: Besetzungsdichten und τ-Skalen (Na, Mg).

h / km	T_e	b_1	N_1/N_{Na}	$\tau_o^{(D1)}$	b_1	N_1/N_{Mg}	$\tau_o^{(4571)}$	b_2	N_2/N_{Mg}	$\tau_o^{(b2)}$	lg P
1610.	7091.	7.61+02	2.07-04	7.20-03	7.22+01	4.25-04	9.67-07	6.71+01	1.39-05	1.59-03	.22
1500.	7050.	6.13+02	2.12-04	1.13-02	6.30+01	5.41-04	2.07-06	6.37+01	1.74-05	3.31-03	.41
1425.	6940.	4.12+02	2.07-04	1.81-02	5.86+01	6.31-04	3.62-06	5.52+01	1.90-05	5.70-03	.56
1350.	6870.	1.97+02	2.40-04	3.43-02	4.04+01	6.85-04	6.33-06	3.80+01	1.72-05	9.39-03	.72
1275.	6130.	9.14+01	1.24-04	7.21-02	1.77+01	9.42-04	1.08-05	1.64+01	1.05-05	1.38-02	.89
1200.	5795.	5.16+01	8.27-05	4.82-02	9.33+00	9.40-04	1.81-05	8.55+00	7.44-06	1.87-02	1.08
1125.	5455.	2.95+01	7.20-05	7.69-02	5.10+00	8.59-04	3.10-05	4.60+00	5.54-06	2.49-02	1.28
1050.	5200.	1.87+01	6.84-05	9.71-02	2.83+00	7.11-04	7.50-05	2.62+00	4.45-06	3.33-02	1.49
975.	5010.	1.15+01	6.11-05	1.21-01	1.81+00	6.17-04	1.83-04	1.62+00	4.01-06	4.62-02	1.71
900.	4810.	1.14+01	8.72-05	1.82-01	1.10+00	1.00-03	2.04-04	9.87-01	3.88-06	6.75-02	1.94
850.	4695.	4.50+00	8.76-05	2.11-01	7.40-01	2.01-03	3.92-04	6.97-01	6.81-06	1.01-01	2.08
800.	4725.	2.45+00	7.20-05	4.44-01	5.15-01	2.43-03	6.28-04	4.30-01	6.97-06	1.67-01	2.25
750.	4440.	2.11+00	8.83-05	5.61-01	3.47-01	2.52-03	1.57-03	3.32-01	6.00-06	2.62-01	2.44
700.	4330.	1.23+00	1.00-04	1.00+00	2.37-01	4.40-03	3.25-03	2.31-01	3.93-06	4.40-01	2.62
650.	4255.	7.77-01	1.17-04	1.80+00	1.86-01	8.38-03	7.45-03	1.78-01	1.15-05	8.31-01	2.80
600.	4190.	5.42-01	1.04-04	2.47+00	1.41-01	1.04-02	1.94-02	1.40-01	1.68-05	1.81+00	2.98
550.	4190.	4.67-01	1.27-04	3.00+00	1.38-01	1.81-02	5.77-02	1.38-01	2.45-05	4.84+00	3.18
500.	4230.	5.08-01	2.04-04	3.00+00	1.57-01	3.11-02	1.63-01	1.57-01	3.69-05	1.35+01	3.39
450.	4280.	7.17-01	3.30-04	4.68+00	2.41-01	5.67-02	3.36-01	2.41-01	5.82-05	3.53+01	3.59
400.	4380.	3.77-01	4.21-04	5.36+00	4.45-01	3.10-02	7.38-01	4.44-01	3.28-05	8.63+01	3.78
350.	4710.	1.15+00	4.13-04	1.87+01	8.74-01	7.74-02	1.47+00	8.73-01	1.39-04	2.00+02	3.97
300.	4820.	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.66-02	2.70+00	8.93-01	2.02-04	4.48+02	4.15
250.	4841.	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	4.68-02	4.56+00	9.79-01	2.39-04	8.32+02	4.32
200.	5073.	3.30-01	8.05-04	2.43+02	9.87-01	4.66-02	7.47+00	9.87-01	2.75-04	1.68+03	4.53
150.	5320.	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.00+00	3.31-02	1.08+01	1.00+00	2.66-04	2.82+03	4.73
100.	5440.	1.[illegible]	[illegible]	[illegible]	1.00+00	3.30-02	1.30+01	1.00+00	2.65-04	3.37+03	4.80
75.	5855.	1.04+00	9.90-04	1.30+03	1.00+00	3.26-02	1.37+01	1.00+00	2.58-04	4.20+03	4.90
50.	5765.	1.02+00	9.44-04	2.03+03	1.00+00	3.04-02	1.44+01	1.00+00	2.59-04	4.83+03	4.35
40.	5930.	1.02+00	9.41-04	1.27+03	1.00+00	1.84-02	1.51+01	1.00+00	2.63-04	5.08+03	4.99
30.	6035.	1.02+00	9.47-04	1.48+03	1.00+00	1.66-02	1.56+01	1.00+00	2.69-04	5.53+03	5.03
20.	6210.	1.01+00	9.20-04	[illegible]	1.00+00	1.51-02	1.62+01	1.00+00	2.80-04	5.98+03	5.07
0.	6730.	1.00+00	9.71-04	[illegible]	1.00+00	1.38-02	1.68+01	1.00+00	2.95-04	6.41+03	5.10

← Na I →

← Mg I →

MODELL (T3?=27,X=4)

Tab. V-4c: Besetzungs-Dichten, τ-Skalen (Ca II) .

h / km	T_e	b_1	N_1/N_{Ca}	$\tau_o^{(K)}$	b_2	N_2	$\tau_o^{(IR2)}$	$\tau_o^{(IR3)}$	lg P
2175.	8200.	1.03+00	7.57-01	7.14-01	3.33+03	7.85-02	6.06-03	6.76-04	-.65
2100.	8000.	8.55+02	7.55-01	7.42-01	3.79+03	8.20-02	9.69-03	1.08-03	-.63
2100.	7910.	8.38+02	7.46-01	1.10+00	1.94+03	8.97-02	2.15-02	2.41-03	-.52
2070.	7730.	2.95+03	7.39-01	1.76+00	1.86+03	8.69-02	3.87-02	4.10-03	-.53
1965.	7500.	1.88+03	7.25-01	7.08+00	1.27+03	1.09-01	3.37-02	9.35-03	-.42
1900.	7420.	1.20+03	7.17-01	6.38+00	1.01+03	1.19-01	1.80-01	1.78-02	-.23
1800.	7330.	8.07+02	7.02-01	1.12+01	7.30+02	1.27-01	3.08-01	3.44-02	-.13
1700.	7260.	6.35+02	7.05-01	1.61+01	5.99+02	1.32-01	5.61-01	6.23-02	.04
1600.	7140.	4.53+02	7.10-01	2.22+01	4.43+02	1.34-01	9.92-01	1.11-01	.22
1500.	7020.	3.28+02	7.21-01	3.46+01	3.33+02	1.33-01	1.72+00	1.93-01	.41
1400.	6910.	2.47+02	7.32-01	5.19+01	2.50+02	1.29-01	2.58+00	2.89-01	.56
1350.	6870.	2.30+02	7.51-01	1.25+02	1.31+02	1.18-01	3.84+00	4.30-01	.72
1275.	6130.	2.39+01	7.60-01	1.39+02	2.49+01	3.66-02	5.62+00	6.30-01	.83
1200.	5760.	6.00+00	7.80-01	2.20+02	6.77+00	7.95-02	8.11+00	9.10-01	1.03
1125.	5455.	2.11+00	8.05-01	3.02+02	2.14+00	6.61-02	1.17+01	1.31+00	1.23
1050.	5200.	1.12+00	8.46-01	5.67+02	1.12+00	5.75-02	1.70+01	1.91+00	1.43
975.	5000.	1.11+00	8.91-01	1.75+03	1.10+00	5.15-02	2.55+01	2.87+00	1.71
900.	4810.	1.08+00	9.10-01	7.38+03	1.07+00	4.53-02	3.34+01	4.44+00	1.94
825.	4615.	1.04+00	9.32-01	5.10+03	1.03+00	3.88-02	6.22+01	7.01+00	2.19
750.	4440.	1.02+00	9.48-01	1.19+04	1.02+00	3.34-02	1.00+02	1.13+01	2.44
650.	4255.	1.01+00	9.63-01	9.30+04	1.01+00	2.79-02	1.94+02	2.19+01	2.80
550.	4190.	9.98-01	9.56-01	7.47+04	9.98-01	2.61-02	5.10+02	5.76+01	3.18
500.	4230.	9.97-01	9.54-01	1.88+05	9.99-01	2.72-02	9.62+02	1.09+02	3.33
450.	4360.	9.99-01	9.48-01	7.48+05	9.99-01	3.11-02	1.80+03	2.03+02	3.58
400.	4560.	1.00+00	9.37-01	5.75+05	1.00+00	3.74-02	3.25+03	3.65+02	3.78
350.	4710.	1.00+00	9.20-01	7.08+05	1.00+00	4.25-02	5.72+03	6.44+02	3.97
300.	4820.	1.00+00	9.24-01	1.39+06	1.00+00	4.64-02	9.75+03	1.10+03	4.15
250.	4940.	1.00+00	9.13-01	3.03+06	1.00+00	5.09-02	1.56+04	1.75+03	4.32
199.	5073.	1.00+00	9.04-01	2.88+06	1.00+00	5.59-02	2.53+04	2.84+03	4.53
104.	5440.	1.00+00	8.78-01	4.86+06	1.00+00	7.05-02	4.80+04	5.39+03	4.80
71.	5653.	1.00+00	8.62-01	5.80+06	1.00+00	7.94-02	6.19+04	6.95+03	4.90
55.	5765.	1.00+00	8.55-01	6.30+06	1.00+00	8.40-02	6.99+04	7.85+03	4.95
40.	5890.	1.00+00	8.48-01	6.30+06	1.00+00	8.93-02	7.86+04	8.82+03	4.99
25.	6035.	1.00+00	8.31-01	7.29+06	1.00+00	9.54-02	8.78+04	9.84+03	5.03
12.	6200.	1.00+00	8.13-01	7.75+06	1.00+00	1.02-01	9.73+04	1.09+04	5.07
0.	6390.	1.00+00	8.01-01	8.19+06	1.00+00	1.10-01	1.07+05	1.20+04	5.10

§ V-5: Vergleich mit anderen Atmosphären-Modellen.

In Fig. V-3 sind die Temperatur-Schichtungen einiger neuerer Atmosphären-Modelle zusammen mit Modell T93-27 als Funktion von $\lg(P) = \lg(M \cdot G)$ (M die Masse in einer Säule mit 1 cm^2 Grundfläche, G die Schwerebeschleunigung an der Sonnenoberfläche) dargestellt. P wurde als Höhenvariable gewählt, weil einerseits die $\tau(P)$-Relationen von den Annahmen, die bei der Berechnung der Druck-Schichtung gemacht wurden (Turbulenz-Druck, chemische Häufigkeiten) weniger stark abhängen als die $\tau(h)$-Relationen, und weil andererseits für die austretende Intensität die $T(\tau)$-Relationen maßgebend sind. Tab. V-5 enthält die wichtigsten Informationen zu diesen Modellen.

Tab. V-5: Übersicht über die in Fig. V-3 gezeigten Modelle.

Bez. in Fig.V-4	Autor	Bemerkungen
HOLW	Holweger (1967)	Photosph. Aus Äquiv.-breiten vieler Linien (LTE)
LIAV	Linsky u. Avrett (1970)	Chromosph. Aus Ca H,K - Linien, mm-Kontinuum
HSRA	Gingerich et al. (1971) 'Harvard Smithsonian Referenz Atmosphere'	Photosphäre - Chromosphäre. Hauptsächlich aus Kontinua
VERN	Vernazza et al. (1973,1976)	Photosph. (Modell "M"), Chromosphäre
ACLI	Altrock u. Cannon (1972) Lites (1973)	Photosph.: Modifik. HSRA, aus 4571. Chromosph.: aus Fe I - Linien
AYLI	Ayres u. Linsky (1976)	Um T_{min} · Aus Ca K

§ V-5.1: Obere Photosphäre.

Altrock u. Cannon (1972) benutzten zur Bestimmung des photosphärischen Temperatur-Verlaufs die Profil-Messungen für λ4571 von White et al. (1974), die auch wir bei der Analyse der oberen Photosphäre verwendet haben (siehe § III-5.1). Die Differenzen zwischen Modell T93-27 und dem Temperatur-Verlauf von Altrock u. Cannon kommen durch unterschiedliche Wahl der Parameter Oszillatorenstärke, Mikroturbulenz und Makroturbulenz zustande. Der Vergleich dieser beiden Modelle liefert einen

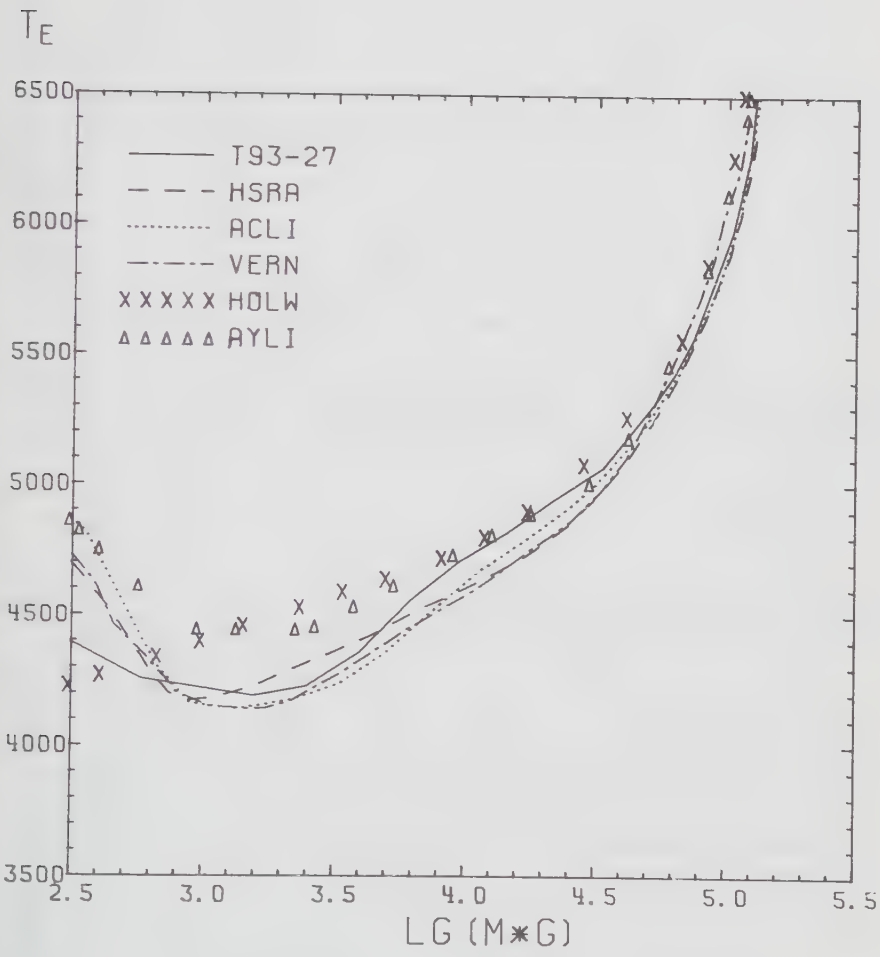


Fig. V-3: Photosphärische Temperatur-Modelle.

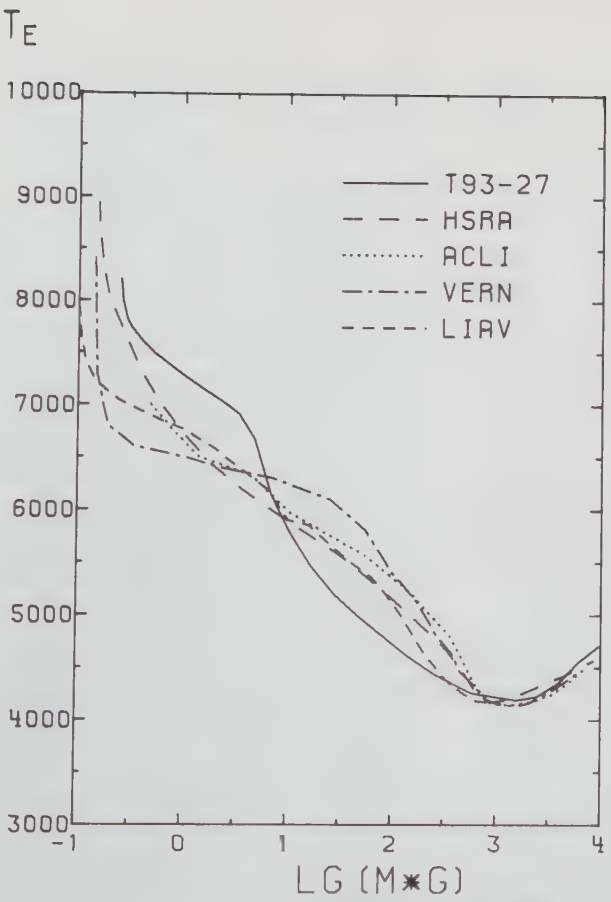


Fig. V-4: Chromosphärische Temperatur-Verläufe.

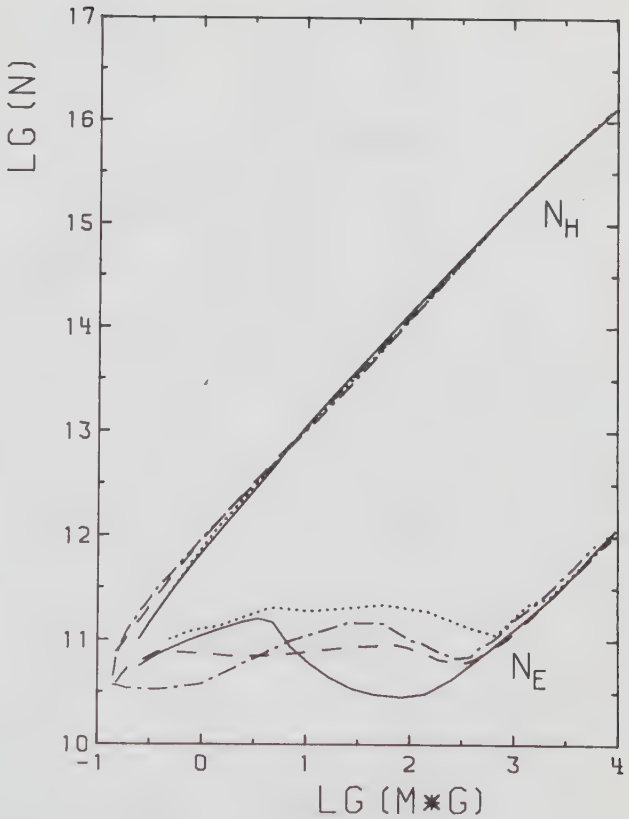


Fig. V-5: Chromosphärische Dichte-Schichtungen.

Anhaltspunkt über den inneren Zuverlässigkeitsgrad der Methode, mit Hilfe der Linie λ4571 den photosphärischen Temperatur-Verlauf festzulegen.

Bemerkenswert ist die recht gute Übereinstimmung von T93-27 mit dem Holweger-Modell im Bereich $4.5 \gtrapprox \lg(P) \gtrapprox 3.8$. Bei dem Holweger-Modell haben wir die von Holweger u. Müller (1974) angegebene Korrektur auf Grund der Revision der Eisen-Häufigkeit berücksichtigt. Die Schichten $\lg(P) \gtrapprox 4.5$ waren nicht Gegenstand unserer Untersuchungen, für diese Schichten haben wir unser Modell an das HSRA-Modell angeschlossen. In den hohen Schichten hatte Holweger den Temperatur-Verlauf so gewählt, daß die Zentralintensitäten starker Linien bei Annahme von LTE im Mittel möglichst gut dargestellt wurden. Somit stellt das Holweger-Modell in den höheren Schichten eher eine mittlere Anregungs-Temperatur T_{exc} dar, während die anderen hier diskutierten Modelle (einschl. T93-27) den Verlauf der kinetischen Temperatur T_e zu beschreiben suchen. T93-27 und das Holweger-Modell stimmen also gerade in den Schichten gut überein, in denen einerseits noch $T_e \approx T_{exc}$ gilt und die andererseits bei unserer Analyse noch berücksichtigt wurden.

Ayres u. Linsky (1976) haben eine Spektrum-Synthese der Ca II K -Linie unter Berücksichtigung der teilweisen Kohärenz der Linienstreuung durchgeführt und fanden gute Übereinstimmung mit gemessenen Intensitäten in den Flügel dieser Linie, wenn sie für $\lg(P) \lessapprox 4.5$ gegenüber dem Modell von Vernazza et al. (1975) eine um maximal 350 K höhere Temperatur annahmen. Für $\lg(P) \gtrapprox 4$ stimmen deren absolute Temperatur-Werte recht gut mit T93-27 überein, jedoch hat der von Ayres u. Linsky gefundene Temperatur-Verlauf einen deutlich kleineren Gradienten. Die Schwierigkeiten, aus den Flügeln der K-Linie ein Temperatur-Modell herzuleiten, bestehen in der Festlegung der benachbarten Kontinuums-Intensität, in der Berücksichtigung der Störungen durch andere Linien und in der Wahl der Dämpfungs-Konstanten. Eine analoge Analyse der Mg II h,k -Linienflügel ergab gegenüber dem "Ca II"-Temperatur-Verlauf eine um 200 K höhere Temperatur.

Das HSRA-Modell und das Modell "M" von Vernazza et al. (1975) basieren in den Schichten zwischen Temperatur-Minimum und $\lg(P) \lessapprox 4.5$ auf Kontinuums-Beobachtungen im Wellenlängen-Bereich $5\,\mu \lessapprox \lambda \lessapprox 100\,\mu$. Angesichts der starken Streuung der Meßwerte (siehe Fig. V-2) ist eine Festlegung des Temperatur-Verlaufs an Hand des Infrarot-Kontinuums mit großen Unsicherheiten behaftet.

§ V-5.2: Temperatur-Minimum.

Die Analyse der in der vorliegenden Arbeit untersuchten Linien ergab keine direkte Auskunft über den Wert von T_{min}. Die Mitte-Rand-Variation von Mg I λ 4571 legt lediglich eine obere Grenze von 4400 K nahe. Der Wert für T_{min} basiert beim HSRA-Modell auf Intensitäts-Messungen des Kontinuums zwischen 20 μ < λ < 700 μ sowie auf einer Diskussion der UV-Kontinua zwischen 1525 Å < λ < 1683 Å und der dort befindlichen CO-Linien. Vernazza et al. (1976) leiteten ihren Wert aus Infrarot-Messungen ab. Alle herangezogenen Informationen werden von den Autoren als sehr unsicher bezeichnet. Aus der Intensität von Ca II K, schlossen Ayres u. Linsky (1976) auf T_{min} = (4450 ± 130) K.

§ V-5.3: Chromosphäre.

Bezüglich des chromosphärischen Temperatur-Verlaufs herrscht nur wenig Übereinstimmung unter den einzelnen Modellen. Entsprechendes gilt für den Verlauf der Elektronendichte und der Mikroturbulenz (siehe Fig. V- 5). Bei der Konstruktion des HSRA-Modells wurde zur Festlegung der Temperatur-Schichtung neben den gemessenen Strahlungs-Temperaturen im mm-Bereich auch die hohen Werte für die Elektronendichte berücksichtigt, die sich aus der Analyse von Finsternis-Beobachtungen ergeben (Henze, 1969). Obwohl die Temperatur höher angesetzt wurde als aus den mm-Beobachtungen allein folgen würde, kann das HSRA-Modell die Finsternis-Werte für N_e nicht erklären.

Hohe Elektronendichten wurden auch von Lites (1973) gefordert, um die Zentralintensitäten starker Eisen-Linien sowie deren Mitte-Rand-Variation zu erklären. Lites berechnete Profile von 18 Fe I -Linien, wobei Atommodelle mit 15 Niveaus zur Berechnung des Ionisations- und Anregungs-Gleichgewichts benutzt wurden. Eine optimale Anpassung der gerechneten Profile an die beobachteten erforderte einen mit der Höhe anwachsenden Verlauf der Mikroturbulenz sowie vor allem eine Elektronendichte, die den von Henze (1969) aus Finsternis-Beobachtungen hergeleiteten Werten entspricht. Nach Lites ist es nicht möglich, bei "normalen" Elektronendichten (HSRA) den Verlauf der Mikroturbulenz so zu wählen, daß sowohl die Zentralintensitäten als auch die Form der Linienkerne, insbesondere deren Mitte-Rand-Variation mit der Beobachtung übereinstimmen. Die Analyse von Lites erstreckt sich bis lg(P) $\lesssim$ 0.7. Die von ihm untersuchten Linien reagieren bei fest vorgegebener N_e-Schichtung nur unwesentlich auf den chromosphärischen Temperatur-Verlauf.

Die Resultate von Lites müssen aus den folgenden Gründen mit Vorbehalt betrachtet werden:

(1) Es ist fraglich, ob angesichts der Kompexität des Fe I -Atoms die von Lites benutzten Atommodelle zur Berechnung der untersuchten Linien ausreichen und ob die numerischen Verfahren zuverlässig genug sind, um die zahlreichen Wechselwirkungs-Effekte ('interlocking') zwischen den Übergängen richtig zu berechnen.

(2) In die Rechnungen gehen eine große Anzahl von Atomkonstanten ein, deren Werte allenfalls größenordnungsmäßig bekannt sind. Das gilt vor allem für die Stoßquerschnitte, die die Zentralintensitäten der Linien deutlich beeinflussen.

(3) Lites untersuchte vor allem Linien im Bereich zwischen 3500 Å bis 4500 Å. Hier ist die genaue Festlegung des Kontinuums problematisch, sowie die Berücksichtigung der Überlagerung durch andere Linien. Auch die Kontinuums-Opazität scheint für diesen Wellenlängen-Bereich noch nicht genau genug bekannt zu sein.

(4) Ein wichtiges Argument in den Untersuchungen von Lites ist die Mitte-Rand-Variation. Diese wird stark durch Inhomogenitäten beeinflußt und kann zu einer falschen Interpretation der Höhen-Abhängigkeit der Atmosphären-Parameter führen.

Altrock u. Canfield (1974) konnten mit dem Temperatur- und Dichte-Modell von Lites die Zentralintensitäten von Mg b_2 gut darstellen. Wir haben gezeigt, daß zur Darstellung dieser Linie eine 'anomale' Elektronendichte nicht erforderlich ist, wenn man einen hinreichend großen Gradienten oberhalb des Temperatur-Minimums annimmt. Ausschließen können wir die vorgeschlagenen Werte für N_e aber nicht. Es ist jedoch zu beachten, daß mit zunehmender Elektronendichte die Kopplung der Quellfunktion der Ca II IR -Linien an die Planckfunktion verstärkt wird und daß deshalb noch niedrigere Temperaturen um lg(P) = 1.5 zur Darstellung dieser Linien notwendig wären als bei Modell T93-27. Das Problem der Erklärung der hohen Werte für N_e würde noch größer werden. Eventuell würde ein derartig kühles Temperatur-Modell für die untere Chromosphäre mit den beobachteten Kontinuums-Intensitäten zwischen $500\,\mu \lesssim \lambda \lesssim 1000\,\mu$ in Konflikt geraten.

Die hohen Elektronendichten wurden empirisch von Henze (1969) aus Finsternis-Beobachtungen der Chromosphäre abgeleitet. Bei derartigen Beobachtungen verläuft der Sehstrahl tangential durch die Chromosphäre

und schneidet somit zahlreiche Spikulen, die an den Rändern der vom Ca-Netzwerk definierten Zellen konzentriert sind. Es ist anzunehmen, daß in den Spiulen sich die physikalischen Bedingungen erheblich von denen im Innern der Netzwerk-Zellen (bei gleicher geometrischer Höhe) unterscheiden. Insbesondere dürfte die Elektronendichte in den Spikulen wesentlich höher sein. Es ist daher zu erwarten, daß die Analyse von Finsternis-Beobachtungen höhere Werte für die Dichten ergeben, als sie im Innern von Netzwerk-Zellen - auf diese Gebiete bezieht sich unsere Untersuchung - tatsächlich vorliegen.

Das Modell von Vernazza et al. (1973) ist aus IR- und Radio-Kontinua konstruiert worden. Linsky u. Avrett gewannen ihr Modell aus der Interpretation der Ca H,K - Linien (wobei sie vollständige Inkohärenz voraussetzten) sowie aus mm-Beobachtungen. Diese beiden Modelle und die Modelle T93-27, T93-25 stellen die beobachteten Strahlungs-Temperaturen im fernen Infrarot und im mm-Gebiet gleichermaßen gut dar. Das langwellige Kontinuum liefert also kein sehr scharfes Kriterium für den chromosphärischen Temperatur-Verlauf.

§ V-6: Schlußbemerkungen.

Das vorliegende Atmosphären-Modell (T93-27, X24) ist, abgesehen von der Übergangszone Chromosphäre-Korona, ausschließlich an Hand des Verhaltens von Spektrallinien aus dem optischen Spektralbereich konstruiert worden. Hierbei wurden Linienprofile verwendet, die in der Mitte der Sonnen-Scheibe gemessen wurden. Nur zur Festlegung des Temperatur-Verlaufs unmittelbar unterhalb des Temperatur-Minimums wurde die Mitte-Rand-Variation von Mg I λ4571 herangezogen. Profile, die in der Mitte der Sonnenscheibe beobachtet werden, sind am wenigsten durch horizontale Inhomogenitäten beeinflußt. Die Entstehung von Spektrallinien hat in den höheren Schichten der Atmosphäre einen nicht-lokalen Charakter. Die Profile werden durch mehrere Atmosphären-Parameter beeinflußt. Die vorliegende Untersuchung hat ergeben, daß bei sorgfältiger Auswahl der Linien trotzdem eine Analyse an Hand von Spektrallinien auch der höheren Schichten der Sonnenatmosphäre möglich ist. Die Zuverlässigkeit einer derartigen Analyse ist bzgl. der Temperatur-Schichtung den Kontinuums-Analysen zumindest ebenbürtig. Darüber hinaus liefern Spektrallinien im Gegensatz zu Kontinuums-Intensitäten auch Informationen über die nicht-thermischen Geschwindigkeits-Felder.

Spektrallinien aus dem optischen Wellenlängen-Bereich lassen sich mit verhältnismäßig einfachen Mitteln hinreichend genau photometrieren, insbesondere gibt es keine Kalibrierungs-Schwierigkeiten (ausnahme: Ca H,K). Darüber hinaus kann eine wesentlich höhere räumliche Auflösung erreicht werden, als dies bei Beobachtungen im fernen Infrarot zur Zeit möglich ist. Daher sind Spektrallinien als "Sonden" zur Untersuchung der räumlichen und zeitlichen Variation des Zustandes der oberen Sonnenatmosphäre das Mittel der Wahl.

Es gibt eine Reihe von Punkten, bei denen eine Verbesserung bzw. Weiterentwicklung wünschenswert sind:

(1) Die Werte für einige Atomkonstanten sollten genauer bekannt sein. Das gilt vor allem für die Oszillatorenstärke von Mg I λ4571, für die Stoßquerschnitte der Feinstruktur-Niveaus Na I 3^2P und Ca II 4^2P^o.

(2) Bezüglich der nicht-thermischen Geschwindigkeits-Felder sollten realistischere Ansätze als das "Mikroturbulenz-Makroturbulenz"-Konzept in die Berechnung des Strahlungstransports eingeführt werden. Erste Schritte in diese Richtung sind inzwischen gemacht worden

(z.B. von Oster u. Ulmschneider, 1974; Gail u. Sedlmayr, 1975; Heasley, 1975; Cram, 1976). Die Korrelation zwischen Geschwindigkeits-Feldern und thermodynamischen Zustandsgrößen sollte berücksichtigt werden.

(3) Bei der Berechnung des Anregungs- und Ionisations-Gleichgewichts sollten dynamische Prozesse (gekoppelt mit nicht-thermischen Geschwindigkeits-Feldern) berücksichtigt werden, weil die Zeitskalen einiger Prozesse (z.B. Photorekombination) von der gleichen Größenordnung sind wie beobachtete zeitliche Fluktuationen.

(4) Die dreidimensionale räumliche Struktur der Sonnenatmosphäre sollte im Strahlungs-Transport wenigstens näherungsweise berücksichtigt werden. Parallel zu dieser Weiterentwicklung der Theorie der Linienentstehung sind die Beobachtungs-Techniken zu vervollkommnen. Räumlich, zeitlich und spektral hochaufgelöste Spektren sind erforderlich, wobei nach Möglichkeit die nach der jeweiligen Fragestellung ausgewählten Linien simultan gewonnen werden sollten.

Danksagung.

Mein Dank gilt Herrn Prof. Dr. E.H. Schröter für die Anregung des Themas und für die stete Förderung dieser Arbeit.

Herrn Dr. J.W. Evans verdanke ich zwei Einladungen zu Forschungs-Aufenthalten am Sac. Peak Observatory (Sunspot, New Mexico). Ich danke allen Mitarbeitern dieses Observatoriums für ihre Gastfeundschaft und für ihre Hilfsbereitschaft.
Mein besonderer Dank gilt Herrn Dr. R.C. Canfield vom Sac. Peak Observatory. Er half mir bei der Einarbeitung in die Theorie des NLTE durch zahlreiche Ratschläge und Diskussions-Bemerkungen. Dankenswerter Weise überließ er mir zwei umfangreiche Programme zur Berechnung des Strahlungstransports in Spektrallinien.
Ich bedanke mich bei allen Mitarbeitern der Universitäts-Sternwarte Göttingen für gute Zusammenarbeit. Vor allem danke ich Herrn Dr. Wiehr für konstuktive Diskussions-Bemerkungen und für das Lesen einiger Teile des Manuskipts. Frau Schmidt danke ich für das Tippen großer Teile des Manuskipts, Frau Brandt und Herrn Spindler danke ich für das Anfertigen der Zeichnungen.

Die numerischen Rechnungen für diese Arbeit wurden zum Teil auf der Rechenanlage des Sac. Peak Observatory, zum größeren Teil auf der Anlage der Gesellschaft für wissenschaftliche Datenverarbeitung, Göttinge, durchgeführt.
Während meiner Dissertation erhielt ich für zwei Jahre ein Stipendium nach dem Graduierten-Förderungs-Gesetz. Für eine meiner beiden Reisen zum Sac. Peak Observatory erhielt ich eine Beihilfe aus Mitteln der I.A.U. (Commission 38), während meines Aufenthaltes am dortigen Observatorium erhielt ich ein graduate student salary von der University of Colorado, Boulder.

Literaturverzeichnis.

Allen,C.W. 1973, 'Astophysical Quantities', 3rd ed., University of London.

Altrock,R.C., Canfield, R.C. 1974, Astrophys. J. 194, 733.

Altrock,R.C., Cannon,C.J. 1972, Solar Phys. 26, 21.

Altrock,R.C., Cannon,C.J. 1973, Solar Phys. 29,275.

Anderson,E.M., Zilitis,V.A. 1964, Optics Spectroscopy USSR 16,9..

Athay,R.G. 1972, Radiation Transport in Spectral Lines, Reidel, Dordrecht.

Athay,R.G., Canfield,R.C. 1967, Ann. d'Astrophys. 30, 67.

Athay,R.G., Canfield,R.C. 1970, 'Extended Atmosphere Stars', NBS Special Publication No. 332, 65.

Athay,R.G., House,L.L. 1961, Astrophys. J. 135, 500.

Athay,R.G., Menzel,D.H., Pecker,J.C., Thomas,R.N. 1954, Astrophys. J. Suppl. 1, 505.

Avrett,E.H., Loeser,R. 1969, Smithsonian Astrophys. Obs. Spec. Rep. No. 303.

Ayres,T.R., Linsky,J.L. 1976, Astrophys. J. 205, 874.

Barnes,L.L., Lane,N.F., Lin,C.C. 1965, Phys. Rev. 137, A388.

Bates,D.R. 1962, Atomic and Molecular Processes, Academic Press, New York, London, 375.

Black,J.H., Weisheit,J.C., Laviana,E. 1972, Astrophys. J. 177, 567.

van Blerkom,J.K. 1970, J.Phys. B: Atom. Molec. Phys. 3, 932.

Boldt,G. 1958, Z.Phys. 150, 205.

Bötticher,W. 1958, Z.Phys. 150, 336.

Boyd,A.H. 1964, Planet. Space Sci. 12, 729.

Brault,J., Testerman,L. 1972, Kitt Peak Solar Atlas 2942-10014Å (Preliminary Edition), Kitt Peak National Observatory.

Broadfoot,A.L. 1972, Astrophys. J. 173, 681.

Burges,A., Seaton,M.J. 1960, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 120, 121.

Cameron,A.G.W. 1973, in 'Explosive Nucleosynthesis' (Eds. D.S. Schramm, W.D. Arnett), Univ. of Texas Press, Austin.

Chamaraux,P. 1967, Ann. d'Astrophys. 30, 67.

Chapelle,J., Sahal-Bréchot,S. 1970, Astron. Astrophys. 6, 415.

Cram,L.E. 1976, Astron. Astrophys. 50, 263.

Curtis,G.W., Jefferies,J.T. 1967, Astrophys. J. 150, 1061.

Delbouille,L., Roland,G. 1963,'Photometric Atlas of the Solar Spectrum from 7498 to 12016',Institute d'Astrophys. de l'Université de Liège.

Delbouille,L., Neven,L., Roland,G. 1973, 'Photometric Atlas of the Solar Spectrum from λ3000 to λ10000', Institute d'Astrophys. de l'Université de Liège.

Ditchburn,R.W., Jutsum,P.J., Marr,G.V. 1953, Proc. Roy. Soc. A219, 89.

Ditchburn,R.W., Marr,G.V. 1953, Proc. Phys. Soc. (London), A66, 655.

Dubau,J., Wells,J. 1973, J.Phys. B: Atom. Molec. Phys. 6, L31.

Dumont,S. 1967a, Ann. d'Astrophys. 30, 421.

Dumont,S. 1967b, Ann. d'Astrophys. 30, 861.

Dupree,A.K. 1972, Astrophys. J. 178, 527.

Dupree,A.K., Reeves,E.M. 1971, Astrophys. J. 165, 599.

Evans,J.M., Cooper,J. 1972, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 12, 259.

Feautrier,P. 1964, Compt. Rend. Acad. Sci.,Paris, 258, 3189.

Friedrich,H., Trefftz,E. 1969, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer 9, 245.

Gail,H.P., Sedlmayr,E. 1975, Astron. Astrophys. 36, 17.

Garstang,R.H. 1962, J. Opt. Soc. Am. 52, 854.

Gallagher,A. 1967, Phys. Rev. 157, 24.

Garz,T.,Holweger,H., Kock,M., Richter,J. 1969, Astron. Astrophys. 2, 446.

Gebbie,K.B., Steinitz,R. 1973, Astrophys. J. 188, 399.

Gehren,T. 1973, Astron. Astrophys. 27, 291.

Gehren,T. 1973, Astron. Astrophys. 38, 289.

Gingerich,O., de Jager,C. 1968, Solar Phys. 3, 5.

Gingerich,O., Noyes,R.W., Kalkofen,W., Cuny,Y. 1971, Solar Phys. 18, 347.

Gezari,D.Y., Joyce,R.R., Simon,M. 1973, Astron. Astrophys. 26, 409.

Hafft,G. 1933, Z. Phys. 82, 73.

Heasley,J.N. 1975, Solar Phys. 44, 275.

Heasley,J.N., Kneer,F. 1976, Astrophys. J. 203, 660.

Henze,W. 1969, Solar Phys. 9, 65.

Holweger,H. 1967, Z. Astrophys. 65, 365.
Holweger,H. 1971, Astron. Astrophys. 10, 128.
Holweger,H., Müller,E.A. 1974, Sol.Phys. 39, 19.
de Jager,C. 1959, Handbuch Phys. (Hrsg. S. Flügge), Springer, Berlin, 52, 80.
de Jager,C., Neven,L. 1966, Bull. Astron. Inst. Neth. Suppl. Series 1, 325.
Jefferies,J.T. 1968, 'Spectral Line Formation', Blaisdell, Waltham, Mass.
Johnson,L.C. 1972, Astrophys. J. 174, 227.
Karzas,W.J., Latter,R. 1961, Astrophys. J. Suppl. 6, 167.
Kieffer,L.J. 1969, J.I.L.A. Rep. No. 7 .
Lambert,D.L., Warner,B. 1968, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 138, 181.
Lewis,E.L., Mc Namara,L.F., Michels,H.H. 1971, Phys. Rev. A3, 1939.
Lewis,E.L., Mc Namara,L.F., Michels,H.H. 1972, Solar Phys. 23, 287.
Linsky,J.L. 1968, Smithsonian Astrophys. Obs. Spec. Rep. 274 .
Linsky,J.L. 1973, Solar Phys. 28, 409.
Linsky,J.L., Avrett,E.H. 1970, Publ. Astron. Soc. Pacific 82, 169.
Linsky,J.L., Teske,R.G., Wilkinson,C.W. 1970, Solar Phys. 11, 347.
Lites,B.W. 1973, Solar Phys. 32, 283.
Lurio,A. 1964, Phys. Rev. 136, A376.
Mihalas,D. 1968, 'The Calculation of Model Stellar Atmospheres' in 'Methods in Computational Physics' 7 (eds.: B.Alder, S.Fernbach, M.Rotenberg), New York Academic Press.
Mihalas,D. 1970, 'Stellar Atmosperes', Freeman and Company, San Francisco.
Moiseiwitch,B.L., Smith,S.J. 1968, Rev. Modern Phys. 40, 238.
Mount,G.H., Linsky,J.L. , Shine,R.A. 1973, Solar Phys. 32, 13.
Noyes,R.W., Kalkofen,W. 1970, Solar Phys. 15, 1.
Oster,L., Ulmschneider,P. 1974, Astron. Astrophys. 29, 1.
Peach,G. 1962, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 124, 30.
Penkin, N.P., Shabanova,L.N. 1962, Optics Spectroscopy USSR 12, 1.
van Regemorter,H. 1962, Astrophys. J. 136, 906.
Ross,J.E., Aller,L.H. 1976, Science 191, 1223.

Saraph,E.H. 1970, J. Phys. B Atom. Mol. Phys. 3, 952.
Seaton,M.J. 1962, Proc. Phys. Soc. (London) 79, 1105.
Shine,R.A. 1975, Astrophys. J. 202, 543.
Shine,R.A., Linsky,J.L. 1972, Solar Phys. 25, 357.
Shine,R.A., Linsky,J.L. 1974, Solar Phys. 39, 49.
Shine,R.A., Milkey,R.W., Mihalas,D. 1975, Astrophys. J. 199,724.
Smith,W.W., Gallagher,A. 1966, Phys. Rev. 145, 26.
Stilley,J.L., Callaway,J. 1970, Astrophys. J. 160, 245.
Taylor,P.O., Dunn,G.H. 1973, Phys. Rev. A8, 2304.
Thomas,R.N. 1957, Astrophys. J. 125, 260.
Unno,W. 1959, Astrophys. J. 129, 388.
Unsöld,A. 1955, 'Physik der Sternatmosphären', 2. Auflg., Springer, Berlin-Heidelberg-New York.
Urey,H.C. 1972, Ann. New York Acad. Sci. 194, 35.
Vainshtein,L.A., Opykhtin,V., Presnykov,L., Lebedev, P.N. 1964, Institute of Phys. Rep. A-53.
Vernazza,J.E., Avrett,E.H., Loeser,R. 1973, Astrophys. J. 184, 605.
Vernazza,J.E., Avrett,E.H., Loeser,R. 1967, Astrophys. J. Suppl. 30, 1.
Vidal,C.R. Cooper,J., Smith,E.W. 1971, NBS Monograph No. 120.
Waddell,J.H. 1962a, Astrophys. J. 136, 223.
Waddell,J.H. 1962b, Astrophys. J. 127, 284.
Waddell,J.H. 1963, Astrophys. J. 137, 1210.
Warner, B. 1968, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 139, 115.
Weiss,A.W. 1967, J. Chem. Phys. 47, 3573.
White,O.R., Altrock,R.C., Brault, J.W., Slaughter,C.D. 1972, Solar Phys. 23, 18.
Wiese,W.L., Smith,M.W., Miles,B.M. 1969,'Atomic Transition Probalities', Vol. II, Nat. Bur. Standards NBS 22.
Worrall,G. 1973, Astron. Astrophys. 29, 37.
Zapesochnyi,I.P., Shimon,L.L. 1965, Optics Spectroscopy USSR 19, 268.
Zelenka,A. 1976, Astron. Astrophys. 48, 75.
Zirin,H. 1966, 'The Solar Atmosphere', Blaisdell, Waltham, Mass.

Lebenslauf.

Ich wurde am 3. Oktober 1944 in Korbach (Kreis Waldeck) als Sohn des Vermessungs-Ingenieurs Wilhelm Schleicher und dessen Ehefrau Charlotte, geb. Secherling, geboren.
Nach vierjähriger Volksschulzeit besuchte ich ab 1955 den realgymnasialen Zweig der "Alten Landesschule" in Korbach. Im Frühjahr 1964 legte ich die Reifeprüfung ab.

Im Sommersemester 1964 begann ich mit dem Studium der Physik an der Universität Marburg/Lahn. Nach bestandener Diplom-Vorprüfung setzte ich mein Physikstudium an der Universität Göttingen fort. Dort hörte ich auch Vorlesungen über Astrophysik. 1968 begann ich unter der Anleitung von Prof. Dr. E.H. Schröter mit der Anfertigung einer Diplomarbeit mit dem Thema: "Grobanalyse der Penumbra eines stabilen Sonnenflecks nach der Methode der Wachstumskurven". Die Diplomprüfung in Physik erfolgte am 28.4.1970 .

Danach arbeitete ich in der Sternwarte Göttingen an mehreren wissenschaftlichen Projekten mit. 1972 und 1974 hielt ich mich für jeweils drei Monate am Sacramento Peak Observatory (New Mexico, USA) auf, um dort zu beobachten und um Rechnungen an der dortigen Rechenanlage durchzuführen.

1974 begann ich mit der vorliegenden Dissertation, die von Prof. Dr. E.H. Schröter betreut wurde.